

Η Καμπύλη Παραγωγικών Δυνατοτήτων

- Έστω ότι μια οικονομία παράγει δύο αγαθά : X και Y
- Η οικονομία διαθέτει 4 μονάδες εργασίας και δεδομένη ποσότητα των υπόλοιπων παραγωγικών συντελεστών (κεφάλαιο, έδαφος, πρώτες ύλες κ.λπ.).
- Οι παραγωγικές δυνατότητες της οικονομίας περιγράφονται στον παρακάτω πίνακα:

Συνδυασμός	L_x	X	L_y	Y
A	0	0	4	25
B	1	9	3	22
Γ	2	17	2	17
Δ	3	24	1	10
E	4	30	0	0

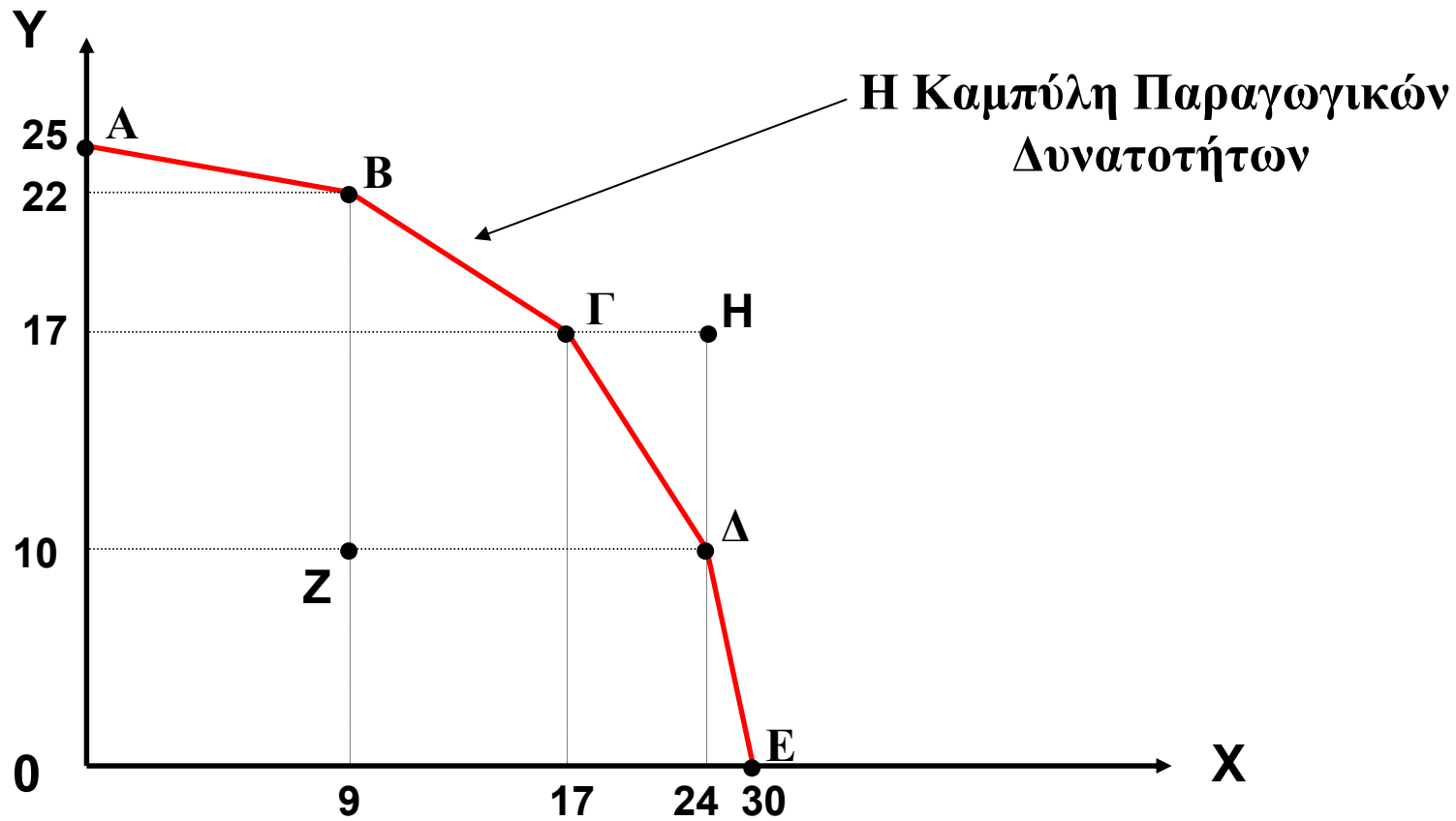
όπου L_x (L_y): η ποσότητα εργασίας που απασχολείται στην παραγωγή του αγαθού X (Y).

