



ΘΕΩΡΙΑ ΠΑΡΑΓΩΓΗΣ

ΜΑΘΗΜΑ 6

Ο καταναλωτής λαμβάνει υπόψη του την **τιμή ενός αγαθού** σε σχέση με τη **προσδοκώμενη ωφέλεια** που θα το αποφέρει προκειμένου να αποφασίσει σχετικά για την ζήτηση του. Η επιχείρηση λαμβάνει υπόψη της το κόστος των προϊόντων που θα παράγει προκειμένου να προχωρήσει στη παραγωγή, προσφέροντας ποσότητα για πώληση στην αγορά.

Το κοινό στοιχείο είναι ότι και οι δυο μεγιστοποιούν ποσότητα για να επιτύχουν τον στόχο τους.

- Ο καταναλωτής θέλει να μεγιστοποιήσει την χρησιμότητα από τη κατανάλωση αγαθών.
- Η επιχείρηση να μεγιστοποιήσει το κέρδος από την πώληση των αγαθών. Το κέρδος διαμορφώνεται από την τεχνολογία παραγωγής.

Τι κοινό έχουν ένας αγρότης και η coka cola;

Είναι και οι δυο παραγωγικές μονάδες της οικονομίας οι οποίες μετασχηματίζουν συντελεστές παραγωγής σε αγαθά και οι υπηρεσίες.

χρησιμοποιούν εισροές και τις μετασχηματίζουν σε εκροές

Παραγωγή είναι ο μετασχηματισμός των συντελεστών παραγωγής (εισροών) σε προϊόν (εκροές). Θα πρέπει να τονίσουμε ότι η παραγωγή περιγράφει μία τεχνολογική σχέση, και όχι μία οικονομική σχέση. Δηλαδή, περιγράφει σχέσεις μεταξύ ποσοτήτων (εισροών και εκροής) στις οποίες δεν υπεισέρχεται καθόλου η έννοια του χρήματος (κόστους, εσόδου, ή κέρδους).

Οι παραγωγικοί συντελεστές είναι γη, κεφάλαιο, εργασία, επιχειρηματικότητα, για λόγους ευκολίας εμείς στην 34 εξετάζουμε μόνο το κεφάλαιο και τη εργασία

$$Q = F(K, L)$$

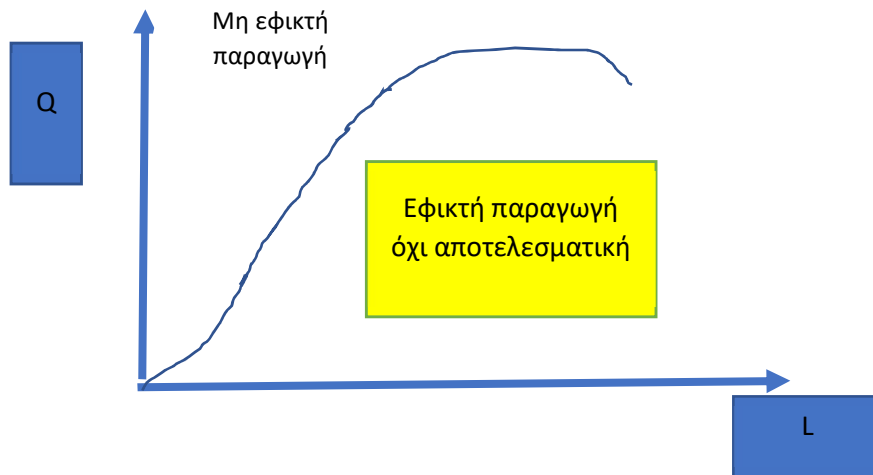
Η συνάρτηση παραγωγής δείχνει τη **σχέση μεταξύ ποσοτήτων και όχι των αξιών του (K,L)**. Με την έννοια της παραγωγής αναφερόμαστε στον μετασχηματισμό κάποιων παραγωγικών συντελεστών (εισροών) σε προϊόν (εκροή).

Η συνάρτηση παραγωγής μας δείχνει ποια είναι η μέγιστη ποσότητα προϊόντος που μπορεί να παραχθεί σε συγκεκριμένες ποσότητες κεφαλαίου και εργασίας. Ωστόσο υπάρχει και παραγωγή με λιγότερες ποσότητες κεφαλαίου και εργασίας, κατά συνέπεια έχουμε εφικτές και ανέφικτες περιοχές παραγωγής.

Επομένως θα ορίσουμε την **τεχνική αποτελεσματικότητα** ως την έννοια που δείχνει το βαθμό που στον οποίο παίρνουμε το μέγιστο δυνατό προϊόν από τις εισροές ή εναλλακτικά τον βαθμό στον οποίο χρησιμοποιούμε τις ελάχιστες δυνατές εισροές για την παραγωγή συγκεκριμένου επιπέδου προϊόντος (εκροή).

Η Τεχνική αποτελεσματικότητα δεν συνεπάγεται απαραίτητα οικονομική αποτελεσματικότητα.

- Για Τεχνική Αποτελεσματικότητα ελέγχουμε εάν το ίδιο Q μπορεί να παραχθεί με μικρότερη ποσότητα από τη μία τουλάχιστον εισροή.
- Για Οικονομική Αποτελεσματικότητα ελέγχουμε εάν το ίδιο Q μπορεί να παραχθεί με μικρότερο **κόστος** εισροών.



Όπως και η καμπύλη παραγωγικών δυνατοτήτων έτσι και η καμπύλη συνολικού προϊόντος διαχωρίζει την εφικτή και ανέφικτη παραγωγή. όλα τα σημεία πάνω από τη καμπύλη είναι ανέφικτα. Τα σημεία που είναι κάτω από τη καμπύλη είναι εφικτά αλλά όχι αποτελεσματικά. Χρησιμοποιούν περισσότερο εργατικό δυναμικό από ότι χρειάζεται για την παραγωγή μιας δεδομένης ποσότητας προϊόντος. Μόνο τα σημεία πάνω στη καμπύλη είναι αποτελεσματικά.

Προσοχή σε multiple στον ορισμό για τη τεχνική αποτελεσματικότητα.

Ερώτηση πολλαπλών επιλογών – Τελικές εξετάσεις 2012-2013

Η συνάρτηση παραγωγής ενός προϊόντος δίνει:

A. όλους τους συνδυασμούς ποσοτήτων παραγωγικών συντελεστών που παράγουν την ίδια ποσότητα προϊόντος.

B. τη μέγιστη ποσότητα προϊόντος που δύναται να παραχθεί από κάθε συνδυασμό ποσοτήτων παραγωγικών συντελεστών. (Ορισμός της συνάρτησης παραγωγής ή αλλιώς συνάρτηση συνολικού προϊόντος)

C. όλες τις ποσότητες προϊόντος που μπορούν να παραχθούν από τον ίδιο συνδυασμό ποσοτήτων παραγωγικών συντελεστών.

D. όλες τις ποσότητες προϊόντος που μπορούν να παραχθούν με το ίδιο κόστος.

ΒΡΑΧΥΧΡΟΝΙΑ ΠΕΡΙΟΔΟΣ

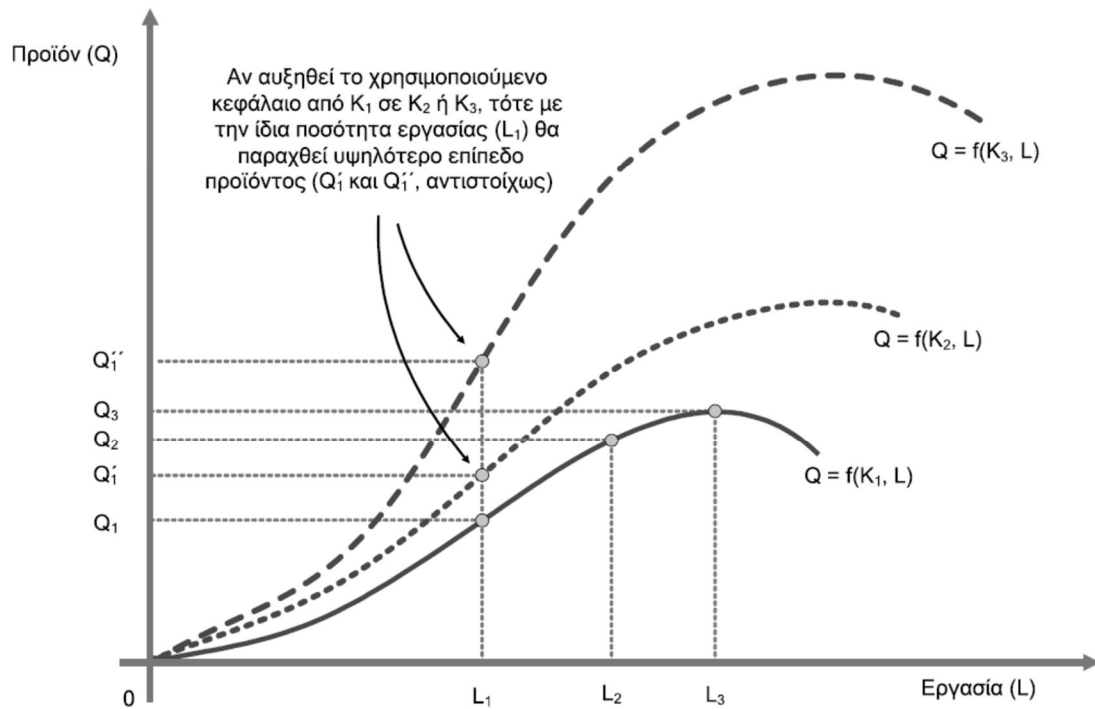
Βραχυχρόνια περίοδος ονομάζουμε αυτή τη περίοδο στην οποία, θεωρείται **ότι ένας παραγωγικός συντελεστής παραμένει σταθερός** και δεν μπορεί να μεταβληθεί. Ο σταθερός συντελεστής που δεν μπορεί να μεταβληθεί στη βραχυχρόνια περίοδο **είναι το κεφάλαιο**

ΜΑΚΡΟΧΡΟΝΙΑ ΠΕΡΙΟΔΟΣ

Μακροχρόνια περίοδος ονομάζουμε αυτή τη περίοδο όπου όλοι οι παραγωγικοί συντελεστές μπορούν να μεταβληθούν.

