Παράδειγμα

Εστω ένα άτομο επενδύει 1.000 € σε ένα χρεόγραφο που πληρώνει τόκο προς 10%, τοκιζόμενο κάθε χρόνο. Τι ποσό θα έχει το άτομο μετά από ένα χρόνο; ποσό θα έχει το άτομο μετά από τρία έτη;

Λύση

Για να προσεγγίσουμε το θέμα συστηματικά θα δώσουμε τους παρακάτω ορισμούς:

ο **ΜΑ=** Μελλοντική Αξία επένδυσης.

ο **ΠΑ=** Παρούσα Αξία επένδυσης.

i = επιτόκιο (η αμοιβή κεφαλαίου αυτού ου δανείζει και κόστος κεφαλαίου για αυτόν ου δανείζεται σε κάθε μμονάδα χρόνου).

ν = ο αριθμός των ετών της επένδυσης.

για ν = 1 έτη, τότε: ΜΑ = ΠΑ + ΠΑ· ⇒ ΜΑ =i ΠΑ·(1+ i).
Άρα:
ΜΑ =1.000 (1· + 0,10) ⇒ ΜΑ =1.100€
για ν = 2 έτη, τότε: ΜΑ = ΠΑΠΡΟΗΓΕΤΟΥΣ. + ΠΑΠΡΟΗΓ ΕΤΟΥΣ. ·
⇒ ΜΑ = ΠΑi ΠΡΟΗΓΕΤΟΥΣ. ·(1+ i) ΜΑ =1.100 (1· + 0,10) ⇒ ΜΑ =1.210€
για ν = 3 έτη, τότε: ΜΑ = ΠΑΠΡΟΗΓΕΤΟΥΣ. + ΠΑΠΡΟΗΓ ΕΤΟΥΣ. · ⇒ ΜΑ = ΠΑi ΠΡΟΗΓΕΤΟΥΣ. ·(1+ i) ΜΑ =1.210 (1· + 0,10) ⇒ ΜΑ =1.331€

Τι θα γινόταν σε περίπτωση που τα έτη ήταν περισσότερα από 3; Για παράδειγμα 30; Ο προηγούμενος τρόπος δεν βοηθά σε τόσο μεγάλους υπολογισμούς και για αυτό το λόγο χρησιμοποιούμε τον τύπο του **<u>Ανατοκισμού</u>** (ή της **<u>Μελλοντικής Αξίας</u>** μιας επένδυσης):

$$\boxed{MA = ΠΑ \cdot (1+i)^{ν}}$$

Συντελεστής Ανατοκισμού

Όπου:
$(1+i)^{ν}$ = συντελεστής ανατοκισμού.

Άρα για ***ν=30 έτη***: ΜΑ $=1.000 \cdot (1+i)^{30} \Rightarrow$ ΜΑ $=17.449{,}4$€

Σημαντική Βοήθεια

Σχετικά με τον συντελεστή ανατοκισμού, υπάρχουν πίνακες οι οποίοι δίνουν το αποτέλεσμα, αρκεί να πειλέξουμε το σωστό, δηλαδή, 10% επιτόκιο και 5 έτη και να τα διασταυρώσουμε στον πίνακα.

Παράγοντες που επηρεάζουν θετικά τη ΜΑ

1. Από το μέγεθος του ποσού ου επενδύεται σήμερα (ΠΑ).
2. Από τη διάρκεια της επένδυσης (ν έτη).
3. Από το ύψος του επιτοκίου (i) **ceteris paribus.**

Η ΜΕΛΛΟΝΤΙΚΗ ΑΞΙΑ → *Είναι μια έννοια που συναντάμε συχνά στην οικονομική ανάλυση.*

Αφορά την ανάγκη εξάλειψης των εξωτερικών επιδράσεων, που μπορεί να αμφισβητούν την αξιοπιστία των προσαθειών που γίνονται για την ερμηνεία της οικονομικής συμεριφοράς.

Συγκεντρωνόμαστε, όταν κάνουμε χρήση αυτής της Παραδοχής,, στη συγκεκριμένη σχέση ενώ οι υπόλοιποι παράγοντες παραμένουν για την οποία αμετάβλητοι.

Παράδειγμα

Έστω τώρα ότι σας προσφέρεται εναλλακτικά το ποσό των 1.863,4 € μετά από 3 χρόνια ή Χ € σήμερα. Με δεδομένο ότι σήμερα τα χρήματα δεν τα έχουμε ανάγκη καταθέτουμε το Χ ποσό με επιτόκιο 10%, το οποίο για μας είναι το προεξοφλητικό επιτόκιο ή κόστος ευκαιρίας κεφαλαίου (opportunity cost). Πόσο είναι το Χ ποσό?