- Ορισμός: Η **καμπύλη (ή σύνορο) παραγωγικών δυνατοτήτων** (*Production Possibilities Frontier – PPF*) δείχνει τη μέγιστη ποσότητα που μπορεί να παραχθεί από το αγαθό X με δεδομένη την παραγόμενη ποσότητα του αγαθού Y .

- Δηλαδή: Η PPF δείχνει όλους τους εναλλακτικούς συνδυασμούς ποσοτήτων που μπορούν να παραχθούν από τα δύο αγαθά με δεδομένη τη διαθέσιμη ποσότητα παραγωγικών συντελεστών στην οικονομία.

- Στο σημείο A , ολόκληρη η διαθέσιμη ποσότητα εργασίας χρησιμοποιείται στην παραγωγή του αγαθού Y ($L_x=0, L_y=4$), οπότε παράγεται η μέγιστη δυνατή ποσότητα Y και η ελάχιστη δυνατή ποσότητα X ($X=0, Y=25$).

- Στο σημείο E , ολόκληρη η διαθέσιμη ποσότητα εργασίας χρησιμοποιείται στην παραγωγή του αγαθού X ($L_x=4, L_y=0$), οπότε παράγεται η μέγιστη δυνατή ποσότητα X και η ελάχιστη δυνατή ποσότητα Y ($X=30, Y=0$).



Αποτελεσματικότητα στην Παραγωγή

- Οι συνδυασμοί ποσοτήτων που βρίσκονται δεξιά της PPF είναι **ανέφικτοι**.
 - Παράδειγμα: Ο συνδυασμός H ($X=24, Y=17$) είναι ανέφικτος.
 - Η οικονομία δε διαθέτει την απαιτούμενη ποσότητα παραγωγικών συντελεστών που θα της επέτρεπε να παράγει το συνδυασμό H.
 - Οι συνδυασμοί ποσοτήτων που βρίσκονται αριστερά της PPF είναι εφικτοί αλλά **σπάταλοι**.
 - Παράδειγμα: Ο συνδυασμός Z ($X=9, Y=10$) είναι σπάταλος.
 - Ο συνδυασμός Z παράγεται χρησιμοποιώντας $L_x=1, L_y=1$.
- ⇒ Υπάρχουν δύο μονάδες εργασίας οι οποίες δεν απασχολούνται (ο παραγωγικός συντελεστής ‘εργασία’ **υποαπασχολείται**).
- ⇒ Οι δύο πλεονάζουσες μονάδες εργασίας μπορούν να χρησιμοποιηθούν στην παραγωγή του αγαθού X, οπότε η οικονομία μεταφέρεται από το σημείο Z στο σημείο Δ ($X=24, Y=10$).

- Δηλαδή: Η οικονομία μπορεί να παράγει μεγαλύτερη ποσότητα από το αγαθό X (Y) χωρίς να μειωθεί η παραγόμενη ποσότητα του Y (X).
- Οι συνδυασμοί ποσοτήτων που βρίσκονται πάνω στην PPF είναι **αποτελεσματικοί**.
- Παράδειγμα: Ο συνδυασμός Γ ($X=17, Y=17$) είναι αποτελεσματικός.
 - Η οικονομία δεν μπορεί να παράγει μεγαλύτερη ποσότητα από το αγαθό X (Y) χωρίς ταυτόχρονα να μειωθεί η παραγόμενη ποσότητα του αγαθού Y (X).
 - Οι διαθέσιμοι παραγωγικοί συντελεστές απασχολούνται πλήρως.