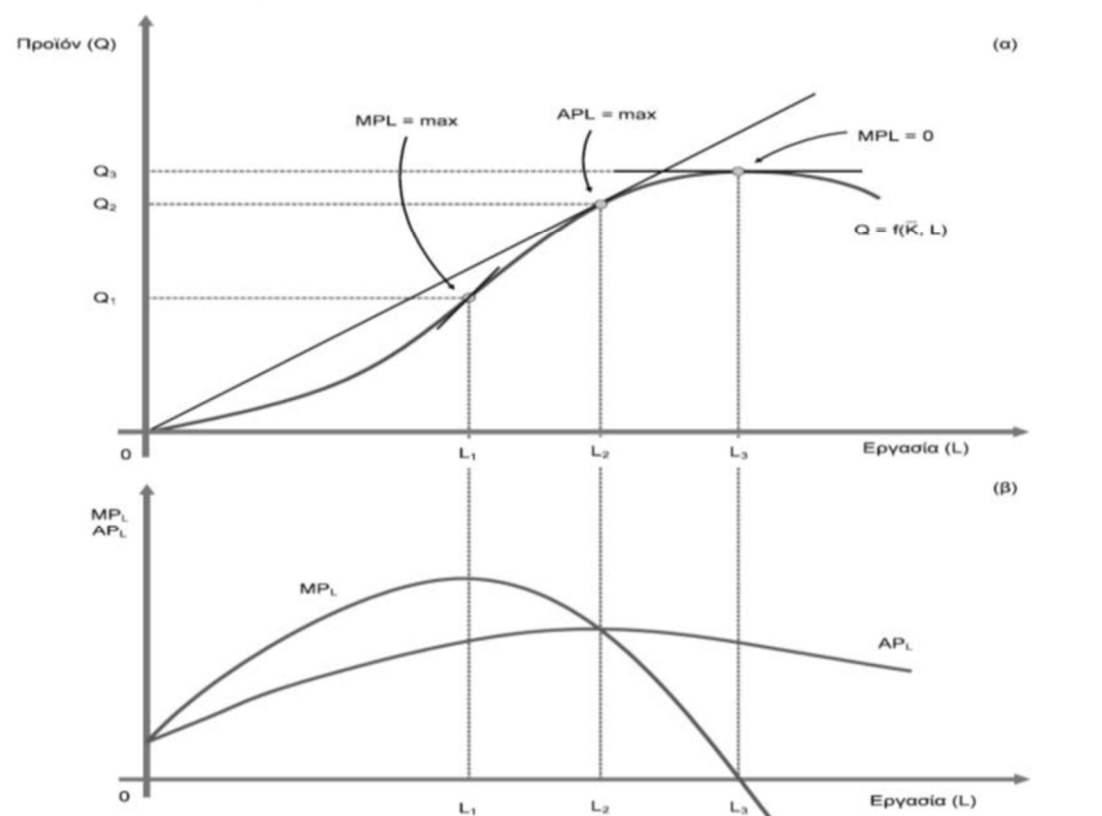
Θεωρία παραγωγής στη βραχυχρόνια περίοδο

Τρεις καμπύλες συνολικού προϊόντος για (σταθερό κάθε φορά) επίπεδο κεφαλαίου K_1 , K_2 και K_3 ($K_1 < K_2 < K_3$)



Γραφική παράσταση της συνάρτησης παράγωγης η αλλιώς καμπύλη συνολικού προϊόντος δείχνει το επίπεδο παράγωγης για κάθε επίπεδο του μεταβλητού συντελεστή.

(α) Καμπύλη συνολικού προϊόντος
(β) Καμπύλες μέσου και οριακού προϊόντος



ΜΕΣΟ ΠΡΟΙΟΝ

$$AP_L = \frac{TP}{L} = \frac{Q}{L} = \frac{\text{Συνολικό προϊόν}}{\text{ποσότητα του απασχολουμένου εργατικού δυναμικού}}$$

μιας εισροής ορίζεται το πηλίκο του συνολικού προϊόντος δια της ποσότητας εργασίας που χρησιμοποιείται σε συνδυασμό με τη σταθερή εισροή για να παραχθεί το προϊόν. Είναι το συνολικό προϊόν ανά εργαζόμενο που απασχολείται. (το μέσο προϊόν είναι η παραγωγικότητα της εργασίας)

μας δείχνει το προϊόν ανά μονάδα εργασίας.

Γραφικά το μέσο προϊόν δίνεται από την κλίση της ακτίνας που ενώνει την αρχή των αξόνων με κάποιο σημείο της καμπύλης του συνολικού προϊόντος.

ΟΡΙΑΚΟ ΠΡΟΙΟΝ

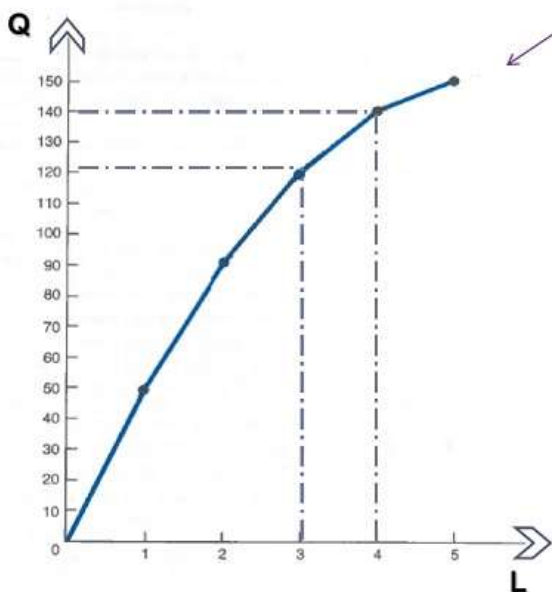
$$MP_L = \frac{dQ}{dL} = \frac{\Delta Q}{\Delta L} = \frac{\text{ΜΕΤΑΒΟΛΗ στο συνολικό προϊόν}}{\text{ΜΕΤΑΒΟΛΗ στην ποσότητα του εργατικού δυναμικού}}$$

Ορισμοί $MP_L = \frac{dQ}{dL}$ το οριακό προϊόν Δείχνει : Την επιπλέον παραγομένη ποσότητα από μια μοναδιαία αύξηση του συντελεστή παραγωγής.

$MP_L = \frac{dQ}{dL}$. Το οριακό προϊόν της εργασίας μας δείχνει ότι εάν αυξηθεί η εργασία κατά 1 μονάδα ποσό θα αυξηθεί το προϊόν.

Αντίστοιχα το οριακό προϊόν του κεφαλαίου θα είναι $MP_K = \frac{dQ}{dK}$. Το οριακό προϊόν του κεφαλαίου μας δείχνει ότι εάν αυξηθεί το κεφάλαιο κατά 1 μονάδα ποσό θα αυξηθεί το προϊόν .

Γραφικά το οριακό προϊόν δίνεται από τη κλίση της εφαπτομένης σε κάθε σημείο της καμπύλης του συνολικού προϊόντος στα διάφορα επίπεδα εργασίας.



Η διπλανή καμπύλη συνολικού προϊόντος μας "λέει" ότι..

.. για την παραγωγή 120 μονάδων προϊόντος απαιτούνται 3 εργαζόμενοι οπότε κατά "μέσο όρο" ο κάθε εργαζόμενος παράγει 40 μονάδες (δλδ. "μέσο προϊόν" των 3 εργαζομένων ίσο με 40).

.. η προσθήκη του 4ου εργαζομένου αυξάνει την παραγωγή από 120 σε 140 μονάδες προϊόντος οπότε ο εργαζόμενος αυτός βοηθάει στην αύξηση της παραγωγής κατά 20 μονάδες (δλδ. "οριακό προϊόν" του 4ου εργαζομένου ίσο με 20).

Ερώτηση πολλαπλών επιλογών

Το μέσο προϊόν της εργασίας 10 εργαζομένων είναι 100 μονάδες προϊόντος. Προσθέτοντας 2 επιπλέον εργαζόμενους αυξάνεται το συνολικό προϊόν κατά 500 μονάδες. Το μέσο προϊόν της εργασίας των 12 εργαζομένων είναι:

- (α) 100 μονάδες προϊόντος
- (β) 125 μονάδες προϊόντος
- (γ) 250 μονάδες προϊόντος

Απάντηση

Μας δίνεται ότι «το μέσο προϊόν της εργασίας 10 εργαζομένων είναι 100 μονάδες προϊόντος», δηλαδή $AP_{L=10} = 100$.

είναι: $AP_L = \frac{TP}{L} = \frac{Q}{L} \Leftrightarrow AP_{L=10} = 100$ ΟΠΟΤΕ

$$100 = \frac{Q}{10} \Leftrightarrow Q = 1.000$$

Επίσης μας δίνεται ότι «προσθέτοντας 2 επιπλέον εργαζόμενους αυξάνεται το συνολικό προϊόν κατά 500 μονάδες».

Αντικαθιστώντας στο τύπο του μέσου προϊόντος της εργασίας $L=12$

εργαζομένων θα είναι: $AP_{L=12} = \frac{1000+500}{10+2} \Leftrightarrow AP_{L=12} = 125$

Ερώτηση πολλαπλών επιλογών

Το συνολικό προϊόν 10 εργαζομένων είναι 400 μονάδες προϊόντος. Εάν προσθέσουμε 4 εργαζόμενους και το συνολικό προϊόν αυξηθεί στις 800 μονάδες, το οριακό προϊόν της εργασίας είναι

- A) 90
- B)100**
- Γ)125
- Δ)200

Λύση

Είναι $MP_L = \frac{dq}{dL} \Leftrightarrow MP_{L=14} = \frac{800-400}{14-10} \Leftrightarrow MP_{L=14} = 100$

**Ερώτηση πολλαπλών επιλογών – Επαναληπτικές εξετάσεις 2014-2015
(Οριακό προϊόν εργασίας)**

Σε μία επιχείρηση που απασχολούσε 100 εργαζόμενους και παρήγαγε 1.000 τόνους προϊόντος, η προσθήκη δύο επιπλέον εργαζομένων οδήγησε σε αύξηση του συνολικού προϊόντος κατά 120 τόνους.

Σύμφωνα με τα δεδομένα, το οριακό προϊόν της εργασίας στην επιχείρηση αυτή είναι:

- A. 120 τόνοι προϊόντος
- B. 50 τόνοι προϊόντος
- Γ. **60 τόνοι προϊόντος**
- Δ. 10 τόνοι προϊόντος

$$MP_L = \frac{\Delta Q}{\Delta L} \Leftrightarrow MP_L = \frac{1120 - 1000}{102 - 100} \Leftrightarrow MP_L = 60$$

ΝΟΜΟΣ ΤΩΝ ΦΘΙΝΟΥΣΩΝ ΑΠΟΔΟΣΕΩΝ Η ΝΟΜΟΣ ΤΗΣ ΜΗ ΑΝΑΛΟΓΟΥ ΑΠΟΔΟΣΕΩΣ

Ορισμοί φθίνουσας οριακής απόδοσης προσοχή- είμαστε στη βραχυχρόνια περίοδο

Φθίνουσες Οριακές Αποδόσεις : Αν αυξάνει η χρήση ενός ΣΠ, διατηρώντας όλους τους άλλους ΣΠ: σταθερούς και την τεχνολογία αμετάβλητη, τότε οι διαδοχικές Αυξήσεις στο συνολικό προϊόν TP από κάποιο σημείο και μετά θα γίνονται όλο και μικρότερες

- Όταν η τεχνολογία παράγωγης και ορισμένες από τις εισροές είναι σταθερές, ενώ η ποσότητα της μεταβλητής εισροής συνεχίζει να αυξάνεται, η οριακή παραγωγικότητα της μεταβλητής εισροής θα αρχίζει να μειώνεται μετά από κάποιο ύψος παράγωγης.