Λύση

Γνωρίζουμε ότι: $MA = \Pi A \cdot (1+i)^{\nu}$

Αυτό που ψάχνουμε είναι την Παρούσα Αξία (ΠΑ) αφού γνωρίζουμε την Μελλοντική Αξία (ΜΑ). Συγκεκριμένα:

ΜΑ = 1.863,4 €

i = 10%

ν = 3 έτη

ΠΑ = Χ; €

Οπότε:

Συντελεστής Προεξόφλησης

$$MA = \Pi A \cdot (1+i)^{\nu} \Rightarrow \Pi A = \frac{MA}{(1+i)^{\nu}} \text{ ή } \boxed{\Pi A = MA \cdot \frac{1}{(1+i)^{\nu}}}$$

(Παρούσα Αξία Επένδυσης).

Άρα:

$$\Pi A = MA * 1/(1+i)^{\nu} = 1863{,}4 * 1/(1+0{,}10)^{3} \rightarrow \Pi A = 1.400€$$

Θα μπορούσε κάποιος να παρατηρήσει ότι εάν κάναμε την αντίστροφη πράξη, δηλαδή:

$MA = 1.400 \cdot (1 + 0{,}10)^3 \Rightarrow MA = 1.863{,}4€$, θα καταλήγαμε στην ΜΑ που είχαμε στο προηγούμενο παράδειγμα.

Αυτό σημαίνει ότι ο <u>Ανατοκισμός (ΜΑ)</u> είναι η <u>αντίστροφη πράξη</u> της <u>Προεξόφλησης (ΠΑ)</u> και το αντίθετο.

Συμβουλή

Θα μπορούσαμε πιο απλά να πούμε ότι:

Με τον Ανατοκισμό «βάζουμε» τόκο στα χρήματα για να δούμε τι θα έχουμε μελλοντικά αό μια επένδυση, ενώ με την Προεξόφληση «βγάζουμε» τον τόκο από τα μελλοντικά χρήματα για να δούμε την αρχική αξία της εένδυσης σήμερα.

Παράγοντες που επηρεάζουν την ΠΑ μελλοντικού ποσού

1. Όσο μεγαλύτερο είναι το μελλοντικό ποσό, τόσο μεγαλύτερη θα είναι και η ΠΑ.
2. Όσο μεγαλύτερο είναι το i , τόσο μικρότερη θα είναι η ΠΑ.
3. Όσο ιο αρμακρυσμένο είναι το μελλοντικό ποσό, τόσο μικρότερη η ΠΑ.

ΠΑ σειράς μελλοντικών ποσών : σε επενδύσεις όπου κάθε έτος (ή άλλη περίοδο χ. κάθε μήνα) έχουμε διαφορετική ΜΑ, τότε

$$ΠΑ = \sum \frac{ΜΑ}{(1+i)^{\nu}} \Rightarrow ΠΑ = \frac{ΜΑ_1}{(1+i)^1} + \frac{ΜΑ_2}{(1+i)^2} + \ldots + \frac{ΜΑ_\nu}{(1+i)^{\nu}}$$

Μελλοντική Αξία Ληξιπρόθεσμης Ράντας

Σειρές σταθερών ή ομοιόμορφων μελλοντικών ποσών (Ράντες)

Ράντα: είναι μια ακολουθία καταβολών ενός σταθερού ποσού για ένα συγκεκριμένο αριθμό περιόδων ου η κάθε καταβολή γίνεται :

(α) στο τέλος κάθε περιόδου (ληξιπρόθεσμη ράντα)

ή

(β) στην αρχή κάθε περιόδου (προκαταβλητέα ράντα).

Μελλοντική Αξία Ληξιπρόθεσμης Ράντας

$$MA = A \cdot \left[\frac{(1+i)^{\nu} - 1}{i} \right]$$

ΜΑ = η τελική ή μελλοντική αξία ενός ποσού.

Α = το κατά περίοδο σταθερό χρηματικό ποσό (ράντα).

i = το επιτόκιο (αναγωγής ή προεξόφλησης).

ν = η διάρκεια της επένδυσης.

Παρούσα Αξία Ληξιπρόθεσμης Ράντας

$$\text{ΠΑ} = \text{Α} \cdot \left[\frac{1 - \frac{1}{(1+i)^{\nu}}}{i} \right]$$

ΠΑ = η παρούσα αξία ενός ποσού.

Α = το κατά περίοδο σταθερό χρηματικό ποσό (ράντα).

i =το επιτόκιο (αναγωγής ή προεξόφλησης).

ν = η διάρκεια της επένδυσης.

Ράντα στο διηνεκές

Είναι μια σειρά πληρωμών που γίνονται στο διηνεκές (επ΄ άπειρον).

$$ΠΑ = Α/i$$

<u>Τοκοχρεολύσια:</u>

Είναι μια σειρά ισόποσων δόσεων τα οποία εξοφλούν το αρχικό δάνειο μαζί με τους τόκους ου αναλογούν.

SOS

Θα πρέπει να τονίσουμε ότι στις ασκήσεις που θα ακολουθήσουν χρησιμοποιούμε <u>μόνο Ληξιπρόθεσμες Ράντες.</u>