Κόστος Ευκαιρίας

- Αν η οικονομία παράγει αποτελεσματικούς συνδυασμούς αγαθών (επί της PPF), τότε το τίμημα (κόστος) που απαιτείται για την παραγωγή πρόσθετων μονάδων του αγαθού X είναι η θυσία παραγόμενων μονάδων του αγαθού Y .

- Ορισμός: Το **κόστος ευκαιρίας** του αγαθού X (ή οριακός λόγος μετασχηματισμού – *Marginal Rate of Transformation: MRT*) δείχνει πόσες μονάδες του αγαθού Y πρέπει να θυσιαστούν για να παραχθεί μία πρόσθετη μονάδα του αγαθού X.

- Το κόστος ευκαιρίας του αγαθού X ισούται με το αντίθετο της κλίσης της PPF:

$$KE_X = -\frac{\Delta Y}{\Delta X} = -\frac{dY}{dX} \text{ (κατά μήκος της PPF)}$$

- Όμοια:

$$KE_Y = -\frac{\Delta X}{\Delta Y} = \frac{1}{KE_X}$$

- Παράδειγμα (συνέχεια). Το κόστος ευκαιρίας για την παραγωγή των 9 πρώτων μονάδων του αγαθού X (δηλαδή για τη μετακίνηση από το σημείο A στο B) είναι:

$$KE_X(A \rightarrow B) = -\frac{\Delta Y}{\Delta X} = -\frac{22 - 25}{9 - 0} = \frac{1}{3} = 0.33$$

- Όμοια:

$$KE_X(B \rightarrow \Gamma) = -\frac{\Delta Y}{\Delta X} = -\frac{17-22}{17-9} = \frac{5}{8} = 0.625$$

$$KE_X(\Gamma \rightarrow \Delta) = -\frac{\Delta Y}{\Delta X} = -\frac{10-17}{24-17} = 1$$

$$KE_X(\Delta \rightarrow E) = -\frac{\Delta Y}{\Delta X} = -\frac{0-10}{30-24} = \frac{5}{3} = 1.67$$

- Παρατήρηση: Καθώς αυξάνεται η παραγόμενη ποσότητα του αγαθού X, το **κόστος ευκαιρίας** του X αυξάνεται.

- Δηλαδή, καθώς αυξάνεται η παραγόμενη ποσότητα του X, η κλίση της PPF αυξάνεται (η PPF είναι μια **κοίλη** καμπύλη).

- Το **αυξανόμενο κόστος ευκαιρίας** του αγαθού X οφείλεται στο γεγονός ότι το **οριακό προϊόν** της εργασίας είναι **φθίνον** (δηλαδή η παραγωγή χαρακτηρίζεται από **φθίνουσες αποδόσεις κλίμακας**).

- Ορισμός: Το **οριακό προϊόν της εργασίας** είναι το πρόσθετο προϊόν που μπορεί να παραχθεί αν χρησιμοποιήσουμε μια επιπλέον μονάδα εργασίας στην παραγωγή του αγαθού, ενώ η ποσότητα των άλλων παραγωγικών συντελεστών παραμένει σταθερή.

- Για το αγαθό X , το οριακό προϊόν της εργασίας είναι:

$$MP_{L_X} = \frac{\Delta X}{\Delta L_X} (= \frac{dX}{dL_X})$$

- Όμοια, για το αγαθό Y το οριακό προϊόν της εργασίας είναι:

$$MP_{L_Y} = \frac{\Delta Y}{\Delta L_Y} (= \frac{dY}{dL_Y})$$

- Παράδειγμα (συνέχεια):

• Το οριακό προϊόν του 1^{ου} εργάτη που απασχολείται στην παραγωγή του X είναι:

$$MP_{L_X} (A \rightarrow B) = \frac{\Delta X}{\Delta L_X} = \frac{9-0}{1-0} = 9$$

- Το οριακό προϊόν του 2^{ου} εργάτη που απασχολείται στην παραγωγή του X είναι:

$$MP_{L_X} (B \rightarrow \Gamma) = \frac{\Delta X}{\Delta L_X} = \frac{17-9}{2-1} = 8$$