Άλλη έκφραση ίδιο αποτέλεσμα

- Το οριακό προϊόν του μεταβλητού συντελεστή θα αρχίζει να μειώνεται από κάποιο επίπεδο παραγωγής και μετά δηλαδή αν συνδυάζουμε κεφάλαιο και μεγαλύτερες ποσότητες εργασίας θα ύπαρξη σημείο όπου το οριακό προϊόν θα μειώνεται και το συνολικό προϊόν θα αυξάνεται με φθίνοντα ρυθμό.

- **Άλλη έκφραση ίδιο αποτέλεσμα** : φθίνουσα οριακή απόδοση υπάρχει όταν το οριακό προϊόν ενός επιπλέον εργαζομένου είναι μικρότερο από το οριακό προϊόν του προηγούμενου εργαζομένου.

Ο νόμος της **φθίνουσας απόδοσης** «σημειώνει» ότι **βραχυχρονίως** η αύξηση της χρήσης ενός μεταβλητού παραγωγικού συντελεστή (διατηρώντας όλους τους άλλους παραγωγικούς συντελεστές σταθερούς και την τεχνολογία αμετάβλητη) από κάποιο σημείο και μετά θα οδηγήσει...|

...σε αυξήσεις του **συνολικού προϊόντος** (Q) που θα είναι ολοένα και μικρότερες και ως εκ τούτου!

...σε μείωση του **οριακού προϊόντος** (MP) του μεταβλητού παραγωγικού συντελεστή για παράδειγμα...

L	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Q	0	18	40	72	108	140	156	168	168	162
MP_L	-	18	22	32	36	32	16	12	0	-6

- ... ο νόμος των φθινουσών αποδόσεων ξεκινάει **μετά την 4^η μονάδα εργασίας** γιατί στην ουσία ο 5ος εργαζόμενος αυξάνει το συνολικό προϊόν λιγότερο από ότι ο 4ος εργαζόμενος (δηλαδή ο 4^{ος} εργαζόμενος αύξησε το συνολικό προϊόν κατά 36 μονάδες ενώ ο 5ος το αυξάνει κατά 32 μονάδες) και κατ' επέκταση, μετά την 4^η μονάδα εργασίας **αρχίζει και φθίνει το οριακό προϊόν της εργασίας**

Εφαρμογή και προσαρμογή στη θεωρία

Έστω ότι είμαστε στη ΒΡΑΧΥΧΡΟΝΙΑ περίοδο. Έπομένως έχουμε το συντελεστή κεφάλαιο πάντα σταθερό και ίσο έστω με 20 χρηματικές μονάδες. Έπομένως ο μεταβλητός συντελεστής είναι η εργασία. Έστω ότι εμείς αυξάνουμε την εργασία τότε παρατηρούμε σύμφωνα με τα στοιχεία του πίνακα ότι :

K	L	Q
20	0	0
20	1	2
20	2	12
20	3	27
20	4	64
20	5	125
20	6	216
20	7	343
20	8	512
20	9	729
20	10	980
20	11	1.222,1
20	12	1.432,8
20	13	1.613,95
20	14	1.755,18
20	15	1.867,5

L	Q	$AP_L = \frac{TP}{L} = \frac{Q}{L}$	$MP_L = \frac{\Delta Q}{\Delta L}$
1	2	2	2
2	12	6	10
3	27	9	15
4	64	16	37
5	125	25	61
6	216	36	91
7	343	49	127
8	512	64	169
9	729	81	217
10	980	98	251 MAX
11	1222,1	111,1	242,1
12	1432,8	119,4	210,7
13	1613,95	124,15	181,15
14	1755,18	125,37 MAX	141,23
15	1867,5	124,5	112,32
16	1945,6	121,6	78,1

Αρχικά έχουμε αυξουσες οριακές αποδόσεις. Αυτές είναι οι αποδόσεις όπου το οριακό προϊόν ενός επιπλέον εργαζομένου είναι μεγαλύτερο από το οριακό προϊόν του προηγούμενου εργαζομένου. Αυξουσα οριακή απόδοση εμφανίζεται όταν απασχολείται ένας μικρός αριθμός εργαζομένων και αυτό οφείλεται στην αυξημένη εξειδίκευση και τον καταμερισμό της εργασίας κατά τη διαδικασία της παραγωγής.

Τελικά από κάποιο σημείο και μετά το οριακό προϊόν του επόμενου εργαζομένου θα μειωθεί.

Ερώτηση πολλαπλών επιλογών – Τελικές εξετάσεις 2009-2010

Στον πίνακα που ακολουθεί δίνεται το συνολικό προϊόν (Q) μιας επιχείρησης που λειτουργεί σε βραχυχρόνια περίοδο για διάφορες ποσότητες εργασίας (L), η οποία αποτελεί τον μοναδικό μεταβλητό συντελεστή παραγωγής.

L	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Q	14	36	66	92	110	120	125	125	120

Στην περίπτωση αυτή, ο νόμος των φθίνουσών οριακών αποδόσεων εμφανίζεται μετά την:

- α. όγδοη μονάδα εργασίας.
- β. πέμπτη μονάδα εργασίας.
- γ. τέταρτη μονάδα εργασίας.
- δ. τρίτη μονάδα εργασίας.

Ερώτηση πολλαπλών επιλογών – 1^η Γραπτή Εργασία 2012-2013

B.5 Στον πίνακα που ακολουθεί δίνεται το μέσο προϊόν της εργασίας (AP_L) σε μία επιχείρηση που λειτουργεί στη βραχυχρόνια περίοδο για διάφορες ποσότητες εργασίας (L), η οποία αποτελεί τον μοναδικό μεταβλητό συντελεστή παραγωγής:

L	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
AP_L	-	18	20	24	27	28	26	24	21	18

Στην περίπτωση αυτής της επιχείρησης, ο νόμος της φθίνουσας (οριακής) απόδοσης εμφανίζεται μετά την:

- α. έβδομη μονάδα εργασίας.
 - β. όγδοη μονάδα εργασίας.
 - γ. **τέταρτη μονάδα εργασίας.**
 - δ. πέμπτη μονάδα εργασίας.
- βρίσκοντας το Q να υπολογίσουμε

Εδώ μας δίνει το AP_L ως παγίδα αφού στο απόδοσης μας χρειάζεται το MP_L . Το AP_L το υπολογίσουμε το συνολικό προϊόν Q και

Απάντηση

το MP_L που χρειαζόμαστε

Ο νόμος της φθίνουσας (οριακής) απόδοσης εμφανίζεται από το επίπεδο εκείνο του μεταβλητού συντελεστή παραγωγής που το οριακό του προϊόν αρχίζει να μειώνεται. Χρησιμοποιώντας τις σχέσεις $AP_L = Q/L$ και επομένως $Q = AP_L \times L$ και $MP_L = \Delta Q / \Delta L$ βρίσκουμε το συνολικό προϊόν (Q) που παράγει η επιχείρηση και το οριακό προϊόν (MP_L) που παρουσιάζονται στον πίνακα που ακολουθεί.

L	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
AP_L	-	18	20	24	27	28	26	24	21	18
Q	0	18	40	72	108	140	156	168	168	162
MP_L	-	18	22	32	36	32	16	12	0	-6

Σύμφωνα με τα στοιχεία που παρουσιάζονται στην τελευταία γραμμή του πίνακα, το οριακό προϊόν αρχίζει να μειώνεται μετά την τέταρτη μονάδα εργασίας. Άρα η σωστή απάντηση είναι η (γ)

Ερώτηση πολλαπλών επιλογών – 1^η Γραπτή Εργασία 2016-2017

B4 Στη βραχυχρόνια συνάρτηση παραγωγής τα δεδομένα της οποίας απεικονίζονται στον παρακάτω πίνακα, οι φθίνουσες οριακές αποδόσεις εμφανίζονται:

L	1	2	3	4	5	6	7	8
---	---	---	---	---	---	---	---	---

AP_L	4	5	5,8	6	6	5,5	5	4,25
--------	---	---	-----	---	---	-----	---	------

- A. Μετά την πέμπτη μονάδα εργασίας.
 B. Μετά την έβδομη μονάδα εργασίας.
 C. **Μετά την τρίτη μονάδα εργασίας.**
 D. Μετά την τέταρτη μονάδα εργασίας.

Απάντηση

Ο νόμος των φθινουσών οριακών αποδόσεων υποδεικνύει ότι το οριακό προϊόν του μεταβλητού παραγωγικού συντελεστή (δηλαδή συνήθως το MP_L) θα αρχίσει να μειώνεται μετά από κάποιο επίπεδο παραγωγής.

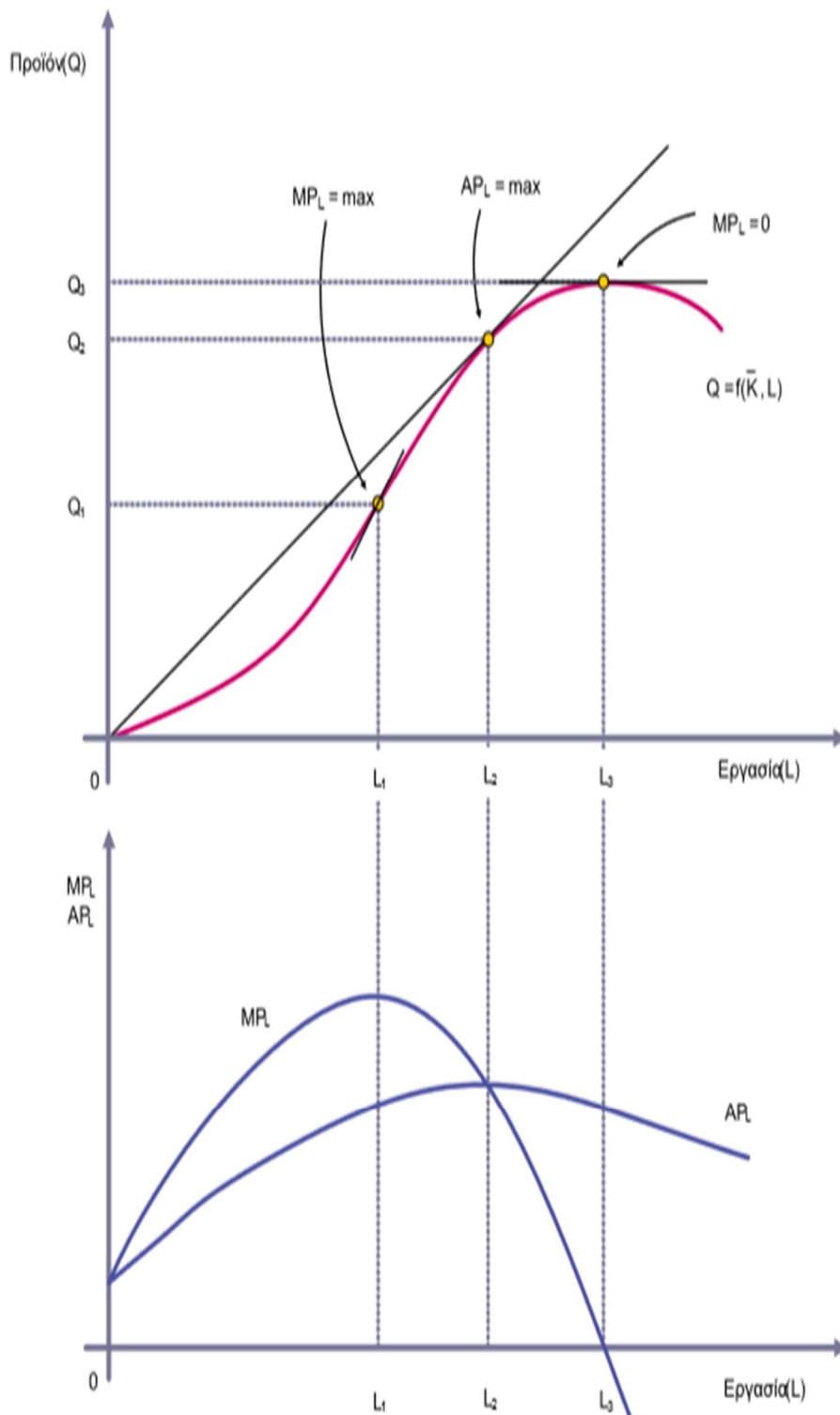
Κατά συνέπεια, για την εφαρμογή του νόμου των φθινουσών οριακών αποδόσεων μας χρειάζεται το οριακό προϊόν της εργασίας (MP_L) και όχι το μέσο που μας δίνεται. Για να βρούμε το MP_L θα πρέπει να υπολογίσουμε πρώτα το συνολικό από το τύπο του $AP_L = Q / L \Rightarrow Q = AP_L * L$ και κατόπιν να υπολογίσουμε το οριακό χρησιμοποιώντας το τύπο $MP_L = \Delta Q / \Delta L$. Θα είναι:

