

ΔΕΟ31- ΤΟΜΟΣ Γ

ΠΑΡΑΓΩΓΑ ΑΞΙΟΓΡΑΦΑ

Αντιστάθμιση με χρήση ΣΜΕ

ΤΟΜΟΣ Γ: Παράγωγα αξιόγραφα

1.2 Δίκαιη Τιμή Προθεσμιακών Συμβολαίων και ΣΜΕ

Η δίκαιη τιμή ενός προθεσμιακού συμβολαίου σε ένα υποκείμενο τίτλο χωρίς την πληρωμή εισοδήματος δίνεται από

$$F_{t,T} = C_t(1 + r_{t,T})$$

Στην περίπτωση που οι τόκοι υπολογίζονται με συνεχή ανατοκισμό η δίκαιη τιμή του προθεσμιακού συμβολαίου θα δίνεται από

$$F_{t,T} = C_t e^{r(T-t)}$$

Τέλος στη περίπτωση που ο υποκείμενος τίτλος αποδίδει εισοδήματα όπως μερίσματα η δίκαιη τιμή του προθεσμιακού συμβολαίου θα δίνεται από

Υποκείμενοι τίτλοι που δεν πληρώνουν μέρισμα

Παράδειγμα 1: Ισχύει ότι $F_{t,T}^* > F_{t,T} = C_t(1 + r_{t,T})$ (δηλαδή η τιμή του προθεσμιακού

$F_{t,T}^*$ στο χρηματιστήριο παραγώγων είναι υψηλότερη από τη δίκαιη αξία του

$$F_{t,T} = C_t(1 + r_{t,T})$$

Έστω ότι στο χρηματιστήριο παραγώγων το εξάμηνο προθεσμιακό συμβόλαιο στο χρυσό διαπραγματεύεται σε 890\$/ουγκιά ενώ η τιμή άμεσης αγοράς του χρυσού είναι 860\$/ουγκιά. Το επιτόκιο άνευ κινδύνου είναι 5% και τα κόστη αποθήκευσης και ασφάλισης είναι μηδενικά. Να διαπιστώσετε εάν υπάρχει η δυνατότητα για κέρδος χωρίς κίνδυνο.

Λύση

Τιμή μετρητοίς	1142,5
Επιτόκιο	2%
Μήνες	6
Δίκαιη τιμή ΣΜΕ	
$F_{t,T}$	1153,93

Η δίκαιη του ΣΜΕ υπολογίζεται από

$$F_{t,T} = C_t(1 + r_{t,T})$$

$$F_{t,T} = 1142,5 * (1 + 0,02 * \frac{6}{12}) = 1153,93$$

Παρατηρούμε ότι η τιμή του ΣΜΕ στο χρηματιστήριο παραγώγων $F^*_{t,T} = 1158$ είναι υψηλότερη από τη δίκαιη τιμή του ΣΜΕ. Συγκεκριμένα

$$F^*_{t,T} > C_t(1 + r_{t,T})$$

Οι επενδυτικές θέσεις που πρέπει να λάβει ένας επενδυτής για να απολάβει κέρδος χωρίς κίνδυνο (arbitrage) είναι

t=0 (Σήμερα)	t=T (Στη λήξη)
1. Δάνειο αξίας ίση με $C_t=1142,5$ για την αγορά μιας ουγκιάς πλατίνας στην αγορά μετρητοίς	1. Για το ΣΜΕ παράδοση της 1 ουγκιάς πλατίνας και είσπραξη την τιμή του ΣΜΕ $F^*_{t,T} = 1158$
2. Αγορά μιας ουγκιάς πλατίνας στη τιμή $C_t = 1142,5$	Αποπληρωμή δανείου $1142,5 * (1 + 0,02 * \frac{6}{12}) = 1153,93$
3. Πώληση ΣΜΕ για παράδοση 1 ουγκιάς πλατίνας με λήξη στους 6 μήνες στη τιμή $F^*_{t,T} = 1158$	
	Κέρδος $=1158 - 1153,93 =$

Παράδειγμα 2: Ισχύει ότι $F_{t,T}^* < C_t(1 + r_{t,T})$

(δηλαδή η τιμή του προθεσμιακού $F_{t,T}^*$ στο χρηματιστήριο παραγώγων είναι χαμηλότερη από τη δίκαιη αξία του $F_{t,T} = C_t(1 + r_{t,T})$)

Έστω ότι στο χρηματιστήριο παραγώγων το εξάμηνο προθεσμιακό συμβόλαιο στο χρυσό διαπραγματεύεται σε 870\$/ουγκιά ενώ η τιμή άμεσης αγοράς του χρυσού είναι 860\$/ουγκιά. το επιτόκιο άνευ κινδύνου είναι 5% και τα κόστη αποθήκευσης και ασφάλισης είναι μηδενικά. Να διαπιστώσετε εάν υπάρχει η δυνατότητα για κέρδος χωρίς κίνδυνο.