- Το οριακό προϊόν του 3^{ου} εργάτη που απασχολείται στην παραγωγή του X είναι:

$$MP_{L_X} (\Gamma \rightarrow \Delta) = \frac{\Delta X}{\Delta L_X} = \frac{24-17}{3-2} = 7$$

- Το οριακό προϊόν του 4^{ου} εργάτη που απασχολείται στην παραγωγή του X είναι:

$$MP_{L_X} (\Delta \rightarrow E) = \frac{\Delta X}{\Delta L_X} = \frac{30-24}{4-3} = 6$$

- Καθώς αυξάνεται η ποσότητα της εργασίας που χρησιμοποιείται στην παραγωγή του αγαθού X, το οριακό προϊόν της εργασίας μειώνεται.

- Δηλαδή, το **οριακό προϊόν** της εργασίας είναι **φθίνον** (η παραγωγή του αγαθού X χαρακτηρίζεται από **φθίνουσες αποδόσεις κλίμακας**).

- Όμοια, υπολογίζουμε το οριακό προϊόν της εργασίας για το αγαθό Y.

• Το οριακό προϊόν του 1^{ου} εργάτη που απασχολείται στην παραγωγή του Y είναι:

$$MP_{L_Y} (E \rightarrow \Delta) = \frac{\Delta Y}{\Delta L_Y} = \frac{10 - 0}{1 - 0} = 10$$

• Το οριακό προϊόν του 2^{ου} εργάτη που απασχολείται στην παραγωγή του Y είναι:

$$MP_{L_Y} (\Delta \rightarrow \Gamma) = \frac{\Delta Y}{\Delta L_Y} = \frac{17 - 10}{2 - 1} = 7$$

• Το οριακό προϊόν του 3^{ου} εργάτη που απασχολείται στην παραγωγή του Y είναι:

$$MP_{L_Y} (\Gamma \rightarrow B) = \frac{\Delta Y}{\Delta L_Y} = \frac{22 - 17}{3 - 2} = 5$$

• Το οριακό προϊόν του 4^{ου} εργάτη που απασχολείται στην παραγωγή του Y είναι:

$$MP_{L_Y} (B \rightarrow A) = \frac{\Delta Y}{\Delta L_Y} = \frac{25 - 22}{4 - 3} = 3$$

- Άρα, το οριακό προϊόν της εργασίας είναι επίσης φθίνον για το αγαθό Y (η παραγωγή του Y χαρακτηρίζεται επίσης από φθίνουσες αποδόσεις κλίμακας).

Εξήγηση αυξανόμενου κόστους ευκαιρίας για το αγαθό X :

- Καθώς μετακινούνται πρόσθετοι εργάτες από την παραγωγή του αγαθού Y στην παραγωγή του X , το οριακό προϊόν της εργασίας για το αγαθό X μειώνεται ($\downarrow \Delta X$), ενώ θυσιάζονται ολοένα περισσότερες μονάδες του αγαθού Y ($\uparrow \Delta Y$).

\Rightarrow Η απόκτηση μιας επιπλέον μονάδας του αγαθού X απαιτεί τη θυσία ολοένα περισσότερων μονάδων του αγαθού Y , δηλαδή το κόστος ευκαιρίας του X αυξάνεται.

- Όμοια, μπορούμε να δείξουμε ότι το κόστος ευκαιρίας του αγαθού Y είναι επίσης αυξανόμενο.

- Γενικά: Αν το οριακό προϊόν της εργασίας είναι φθίνον (δηλαδή αν η παραγωγή χαρακτηρίζεται από φθίνουσες αποδόσεις κλίμακας), τότε το κόστος ευκαιρίας των αγαθών είναι αυξανόμενο (δηλαδή η PPF είναι μια κοίλη καμπύλη).