L	1	2	3	4	5	6	7	8
Q	4	10	17,4	24	30	33	35	34
AP_L	4	5	5,8	6	6	5,5	5	4,25
MP_L	-	6	7,4	6,6	6	3	2	-1

Μετά το 3^ο εργαζόμενο το συνολικό προϊόν αρχίζει να αυξάνεται με φθίνοντα ρυθμό. Από τη δεύτερη στην τρίτη μονάδα εργασίας το οριακό προϊόν γίνεται 7,4 που είναι η μέγιστη τιμή του και από την τρίτη στην τέταρτη μονάδα εργασίας αρχίζει να μειώνεται.

Άρα η σωστή απάντηση είναι η C.

Αυτο το σχημα μας είναι από τα πιο βασικά στη ΜΙΚΡΟ



Παρατηρήσεις στο σχήμα:

- Το συνολικό προϊόν αυξάνεται στην αρχή με ταχύ ρυθμό, έπειτα ο ρυθμός αύξησής μειώνεται, ώσπου να φθάσει στο ανώτατο σημείο και στη συνέχεια να μειωθεί.
- Οι μεταβολές του μέσου προϊόντος (APL), είναι μικρότερες από του οριακού (MPL). Αυτό οφείλεται στο ότι το μέσο προϊόν επηρεάζεται και από τις προηγούμενες μονάδες εργασίας και προϊόντος, ενώ το οριακό προϊόν δίνει μόνο την τελευταία μεταβολή του συνολικού προϊόντος.
- Όταν $MPL > 0$ τότε η κλίση του TP είναι αύξουσα. Συγκεκριμένα όταν το MPL αυξάνεται το TP αυξάνεται με αύξοντα ρυθμό (αύξουσες αποδόσεις), ενώ όταν το MPL αρχίζει να μειώνεται το TP συνεχίζει ν' αυξάνεται αλλά με φθίνοντα ρυθμό (φθίνουσες αποδόσεις)
- Όταν $MPL = 0$, τότε $TP \max$.
- Όταν $MPL < 0$, τότε το TP μειώνεται (αρνητικές αποδόσεις)
- Όταν $MPL > APL$ τότε το AP είναι αύξων.
- Η καμπύλη του οριακού προϊόντος (MP), τέμνει την καμπύλη του μέσου προϊόντος (APL στο υψηλότερο σημείο της APL, από τα πάνω προς τα κάτω. $MPL = 0$ τότε $APL \max$).
- Όταν $MPL < APL$ τότε το APL μειώνεται με την αύξηση του μεταβλητού συντελεστή.
- Όταν $MPL \max$ τότε αλλάζουν τα κοίλα της συνάρτησης, δηλαδή από το σημείο αυτό και έπειτα αρχίζει να ισχύει ο νόμος της φθίνουσας απόδοσης.
- Συνήθως, όταν απεικονίζουμε την καμπύλη συνολικού προϊόντος, παραλείπουμε την περιοχή από το L_3 και μετά. Στην περιοχή αυτή, το οριακό προϊόν του υπό εξέταση συντελεστή (εδώ: της L) είναι αρνητικό· κανένας ορθολογικός επιχειρηματίας δεν θα προσελάμβανε εργασία πέρα από το L_3 , αφού η αύξηση της εργασίας θα μείωνε το συνολικό προϊόν – θα ήταν καλύτερο να αυξήσει το μέγεθος της εγκατάστασής της, δηλ. το K . Επίσης, συνήθως παραλείπουμε και την περιοχή από 0 έως L_1 . Στην περιοχή αυτή, το οριακό προϊόν του υπό εξέταση συντελεστή είναι θετικό και αύξων· ο σταθερός συντελεστής ουσιαστικά υποαπασχολείται, υπό την έννοια

ότι δεν αξιοποιείται. Εδώ θα ήταν καλύτερο να μειωθεί το μέγεθος της εγκατάστασης, δηλ. το K .

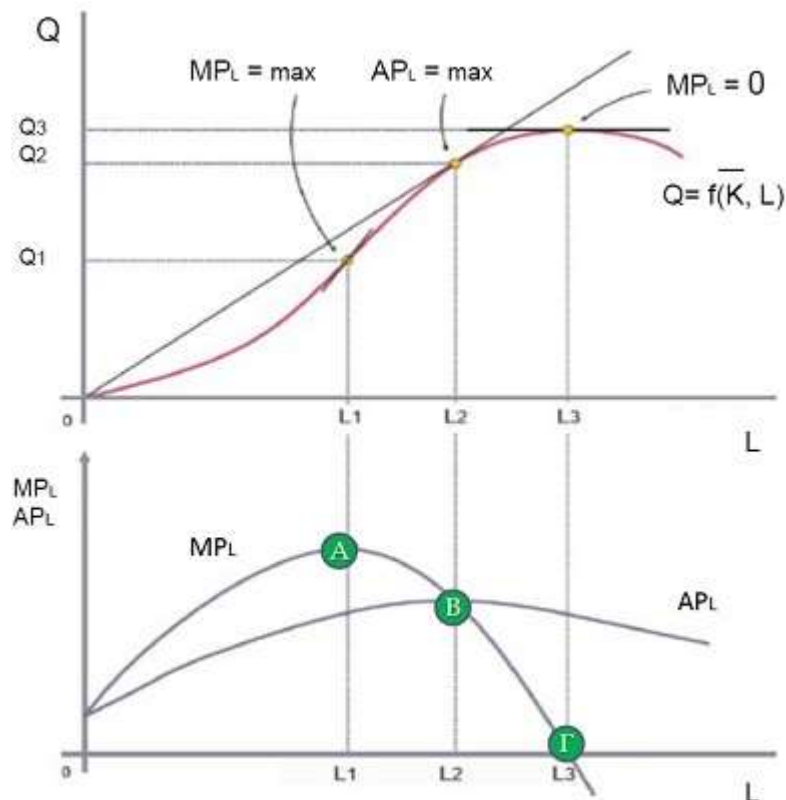
- Η περιοχή, για την οποία ενδιαφερόμαστε, είναι εκείνη μεταξύ L_2 και L_3 , όπου το οριακό προϊόν είναι θετικό αλλά φθίνον. Η περιοχή αυτή αποκαλείται «**λογική περιοχή**» της παραγωγής

Διαφορετική είναι η έννοια της «λογικής περιοχής» από την «οικονομική περιοχή» **SOS**

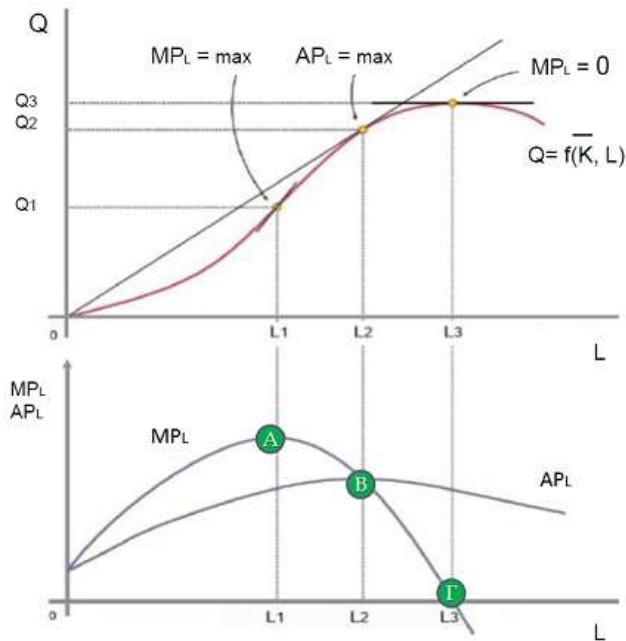
Ερώτηση πολλαπλών επιλογών – 1^η Εργασία 2017-2018

B4) Η καμπύλη του συνολικού προϊόντος στη βραχυχρόνια περίοδο δείχνει το επίπεδο της παραγωγής για κάθε επίπεδο του μεταβλητού συντελεστή. Η «λογική περιοχή» της παραγωγής εκφράζεται από δύο συγκεκριμένα επίπεδα του μεταβλητού συντελεστή. Για να απεικονισθεί η καμπύλη συνολικού προϊόντος εντός της «λογικής περιοχής» θα πρέπει να γνωρίζουμε για τον μεταβλητό συντελεστή:
 Α. Που μεγιστοποιείται το οριακό προϊόν και που το μέσο προϊόν του.
 Β. Που μεγιστοποιείται και που ελαχιστοποιείται το μέσο προϊόν του.
 Γ. Που ελαχιστοποιείται το οριακό προϊόν και που το μέσο προϊόν του.
 Δ. Που μεγιστοποιείται το μέσο προϊόν και που γίνεται μηδέν το οριακό προϊόν του.

Απάντηση:



Επομένως θα μπορώ να απαντώ σε ερωτήσεις



Βάση της “παράλληλης” μελέτης των καμπυλών συνολικού προϊόντος, μέσου προϊόντος και οριακού προϊόντος ας απαντήσουμε στις ακόλουθες “ερωτήσεις”.