Εξαγωγή PPF από τις Συναρτήσεις Παραγωγής

- Ορισμός: Η **συνάρτηση παραγωγής** ενός αγαθού δείχνει τη μέγιστη ποσότητα του αγαθού που μπορεί να παραχθεί από μια δεδομένη ποσότητα παραγωγικών συντελεστών.
- Έστω ότι η οικονομία αποτελείται από ένα άτομο A που παράγει δύο αγαθά X και Y.
- Ο A διαθέτει 10 μονάδες εργασίας, οι οποίες κατανέμονται στην παραγωγή των αγαθών X και Y:

$$L_x + L_y = 10 \quad (1)$$

Παραγωγικές Δυνατότητες (Τεχνολογία Παραγωγής) για τον A

- Ο A μπορεί να παράγει 10 μονάδες αγαθού X ανά ώρα εργασίας.

$$X = 10L_x : \text{Συνάρτηση Παραγωγής του αγαθού X για τον A} \quad (2)$$

- Ο A μπορεί να παράγει 20 μονάδες αγαθού Y ανά ώρα εργασίας.

$$Y = 20L_y : \text{Συνάρτηση Παραγωγής του αγαθού Y για τον A} \quad (3)$$

- Χρησιμοποιούμε τις εξισώσεις (1) έως (3) για να εξάγουμε την καμπύλη παραγωγικών δυνατοτήτων, ως εξής:

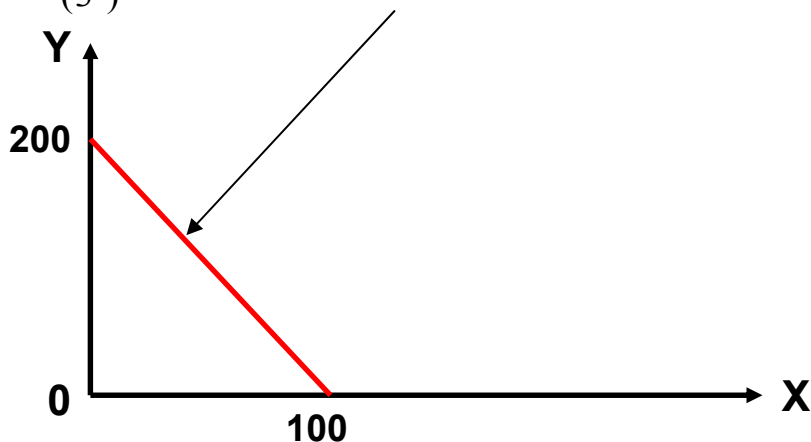
• Λύνουμε τις (2), (3) ως προς L_x και L_y , αντίστοιχα:

$$(2) \Leftrightarrow L_x = \frac{1}{10} X \quad (2')$$

$$(3) \Leftrightarrow L_y = \frac{1}{20} Y \quad (3')$$

• Αντικαθιστούμε τις (2') και (3') στην (1) και παίρνουμε την εξίσωση της καμπύλης παραγωγικών δυνατοτήτων (PPF_A) για τον A:

$$(1) \stackrel{(2')}{\Leftrightarrow} \boxed{2X + Y = 200} \stackrel{(3')}{\Leftrightarrow} : PPF_A \quad (4)$$



- Το κόστος ευκαιρίας των αγαθών X και Y για τον A είναι:

$$KE_X = -\frac{dY}{dX} = 2, \quad KE_Y = -\frac{dX}{dY} = \frac{1}{KE_X} = 1/2$$

- Στο παράδειγμα αυτό, το κόστος ευκαιρίας του αγαθού X είναι σταθερό, διότι το οριακό προϊόν της εργασίας είναι σταθερό:

$$MP_{L_X} = \frac{dX}{dL_X} = 10, \quad MP_{L_Y} = \frac{dY}{dL_Y} = 20$$

- **Γενικά:** Αν το οριακό προϊόν της εργασίας είναι σταθερό (δηλαδή αν η παραγωγή χαρακτηρίζεται από σταθερές αποδόσεις κλίμακας), τότε το κόστος ευκαιρίας των αγαθών είναι σταθερό (δηλαδή η PPF είναι μια ευθεία γραμμή).

Συγκριτικό Πλεονέκτημα

- Έστω ότι προστίθεται ένα νέο άτομο B στην οικονομία.