I) Πότε ξεκινάει ο νόμος των φθινουσών αποδόσεων; → Ξεκινάει από εκεί που αρχίζει και αυξάνεται το συνολικό προϊόν με φθίνοντα ρυθμό και ως εκ τούτου η καμπύλη MP_L αρχίζει να φθίνει (δλδ. από το σημείο A όπου το MP_L είναι max)

II) Που τέμνει η καμπύλη MP_L την καμπύλη AP_L ; → Η καμπύλη MP_L τέμνει την καμπύλη AP_L στο υψηλότερο της σημείο (δλδ. στο σημείο B όπου το AP_L είναι max)

Ασκήσεις

1) Το συνολικό προϊόν μεγιστοποιείται όταν

- A) το μέσο προϊόν αυξάνεται
- B) το οριακό προϊόν μηδενίζεται
- Γ) όταν το οριακό προϊόν μεγιστοποιείται
- Δ) όταν το οριακό προϊόν μειώνεται

ΥΠΟΔΕΙΞΗ πάντα να γίνεται το εκάστοτε διάγραμμα ώστε να φαίνεται η λύση.
Σωστό β

2) Ο νόμος των φθινουσών αποδόσεων αρχίζει να λειτουργεί

- A) όταν το συνολικό προϊόν αρχίζει να μειώνεται
 - B) όταν το οριακό προϊόν αρχίζει να μειώνεται
 - Γ) όταν το οριακό προϊόν αρχίζει να αυξάνεται
 - Δ) όταν το μέσο προϊόν αρχίζει να μειώνεται
- Σωστό β

3) Αν η τεχνολογία παραγωγής ενός αγαθού βελτιωθεί

- A) η καμπύλη του συνολικού προϊόντος μετατοπίζεται προς τα πάνω
- B) η καμπύλη του συνολικού προϊόντος δε μετατοπίζεται
- Γ) η καμπύλη του συνολικού προϊόντος μετατοπίζεται προς τα κάτω
- Δ) κανένα από τα παραπάνω.

Σωστό το α

4) Στη βραχυχρόνια περίοδο, όταν το οριακό προϊόν τέμνει το μέσο προϊόν όταν

- A) το συνολικό προϊόν αποκτά τη μέγιστη τιμή του
- B) το μέσο προϊόν αρχίζει να αυξάνεται
- Γ) όταν το μέσο προϊόν αποκτά τη μέγιστη τιμή του
- Δ) όταν το μέσο προϊόν είναι μηδέν.

Σωστό το γ

5) Στη βραχυχρόνια περίοδο, όταν το οριακό προϊόν γίνεται μηδέν τότε

- A) το συνολικό προϊόν αποκτά τη μέγιστη τιμή του
- B) το μέσο προϊόν αρχίζει να αυξάνεται
- Γ) το μέσο προϊόν αρχίζει να μειώνεται.
- Δ) το μέσο προϊόν αποκτά τη μέγιστη τιμή του

Σωστό το α

6) Όταν το μέσο προϊόν της εργασίας είναι μεγαλύτερο από το οριακό προϊόν της εργασίας τότε

- A) οι καμπύλες του οριακού και του μέσου προϊόντος έχουν αρνητική κλίση
- B) η καμπύλη του οριακού προϊόντος έχει αρνητική κλίση και του μέσου προϊόντος θετική
- Γ) η καμπύλη του οριακού προϊόντος έχει θετική κλίση
- Δ) οι καμπύλες του οριακού και του μέσου προϊόντος έχουν θετική κλίση

Σωστό το α

- 7) Στη βραχυχρόνια περίοδο όταν το οριακό προϊόν της εργασίας είναι μικρότερο από το μέσο προϊόν, με την αύξηση της εργασίας το μέσο προϊόν θα
- A) αυξάνεται
 - B) μειώνεται
 - Γ) είναι 0
 - Δ) παραμένει σταθερό
- Σωστό το β

Θεωρία παραγωγής στη μακροχρόνια περίοδο

Οι συντελεστές της παραγωγής θεωρούνται μεταβλητοί.

Ορισμοί – έννοιες Νόμοι αποδόσεων κλίμακος

Αύξουσες Αποδόσεις Κλίμακος (ΑΑΚ): όταν διπλασιάζοντας όλες τις εισροές, η παραγόμενη ποσότητα Q υπερδιπλασιάζεται. Οι ΑΑΚ οφείλονται στην αδιαιρετότητα των εισροών και στα οφέλη από την εξειδίκευση. Η αδιαιρετότητα των συντελεστών έχει σχέση με την αδυναμία υποδιπλασιασμού κάποιων εισροών (δεν μπορώ να αγοράσω μισό μηχάνημα). Συνεπώς σε μικρές κλίμακες παραγωγής κάποιο συντελεστής υποαπασχολούνται χωρίς να μπορούμε να τους προσαρμόσουμε στις ανάγκες μας. Όσο αυξάνεται το μέγεθος της επιχείρησης οι υπάρχοντες συντελεστές απασχολούνται πληρέστερα, ενώ αξιοποιούνται καλύτερα οι εργαζόμενοι καθώς εξειδικεύονται. **Συνεπώς στις αύξουσες αποδόσεις κλίμακος εάν αυξήσω το κεφάλαιο και εργασία κατά ένα ποσοστό το προϊόν που θα πάρω θα αυξηθεί κατά ένα μεγαλύτερο. Ιδία έκφραση ΣΟΣ ΑΥΞΟΥΣΕΣ ΑΠΟΔΟΣΕΙΣ** θα έχω όταν αύξηση κατά την ίδια αναλογία όλων των εισροών οδηγεί σε αύξηση του προϊόντος κατά μεγαλύτερη αναλογία.

Εφαρμογή και προσαρμογή σε άσκηση

Έστω η συνάρτηση παραγωγής $Q = 0,5 * K * L$ ΚΑΙ διπλασιάζουμε τις εισροές τότε $Q = 0,5 * K * L \Leftrightarrow Q = 0,5 * 2K * 2L \Leftrightarrow Q' = 4 * 0,5 * K * L \Leftrightarrow Q' = 4Q$

ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ

Έστω ότι το κεφάλαιο και η εργασία αυξάνονται κατά 15% τότε

Η συνάρτηση παραγωγής είναι $Q = K * L$ αρχικά έχουμε ποσότητα για

$Q_1 = K_1 * L_1$ ΚΑΙ εφόσον έχουμε αύξηση κατά 15% τότε είναι

$$K_2 = K_1 + \frac{15}{100} * K_1 \Leftrightarrow K_2 = 1.15K_1$$

$$L_2 = L_1 + \frac{15}{100} * L_1 \Leftrightarrow L_2 = 1.15L_1$$

Επομένως η παραγωγή μου θα είναι

$$Q_2 = K_2 * L_2 \Leftrightarrow Q_2 = 1.15K_1 * 1.15L_1 \Leftrightarrow Q_2 = 1,3225K_1 * L_1$$

Σταθερές Αποδόσεις Κλίμακος (ΣΑΚ): όταν διπλασιάζοντας όλες τις εισροές, η παραγόμενη ποσότητα του Q διπλασιάζεται. Έχουμε σταθερές αποδόσεις κλίμακας όταν η αύξηση των εισροών κατά την ίδια αναλογία m θα οδηγήσει σε αύξηση του προϊόντος κατά τη ίδια αναλογία.

Παράδειγμα έστω η συνάρτηση παραγωγής $Q = K + L$

Τι θα συμβεί στην παραγωγή αν διπλασιάσουμε τις εισροές ;

$$Q = K + L \text{ αρχική εφόσον διπλασιαζω } Q' = 2K + 2L \Leftrightarrow Q' = 2(K + L)$$

$\Leftrightarrow Q' = 2Q$ Η συνάρτηση παραγωγής $Q = K + L$ εμφανίζει σταθερές αποδόσεις κλίμακας

ΦΘΙΝΟΥΣΕΣ ΑΠΟΔΟΣΕΙΣ : θα έχω όταν μια αύξηση κατά την ίδια αναλογία όλων των εισροών οδηγεί σε αύξηση του προϊόντος κατά μικρότερη αναλογία
ΙΔΙΑ ΕΚΦΡΑΣΗ Ότι στις φθίνουσες αποδόσεις κλίμακας εάν αυξήσω το k.

L δηλαδή κεφάλαιο και εργασία κατά εάν ποσοστό το προϊόν που θα πάρω θα αυξηθεί κατά εάν μικρότερο ποσοστό.

Η υπόθεση περί φθίνουσών αποδόσεων κλίμακας αποδίδεται κυρίως στην αδυναμία των διοικητικών στελεχών να αντιμετωπίζουν την όλο και ένα μεγαλύτερη πολυπλοκότητα που συνεπάγονται οι μεγάλης κλίμακας οργανισμοί.

ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ

Έστω η συνάρτηση παραγωγής $Q = 3 * K^{\frac{1}{2}} * L^{\frac{1}{4}}$ και

διπλασιάζουμε τις εισροές τότε

$$Q = 3 * K^{\frac{1}{2}} * L^{\frac{1}{4}} \Leftrightarrow Q' = 3 * (2K)^{\frac{1}{2}} * (2L)^{\frac{1}{4}} \Leftrightarrow$$

$$Q' = 3 * 2^{\frac{1}{2}} * 2^{\frac{1}{4}} * K^{\frac{1}{2}} * L^{\frac{1}{4}} \Leftrightarrow Q' = 3 * 2^{\frac{3}{4}} * Q \Leftrightarrow Q' = 3 * 1,68 * Q$$

Επομένως η συνάρτηση παραγωγής εμφανίζει φθίνουσες οριακές αποδόσεις.

Ερώτηση πολλαπλών επιλογών – Επαναληπτικές εξετάσεις 2013-2014

(Αποδόσεις κλίμακας)

Μία επιχείρηση, που για την παραγωγή του προϊόντος της (Q) χρησιμοποιεί εργασία (L) και κεφάλαιο (K), με 60 μονάδες εργασίας και 40 μονάδες κεφαλαίου παράγει 500 μονάδες προϊόντος.

Στη συνέχεια, η επιχείρηση χρησιμοποιώντας 90 μονάδες εργασίας και 60 μονάδες κεφαλαίου παράγει 700 μονάδες προϊόντος. Στην περίπτωση αυτή, οι αποδόσεις κλίμακας είναι:

- A. φθίνουσες.
- B. αύξουσες.
- C. σταθερές.
- D. αρχικά σταθερές και στη συνέχεια γίνονται αύξουσες.

Απάντηση:

Αρχή: Με 60 μονάδες εργασίας και 40 μονάδες κεφαλαίου παράγει 500 μονάδες προϊόντος.

Μετά: Με 90 μονάδες εργασίας και 60 μονάδες κεφαλαίου παράγει 700 μονάδες προϊόντος.

ΛΥΣΗ

ΕΞΕΤΑΖΩ ΓΙΑ ΤΟ ΚΕΦΑΛΑΙΟ ΚΑΙ ΤΗΝ ΕΡΓΑΣΙΑ ΡΗΝ ΠΟΣΟΣΤΙΑΙΑ ΜΕΤΑΒΟΛΗ

$$\begin{array}{ccc} \downarrow & \downarrow & \downarrow \\ \frac{90-60}{60} \times 100 = 50\% & \frac{60-40}{40} \times 100 = 50\% & \frac{700-500}{500} \times 100 = \\ 40\% & & \end{array}$$

Εφόσον το ποσοστό αύξησης του προϊόντος είναι μικρότερο από το ποσοστό αύξησης των ποσοτήτων της εργασίας και του κεφαλαίου, οι αποδόσεις στην κλίμακα είναι φθίνουσες.

Άρα, η σωστή απάντηση είναι η (Α).

Ερώτηση πολλαπλών επιλογών – 1^η Εργασία 2015-2016 (Αποδόσεις κλίμακας)

Οι αύξουσες αποδόσεις κλίμακας οφείλονται μεταξύ άλλων:

- A. στη σταθερή ποσότητα κεφαλαίου που χρησιμοποιείται στη βραχυχρόνια περίοδο.
- B. στη σταθερή ποσότητα κεφαλαίου που χρησιμοποιείται στη μακροχρόνια περίοδο.
- C. **στην αυξημένη εξειδίκευση του χρησιμοποιούμενου εργατικού δυναμικού.**
- D. στην ικανότητα των διοικητικών στελεχών να αντιμετωπίσουν πολύπλοκα προβλήματα.

Απάντηση

Μας ζητείται να εντοπίσουμε έναν από τους βασικούς λόγους που οδηγούν στις λεγόμενες αύξουσες αποδόσεις κλίμακας

Οι αύξουσες αποδόσεις κλίμακας αναφέρονται στη μακροχρόνια περίοδο όπου όλοι οι συντελεστές παραγωγής μεταβάλλονται. Άρα αποκλείεται η απάντηση Α (βραχυχρόνια περίοδος).

Επιπλέον, αποκλείεται και η απάντηση Β, επειδή η ποσότητα κεφαλαίου δεν είναι σταθερή στη μακροχρόνια περίοδο. Τα διοικητικά στελέχη συνήθως αδυνατούν από ένα σημείο (ποσότητα παραγωγής) και έπειτα να διαχειρισθούν ικανοποιητικά τη διοίκηση υπερβολικά μεγάλων μονάδων με αποτέλεσμα την εμφάνιση φθινουσών αποδόσεων κλίμακας.

Αντιθέτως, η δυνατότητα για καταμερισμό και περαιτέρω εξειδίκευση των εργαζομένων που παρέχει η αύξηση της παραγωγής αυξάνει την παραγωγικότητα και οδηγεί σε αύξουσες αποδόσεις κλίμακας.

Άρα, η σωστή απάντηση είναι η C.

ΣΥΝΑΡΤΗΣΗ COBB-DOUGLAS

Όπως κάθε συνάρτηση παραγωγής προσδιορίζει τις δυνατότητες παραγωγής ενός αγαθού ή υπηρεσίας (εκροής) ως συνάρτησης των παραγωγικών συντελεστών (εισροών) δεδομένης της τεχνολογίας. Υποθέσεις: ένα προϊόν (εκροή) δύο εισροές, εργασία και κεφάλαιο πολλαπλασιαστική συνάρτηση $Q = m * K^{\alpha} * L^{\beta}$ όπου m μια εξωγενής μεταβλητή (ένα νόμισμα)

ΣΟΥΠΕΡ ΣΟΣ

Αν $\alpha + \beta > 1$ τότε η συνάρτηση εμφανίζει αύξουσες αποδόσεις κλίμακας

Αν $\alpha + \beta = 1$ τότε η συνάρτηση εμφανίζει σταθερές αποδόσεις κλίμακας

Αν $\alpha + \beta < 1$ τότε η συνάρτηση εμφανίζει φθίνουσες αποδόσεις κλίμακας

Ασκήσεις

- 1) Δίνεται η συνάρτηση παραγωγής της επιχείρησης $Q = 0,9 * K * L$. Εάν η επιχείρηση στη μακροχρονια περιοδο αυξησει τη ποσοτητα εργασιας και το κεφαλαιο κατά 10%, τότε αντιμετωπίζει
 - A) σταθερές αποδόσεις κλίμακας
 - B) φθίνουσες αποδόσεις κλίμακας
 - Γ) αύξουσες αποδόσεις κλίμακας
 - Δ) τίποτα από τα παραπάνω .

Σωστό το γ
- 2) Ποιες από τις παρακάτω προτάσεις περιγράφουν αύξουσες αποδόσεις κλίμακας
 - A) η αύξηση των χρησιμοποιουμένων εισροών κατά 1/3 οδηγεί σε αύξηση του παραγομένου προϊόντος κατά 1/2
 - B) η αύξηση των χρησιμοποιουμένων εισροών κατά 40% οδηγεί σε αύξηση του παραγομένου προϊόντος κατά 20%
 - Γ) ο διπλασιασμός των χρησιμοποιουμένων εισροών οδηγεί σε διπλασιασμό του παραγομένου προϊόντος.
 - Δ) τίποτα από τα παραπάνω .

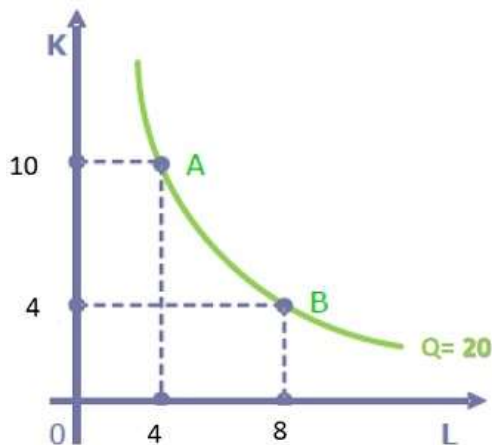
Σωστό το α

Καμπύλες Ίσου Προϊόντος & Οριακός Λόγος Τεχνικής Υποκατάστασης (ΟΛΤΥ) MRTS

Η συνάρτηση παραγωγής στη μακροχρόνια περίοδο μας δείχνει ένα συγκεκριμένο επίπεδο παραγωγής όπου δημιουργούνται συνδυασμοί εισροών K, L εκφρασμένοι σε καμπύλες

Η καμπύλη ίσου προϊόντος δείχνει τους συνδυασμούς K και L οι οποίοι μπορούν να παράγουν ένα δεδομένο επίπεδο προϊόντος, $f(K, L) = Q$

ΙΔΙΑ ΕΚΦΡΑΣΗ οι καμπύλες ίσου προϊόντος δείχνουν συνδυασμούς εισροών που παράγουν συγκεκριμένο επίπεδο προϊόντος.



.. η διπλανή καμπύλη ίσου προϊόντος μας "λέει" ότι είτε επιλεγεί ο συνδυασμός A (δλδ. $K = 10$ μονάδες & $L = 4$ μονάδες) είτε ο συνδυασμός B (δλδ. $K = 4$ μονάδες & $L = 8$ μονάδες) η παραγωγή θα είναι ακριβώς η ίδια και ίση με 20 μονάδες προϊόντος

Είναι προφανές ότι η υποκατάσταση των συντελεστών παραγωγής έχει μια ιδιαιτερότητα είναι εύκολο να αντικαταστήσουμε έναν εργαζόμενο από ένα σύνολο 10 εργαζομένων με κεφάλαιο, αλλά είναι πολύ δύσκολο να αντικαταστήσουμε τον μοναδικό εργαζόμενο με κεφάλαιο. Το σχήμα των καμπυλών ίσου προϊόντος φανερώνει ότι η αύξηση της απασχόλησης ενός συντελεστή απαιτεί μείωση της απασχόλησης του άλλου προκειμένου να διατηρηθεί σταθερό το επίπεδο παραγωγής

Ιδιότητες καμπυλών ίσου προϊόντος:

1. **Αρνητική κλίση** (χρησιμοποιούνται συνδυασμοί εκροών οι οποίοι δεν οδηγούν σε σπατάλη των εισροών). Έτσι ώστε να ικανοποιείται το κριτήριο της τεχνολογικής αποτελεσματικότητας.
2. **Δεν τέμνονται μεταξύ τους.**
3. Όσο μακρύτερα από την αρχή των αξόνων τόσο μεγαλύτερη η ποσότητα της εκροής.
4. Η κλίση τους(αρνητική) μειώνεται κατά μήκος τους από επάνω αριστερά προς τα κάτω δεξιά

Οδηγούμαστε στην έννοια οριακού λόγου τεχνικής υποκατάστασης

Ο MRTS δείχνει την αναλογία υποκατάστασης των συντελεστών παραγωγής ώστε να έχουμε την παραγωγή του ίδιου επίπεδου προϊόντος

Ο MRTS μπορεί να υπολογισθεί με τη κλίση ίσου προϊόντος ως

$$MRTS_{LK} = -\frac{\Delta K}{\Delta L} = -\frac{dk}{dL}$$

ΚΑΤΑΝΑΛΩΤΗΣ	ΠΑΡΑΓΩΓΗ
Ο Λ.Υ-MRS δείχνει την αναλογία με τη οποία επιθυμούμε να ανταλλάξουμε αγαθά ώστε να μην μεταβληθεί η χρησιμότητα που λαμβάνουμε δηλαδή να παραμείνουμε στην ίδια καμπύλη αδιαφορίας .	MRTS οριακός λόγος τεχνικής υποκατάστασης δείχνει την αναλογία υποκατάστασης των συντελεστών παραγωγής ώστε να έχουμε την παραγωγή του ίδιου επίπεδου προϊόντος δηλαδή να παραμείνουμε στο ίδια καμπύλη ισοπαραγωγής (ίσου προϊόντος).

Πως θα το διαβάζω ; Ο οριακός λόγος τεχνικής υποκατάστασης κεφαλαίου από εργασία $MRTS_{LK} = -\frac{\Delta K}{\Delta L}$ Μας δείχνει αν αυξήσουμε την εργασία για μια μονάδα πόσο θα πρέπει να μειωθεί η ποσότητα κεφαλαίου ώστε να έχουμε την ίδια ποσότητα προϊόντος ή να διατηρηθεί η παραγωγή στο ίδιο επίπεδο.