- Ο B διαθέτει επίσης 10 μονάδες εργασίας, οι οποίες κατανέμονται στην παραγωγή των αγαθών X και Y:

$$L_x + L_y = 10 \quad (5)$$

Παραγωγικές Δυνατότητες (Τεχνολογία Παραγωγής) για τον B

- Ο B μπορεί να παράγει 20 μονάδες αγαθού X ανά ώρα εργασίας.

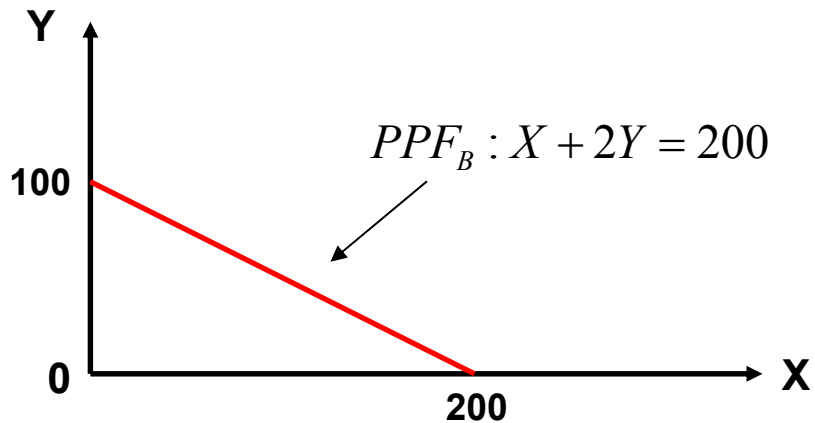
$$X = 20L_x : \text{Συνάρτηση Παραγωγής του αγαθού X για τον B} \quad (6)$$

- Ο B μπορεί να παράγει 10 μονάδες αγαθού Y ανά ώρα εργασίας.

$$Y = 10L_y : \text{Συνάρτηση Παραγωγής του αγαθού Y για τον B} \quad (7)$$

- Χρησιμοποιούμε τις εξισώσεις (5) έως (7) για να εξάγουμε την καμπύλη παραγωγικών δυνατοτήτων (PPF_B) για τον B, με τον τρόπο που περιγράφηκε παραπάνω:

$$\boxed{X + 2Y = 200} : PPF_B \quad (8)$$



- Το κόστος ευκαιρίας των αγαθών X και Y για τον B είναι:

$$KE_X = -\frac{dY}{dX} = 1/2, \quad KE_Y = -\frac{dX}{dY} = \frac{1}{KE_X} = 2$$

- Ορισμός: Ο A (B) έχει **συγκριτικό πλεονέκτημα** στην παραγωγή του αγαθού X αν το κόστος ευκαιρίας του X για τον A (B) είναι μικρότερο από το κόστος ευκαιρίας του X για τον B (A).

- Στο παράδειγμα, έχουμε:

$$KE_X (\text{για τον B}) = 1/2 < KE_X (\text{για τον A}) = 2$$

=> Ο B έχει συγκριτικό πλεονέκτημα στην παραγωγή του αγαθού X.

$$KE_Y (\text{για τον A}) = 1/2 < KE_Y (\text{για τον B}) = 2$$

⇒ Ο Α έχει συγκριτικό πλεονέκτημα στην παραγωγή του αγαθού Y.

- Παρατήρηση: Γνωρίζουμε ότι $KE_X = 1 / KE_Y$

⇒ Αν ο Α έχει συγκριτικό πλεονέκτημα στην παραγωγή του ενός αγαθού, τότε ο Β έχει συγκριτικό πλεονέκτημα στην παραγωγή του άλλου αγαθού.

- Δηλαδή, το ίδιο άτομο δεν είναι δυνατό να έχει συγκριτικό πλεονέκτημα στην παραγωγή και των δύο αγαθών.