ή εναλλακτικά όταν ο $MRTS$ ΤΟΥ L ΑΠΟ K εργασίας από κεφάλαιο

$$MRTS_{K,L} = -\frac{dL}{dK} = \frac{MP_K}{MP_L}$$

Άσκηση

Κατά μήκος μια καμπύλης ίσου προϊόντος ο οριακός λόγος τεχνικής υποκατάστασης του K με L είναι 2 κατά απόλυτη τιμή τότε

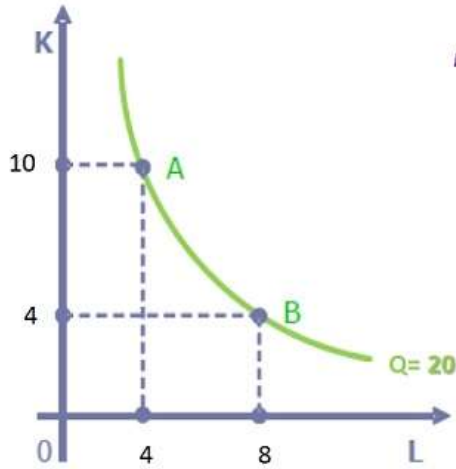
- A) Η επιχείρηση θα επιθυμούσε να θυσιάσει 1 μονάδα εργασίας για να πάρει 2 μονάδες κεφαλαίου
- B) η επιχείρηση χρησιμοποιεί αρκετή ποσότητα εργασίας στη παραγωγή
- Γ) Η επιχείρηση θα επιθυμούσε να θυσιάσει 2 μονάδες κεφαλαίου για να πάρει 1 μονάδες εργασίας
- Δ) η επιχείρηση χρησιμοποιεί αρκετή ποσότητα κεφαλαίου στη παραγωγή

Λύση

ο οριακός λόγος τεχνικής υποκατάστασης του K με L είναι 2 κατά απόλυτη τιμή σημαίνει ότι

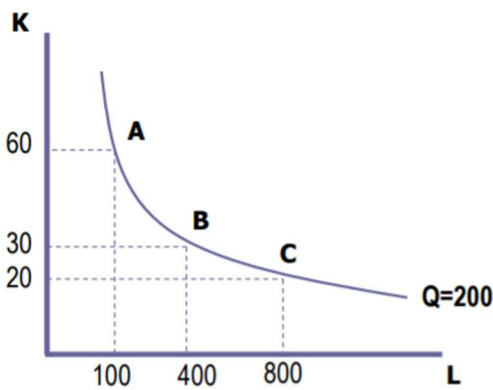
$$MRTS_{LK} = -\frac{\Delta K}{\Delta L} = \frac{\text{θυσια } K}{\text{αυξηση } L} = \frac{2}{1} = 2$$

Σύμφωνα με τη διπλανή καμπύλη
ισού προϊόντος ..



.. μετακινούμενοι από το σημείο Α
στο σημείο Β στην ουσία υποκαθιστώ
6 μονάδες κεφαλαίου (10 - 4) με
4 μονάδες εργασίας (8 - 4) έτσι ώστε να
μείνω στα ίδια επίπεδα παραγωγής
(και άρα $MRTS_{LK} = |\Delta K / \Delta L| =$
 $= |-6/4| = 1,5$)

.. μετακινούμενοι από το σημείο Β
στο σημείο Α στην ουσία υποκαθιστώ
4 μονάδες εργασίας (8 - 4) με
6 μονάδες κεφαλαίου (10 - 4) έτσι ώστε
να μείνω στα ίδια επίπεδα παραγωγής
(και άρα $MRTS_{KL} = |\Delta L / \Delta K| =$
 $= |-4/6| = 0,67$)



$$A \rightarrow B \quad MRTS_{L,K} = \left| \frac{\Delta K}{\Delta L} \right|_{Q=200} = \left| \frac{30 - 60}{400 - 100} \right| = 0,1$$

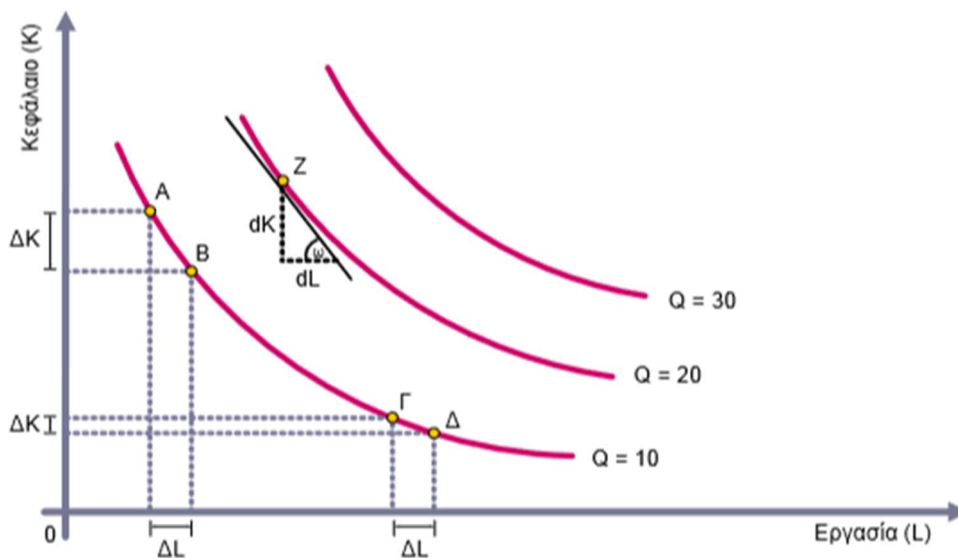
$$B \rightarrow C \quad MRTS_{L,K} = \left| \frac{\Delta K}{\Delta L} \right|_{Q=200} = \left| \frac{20 - 30}{800 - 400} \right| = 0,025$$

ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑ

ΣΕ ΚΥΡΤΗ ΚΑΜΠΥΛΗ ΙΣΟΥ ΠΡΟΙΟΝΤΟΣ Ο MRTS ΒΑΙΝΕΙ ΦΘΙΝΟΝ.

Ο MRTS δείχνει την αναλογία υποκατάστασης των συντελεστών παραγωγής
για την παραγωγή του ίδιου επιπέδου προϊόντος.

ΠΡΟΣΟΧΗ είναι θετικός αριθμός η κλίση είναι αρνητική.



Βλέποντας το σχήμα στο σημείο A είναι το κεφάλαιο μεγαλύτερο από ότι στο σημείο B. Το οριακό προϊόν της εργασίας είναι $MP_L = \frac{dq}{dL}$. (Το οριακό προϊόν της εργασίας μας δείχνει ότι εάν αυξηθεί η εργασία κατά 1 μονάδα ποσό θα αυξηθεί το προϊόν) είναι θετικό και φθίνον. παράλληλα και το οριακό προϊόν του κεφαλαίου $MP_K = \frac{dq}{dK}$. είναι και αυτό φθίνον και μικρότερο στο συνδυασμό A και μεγαλύτερο στο B ενώ το οριακό προϊόν της εργασίας στο A είναι μεγαλύτερο και μικρότερο στο B

Συνεπώς ο MRTS υπολογισμένος ως $\frac{MP_L}{MP_K}$ θα είναι μεγαλύτερος στον συνδυασμό A εισροών και μικρότερος στο B. Αυτό σημαίνει ότι ο MRTS του κεφαλαίου K από εργασία L μπορεί να υπολογισθεί και ως ο λόγος των οριακών προϊόντων των δυο συντελεστών $MRTS_{L,K} = \frac{MP_L}{MP_K}$

Συμπέρασμα

ο MRTS του K από L μπορεί να υπολογιστεί ως και ο λόγος των οριακών προϊόντων των 2 συντελεστών και ισχύει

$$MRTS_{L,K} = -\frac{dK}{dL} = \frac{MP_L}{MP_K}$$

Επιλογή του βέλτιστου συνδυασμού συντελεστών παραγωγής της επιχείρησης

ΓΡΑΜΜΕΣ ΙΣΟΥ ΚΟΣΤΟΥΣ «γραμμή εισοδήματος επιχείρησης»

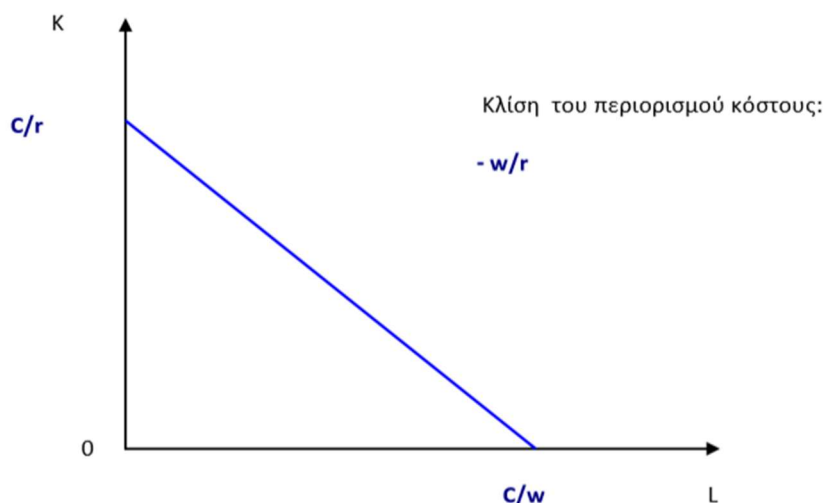
Η γνώση της συνάρτησης παραγωγής άρα και των καμπυλών ίσου κόστους δεν είναι αρκετή για να μπορέσει μια επιχείρηση να επιλέξει συνδυασμούς ώστε είτε να ελαχιστοποιεί το κόστος της είτε να μεγιστοποιεί το κέρδος της. Ωστόσο αν γνωρίζουμε τις τιμές που πληρώνει η επιχείρηση από τη χρήση των συντελεστών που χρησιμοποιεί στη παραγωγή της οδηγούμαστε σε μια αντιστοίχη γραμμή εισοδήματος του καταναλωτή που λέγεται Γραμμή ίσου κόστους.

Αν Αντί για ποσότητες αγαθών στους άξονες X, Y του καταναλωτή απεικονίζουμε τις ποσότητες των συντελεστών παραγωγής δημιουργούμε τη γραμμή του ίσου κόστους που ουσιαστικά είναι ένας περιορισμός στη δαπάνη μιας επιχείρησης.

Παρατηρήσεις

- Κάθε σημείο της γραμμής ίσου κόστους δείχνει συνδυασμούς κεφαλαίου και εργασίας που για να αγοραστούν απαιτούν την ίδια δαπάνη με όλα τα υπόλοιπα σημεία αυτής της γραμμής.
- Η τιμή της εργασίας =w(αμοιβή μισθός) Και η τιμή του κεφαλαίου είναι το επιτόκιο τότε η κλίση της γραμμής ίσου κόστους προσδιορίζεται από το λόγο των συντελεστών παραγωγής. $\frac{dK}{dL} = -\frac{w}{r}$

$$r * K + w * L = C \Leftrightarrow K = \frac{C}{r} - \frac{w}{r} * L$$



Επομένως η κλίση ίσου κόστους προσδιορίζεται από τον λόγο των τιμών όπως και στον εισοδηματικό περιορισμό του καταναλωτή

Εισοδηματικός περιορισμός	Γραμμές ίσου κόστους
$P_X * X + P_Y * Y = M$	$r * K + w * L = C \Leftrightarrow K = \frac{C}{r} - \frac{w}{r} * L$
Η κλίση είναι ο λόγος των τιμών των αγαθών	Η κλίση είναι ο λόγος των τιμών των συντελεστών παραγωγής

ΜΕΓΙΣΤΟΠΟΙΗΣΗ ΠΡΟΪΟΝΤΟΣ ΥΠΟ ΧΡΗΜΑΤΙΚΟ ΠΕΡΙΟΡΙΣΜΟ

Η επιχείρηση θέλει να παράγει όσο το δυνατόν περισσότερο προϊόν με δεδομένα τα χρήματα που διαθέτει η επιχείρηση βρίσκεται σε ισορροπία όταν μεγιστοποιεί το παραγόμενο προϊόν της ,με δεδομένη τη χρηματική της δαπάνη για εισροές K,L όπου (r και w, αντίστοιχα οι τιμές τους).