Εξαγωγή Καμπύλης Παραγωγικών Δυνατοτήτων για το Σύνολο της Οικονομίας (*Joint PPF*)

- Μπορούμε να χρησιμοποιήσουμε τις PPF_A , PPF_B προκειμένου να εξάγουμε την PPF για το σύνολο της οικονομίας.

$$PPF_A : 2X_A + Y_A = 200 \quad \Leftrightarrow \quad Y_A = 200 - 2X_A \quad (9)$$

$$PPF_B : X_B + 2Y_B = 200 \quad \Leftrightarrow \quad Y_B = 100 - \frac{1}{2}X_B \quad (10) \quad 17$$

$$X = X_A + X_B \quad [\text{Συνολική παραγόμενη ποσότητα } X] \quad (11)$$

$$Y = Y_A + Y_B \quad [\text{Συνολική παραγόμενη ποσότητα } Y] \quad (12)$$

$$(12) \stackrel{(9)}{\Leftrightarrow} Y = 300 - 2X_A - \frac{1}{2}X_B \quad (13)$$

- Έστω ότι οι Α και Β απασχολούνται αρχικά μόνο στην παραγωγή του αγαθού Y:

$$X_A = 0 \stackrel{(9)}{\Rightarrow} Y_A = 200$$

$$X_B = 0 \stackrel{(10)}{\Rightarrow} Y_B = 100 . \text{ Τότε:}$$

$$X = X_A + X_B = 0, Y = Y_A + Y_B = 300$$

=> Ο συνδυασμός $\Gamma (X=0, Y=300)$ είναι ένα (ακραίο) σημείο της PFF.

- Αν η οικονομία θέλει να παράγει θετική ποσότητα X, θα μετακινήσει αρχικά (από την παραγωγή Y στην παραγωγή X) τον εργάτη Β, ο οποίος έχει συγκριτικό πλεονέκτημα στην παραγωγή X.¹⁸

- Ο Α συνεχίζει να απασχολείται μόνο στην παραγωγή Y:

$$X_A = 0, Y_A = 200$$

- Ο Β παράγει θετικές ποσότητες και από τα δύο αγαθά:

$$X_B > 0, Y_B > 0$$

$$\Rightarrow X = X_A + X_B = X_B, Y = Y_A + Y_B = 200 + Y_B. \text{ Άρα:}$$

$$(13) \Leftrightarrow Y = 300 - \frac{1}{2}X \quad (14)$$

- Ο Β συνεχίζει να αφιερώνει ολοένα περισσότερες μονάδες εργασίας στην παραγωγή του X, μέχρι το σημείο όπου απασχολείται αποκλειστικά στην παραγωγή του X (και καθόλου στην παραγωγή Y):

$$Y_B = 0, X_B = 200 \text{ (και } X_A = 0, Y_A = 200)$$

$$\Rightarrow X = X_A + X_B = 200, Y = Y_A + Y_B = 200$$

\Rightarrow Ο συνδυασμός Δ ($X=200, Y=200$) επί της PPF παριστάνει το σημείο πλήρους εξειδίκευσης.

- Στο σημείο Δ, κάθε άτομο απασχολείται αποκλειστικά στην παραγωγή του αγαθού όπου έχει συγκριτικό πλεονέκτημα (ο Α παράγει μόνο το αγαθό Y, ενώ ο Β παράγει μόνο το αγαθό X).

• Άρα: Για $0 \leq X \leq 200$, η εξίσωση της PPF είναι $Y = 300 - \frac{1}{2}X$

- Αν η οικονομία θέλει να παράγει ακόμα μεγαλύτερη ποσότητα X, θα μετακινήσει και τον Α από την παραγωγή Y στην παραγωγή X.

• Ο Β συνεχίζει να απασχολείται μόνο στην παραγωγή X:

$$Y_B = 0, X_B = 200$$

• Ο Α παράγει θετικές ποσότητες και από τα δύο αγαθά:

$$X_A > 0, Y_A > 0$$

$$\Rightarrow X = X_A + X_B = X_A + 200, Y = Y_A + Y_B = Y_A. \text{ Άρα:}$$

$$(13) \Leftrightarrow Y = 600 - 2X \quad (15)$$

- Ο Α συνεχίζει να αφιερώνει ολοένα περισσότερες μονάδες εργασίας στην παραγωγή του X , μέχρι το σημείο όπου απασχολείται και αυτός αποκλειστικά στην παραγωγή X (και καθόλου στην παραγωγή Y):

$$Y_A = 0, X_A = 100 \text{ (και } Y_B = 0, X_B = 200)$$

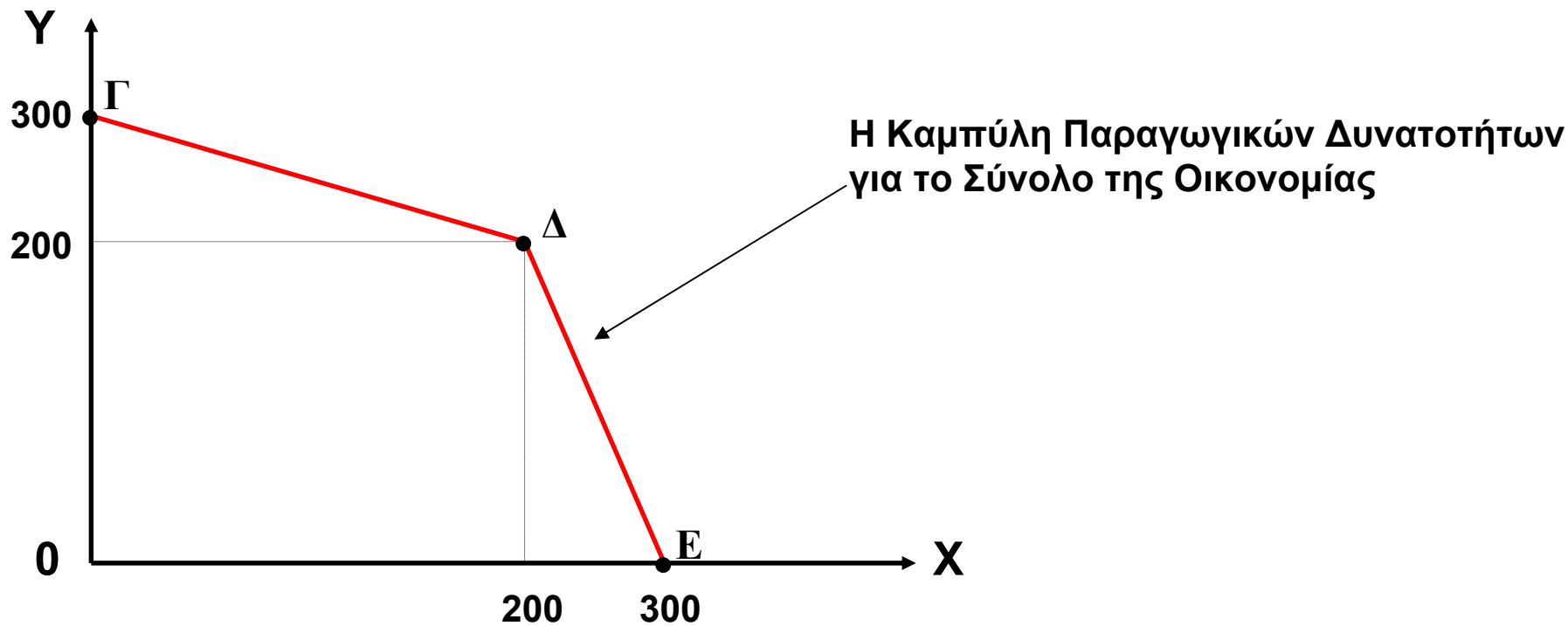
$$\Rightarrow X = X_A + X_B = 300, Y = Y_A + Y_B = 0$$

\Rightarrow Ο συνδυασμός $E (X=300, Y=0)$ είναι ένα (ακραίο) σημείο της PPF.

• Άρα: Για $200 \leq X \leq 300$, η εξίσωση της PPF είναι $Y = 600 - 2X$

- Συνδυάζουμε τις (14), (15) και παίρνουμε την PPF για το σύνολο της οικονομίας:

$$Y = \begin{cases} 300 - \frac{1}{2}X, & \text{αν } 0 \leq X \leq 200 \\ 600 - 2X, & \text{αν } 200 \leq X \leq 300 \end{cases}$$



- Παρατήρηση: Η PPF παρουσιάζει 'κύρτωση' (kink) στο σημείο Δ, όπου η οικονομία αλλάζει την τεχνολογία παραγωγής του αγαθού X.