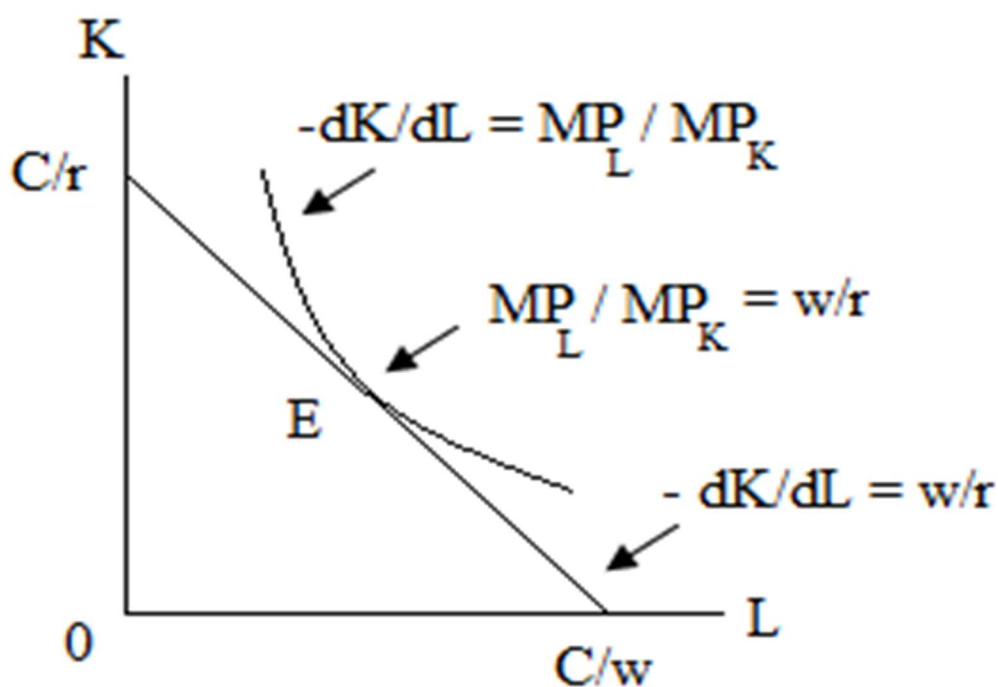
Με δεδομένο το διαθέσιμο εισόδημά της επιχείρησης, η επιχείρηση επιλέγει τον συνδυασμό εισροών που μεγιστοποιεί το παραγόμενο Q.

Με δεδομένο το Q που πρέπει να παραχθεί, η επιχείρηση επιλέγει τον συνδυασμό εισροών που ελαχιστοποιεί το κόστος. Σε κάθε περίπτωση, στο σημείο επιλογής ισχύει : $-w / r = MRTS_{L,K}$.

Στο σημείο E η κλίση της καμπύλης ίσου προϊόντος είναι ίση με τη κλίση της γραμμής κόστους και ίση με τον οριακό λόγο τεχνικής υποκατάστασης . η

επιχείρησή έχει ισορροπία όταν $MRTS_{L,K} = -\frac{dK}{dL} = \frac{MP_L}{MP_K} = \frac{w}{r}$

Συνεπώς στο σημείο ισορροπίας $\frac{MP_L}{MP_K} = \frac{w}{r} \Leftrightarrow \frac{MP_L}{W} = \frac{MP_K}{r}$



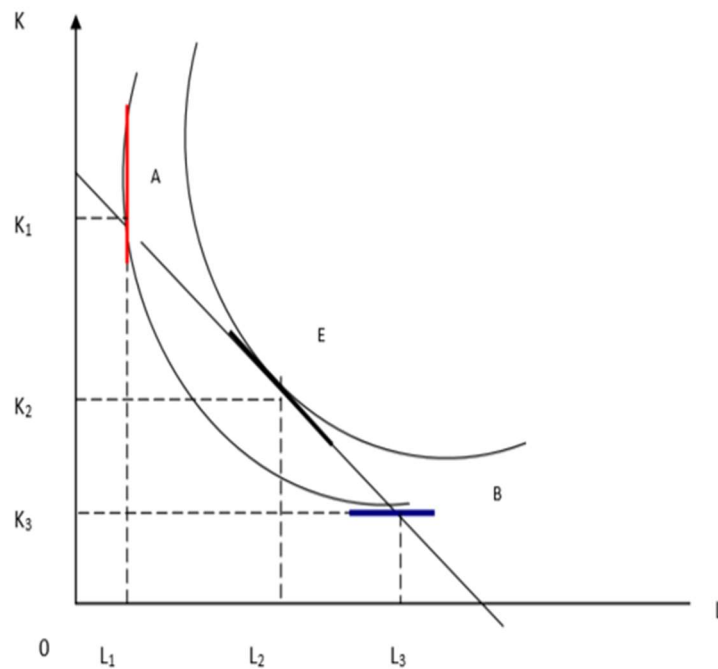
Η επιχείρηση μεγιστοποιεί το παραγόμενο προϊόν της, το οριακό προϊόν που αγοράζει κάθε ευρώ του επιχειρηματία είναι ακριβώς ίδιο για όλες τις εισροές

ΑΝΙΣΟΡΡΟΠΙΑ ΣΤΗ ΠΑΡΑΓΩΓΗ

Στο σημείο A το $\frac{MP_L}{MP_K} > \frac{w}{r}$ δεν μεγιστοποιεί το προϊόν που παράγει τι θα πρέπει να κάνει $\frac{MP_L}{w} > \frac{MP_K}{r}$ όσο αυξάνει τη ποσότητα του μεταβλητού συντελεστή το οριακό προϊόν φθίνει επομένως για να αυξήσουμε το οριακό προϊόν ενός συντελεστή θα πρέπει να μειώσουμε τη ποσότητα του. αρά το μικρό =μικραίνει και το μεγάλο =μεγαλώνει γιατί αν μειώσει το κεφάλαιο θα αυξηθεί το οριακό προϊόν του κεφαλαίου και αν αυξήσει την εργασία τότε θα μειωθεί το οριακό προϊόν της.

Στο σημείο B το $\frac{MP_L}{MP_K} < \frac{w}{r}$ με τη ίδια λογική

Σε κάθε περίπτωση ανισορροπίας ισχύει ο γρήγορος τρόπος «το μεγάλο μεγαλώνει το μικρό μικραίνει».



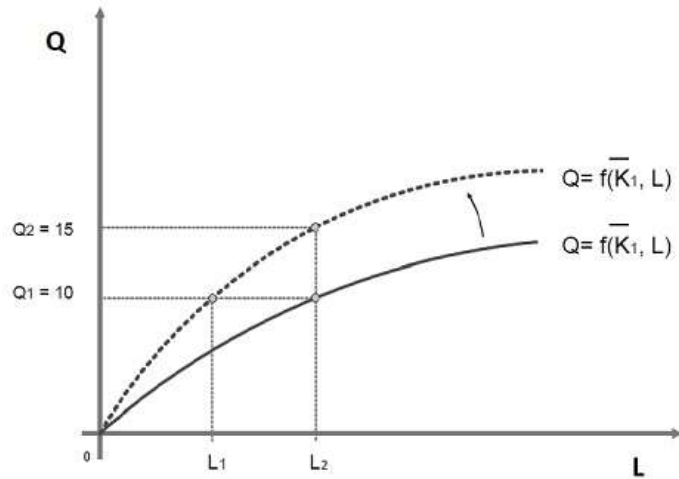
Αν η επιχείρηση επιλέξει κάποιο σημείο πέραν από το σημείο ισορροπίας είτε επι της καμπύλης ίσου προϊόντος ή επι της γραμμής ίσου κόστους είτε θα παράγει το ίδιο προϊόν με μεγαλύτερο κόστος είτε θα παράγει λιγότερο προϊόν με το ίδιο κόστος.. έτσι στο σημείο ισορροπίας η επιχείρηση παράγει τη μεγαλύτερη δυνατή ποσότητα προϊόντος με το μικρότερο δυνατό κόστος.

ΤΕΧΝΟΛΟΓΙΚΗ ΠΡΟΟΔΟΣ ΚΑΙ ΣΥΝΑΡΤΗΣΗ ΠΑΡΑΓΩΓΗΣ

Η καινοτομία είναι η βάση της τεχνολογικής προόδου . χωρίς καινοτομία ,είτε στα προϊόντα είτε στις μεθόδους παραγωγής ,δεν υπάρχει τεχνολογική πρόοδος. Η τεχνολογική πρόοδος επιδρά αρνητικά όταν δεν υφίσταται στο ότι τα προϊόντα μας να μην βρίσκουν αγοραστές, είτε γιατί είναι ακριβότερα από τα ανταγωνιστικά ,είτε γιατί είναι υποδεέστερης ποιότητας σε σχέση με τη ποιότητα που προσφέρουν άλλες επιχειρήσεις στην ίδια τιμή.

Αν υποθέσουμε ότι μια νέα τεχνολογία μειώνει στο μισό την απαιτούμενη εργασία για την παραγωγή του ίδιου προϊόντος η νέα τεχνολογία επηρεάζει την συνάρτηση παραγωγής διότι για το ίδιο επίπεδο προϊόντος χρειάζεται μικρότερη ποσότητα εισροών. Αποτέλεσμα η συνάρτηση παραγωγής μετατοπίζεται πάνω και αριστερά

i) η ίδια ποσότητα εργασίας μπορεί να παράγει μεγαλύτερη ποσότητα προϊόντος (π.χ. στο διπλανό σχήμα -όπου απεικονίζονται δυο καμπύλες συνολικού προϊόντος- πριν την τεχνολογική πρόοδο οι L_2 εργαζόμενοι παράγαν $Q_1 = 10$ ενώ πλέον οι ίδιοι εργαζόμενοι παράγουν $Q_2 = 15$)



Και η συνάρτηση ίσου προϊόντος θα μετατοπισθεί κάτω και αριστερά.

ii) η ίδια ποσότητα προϊόντος μπορεί να παραχθεί με λιγότερη εργασία (π.χ. στο διπλανό σχήμα -όπου απεικονίζονται δυο καμπύλες ίσου προϊόντος - πριν την τεχνολογική πρόοδο για να παραχθούν 10 μονάδες προϊόντος χρειαζόντουσαν L_2 εργαζόμενοι ενώ πλέον χρειάζονται L_1 εργαζόμενοι)