Λύση

Η δίκαιη του ΣΜΕ υπολογίζεται από

$$F_{t,T} = C_t(1 + r_{t,T})$$

$$F_{t,T} = 860\$ * (1 + 0,05 * \frac{6}{12}) = 881,5\$$$

Παρατηρούμε ότι η τιμή του ΣΜΕ στο χρηματιστήριο παραγώγων είναι χαμηλότερη από τη δίκαιη τιμή του ΣΜΕ. Συγκεκριμένα

Οι επενδυτικές θέσεις που πρέπει να λάβει ένας επενδυτής για να απολάβει κέρδος χωρίς κίνδυνο είναι

t=0 (Σήμερα)	t= 6m (Σε 6 μήνες)
1 *Ανοικτή πώληση μιας ουγκιάς χρυσού και είσπραξη 860\$	1 Από τη κατάθεση είσπραξη του κεφαλαίου της κατάθεσης συν τους τόκους $860\$ * (1 + 0,05 * \frac{6}{12}) = 881,5\$$
2. Κατάθεση 860\$ για 6 μήνες	2.Από το προθεσμιακό συμβόλαιο παραλαβής της 1 ουγκιάς χρυσού και πληρωμή 870\$
3.Αγορά forward ή ΣΜΕ 6 μηνών 1 ουγκιάς χρυσού στη τιμή $F_{0,6}^* = 870\$$	2. Παράδοση της ουγκιάς χρυσού για την υποχρέωση από την ανοικτή πώληση.
	Κέρδος 881,5\$-870\$=11,5\$

* Ανοικτή πώληση σημαίνει ότι πουλάμε στην αγορά μετρητοίς ένα τίτλο χωρίς να τον έχουμε στη κατοχή μας. Λαμβάνουμε τις εισπράξεις από την πώληση σήμερα και έχουμε την υποχρέωση να παραδώσουμε τον τίτλο στο μέλλον.

Αντιστάθμιση με χρήση ΣΜΕ :

Αναλογία Αντιστάθμισης

$P_F = -P_C AA$, δηλαδή η θέση στα ΣΜΕ να είναι η αντίθετη θέση τη θέσης στην αγορά μετρητοίς κατά το ποσοστό που δίνει η αναλογία αντιστάθμισης

$$AA = \frac{\sigma_{\Delta C, \Delta F}}{\sigma_{\Delta F}^2} = \frac{\rho_{\Delta C, \Delta F} \sigma_{\Delta C}}{\sigma_{\Delta F}}$$

Όπου $\sigma_{\Delta C, \Delta F}$ = η συνδιακύμανση των μεταβολών των τιμών ΣΜΕ με τις μεταβολές τις τιμές μετρητοίς

$\sigma_{\Delta F}^2$ = η διακύμανση των μεταβολών των τιμών ΣΜΕ

$\rho_{\Delta C, \Delta F}$ = ο συντελεστής συσχέτισης των μεταβολών των τιμών ΣΜΕ με τις μεταβολές των τιμών μετρητοίς

$\sigma_{\Delta F}$ = η τυπική απόκλιση των μεταβολών των τιμών ΣΜΕ

$\sigma_{\Delta C}$ = η τυπική απόκλιση των μεταβολών των τιμών μετρητοίς

Η αναλογία αντιστάθμισης δίνεται από το συντελεστή β στην παλινδρόμηση

$$\Delta C = a + b\Delta F + \varepsilon \quad \text{όπου}$$

1.3 Αντιστάθμιση χαρτοφυλακίου μετοχών

Σε ορισμένες περιπτώσεις θα είναι ζητούμενο να αντισταθμίσουμε ένα χαρτοφυλάκιο μετοχών από ενδεχόμενη μείωση της αξίας του. Καθώς δεν είναι διαθέσιμο για κάθε πιθανό χαρτοφυλάκιο ένα ανάλογο ΣΜΕ, θα χρησιμοποιήσουμε τα ΣΜΕ στο γενικό δείκτη χρησιμοποιώντας το συντελεστή βήτα του χαρτοφυλακίου που μας δείχνει την ευαισθησία του χαρτοφυλακίου στις μεταβολές του γενικού δείκτη. Ο αριθμός των ΣΜΕ που θα πρέπει να λάβουμε δίνεται από τον παρακάτω τύπο.

$$\text{αριθμός ΣΜΕ σε δείκτη} = \frac{\beta \cdot \text{Τρέχουσα Αξία χαρτοφυλακίου}}{\text{Τιμή ΣΜΕ} \cdot \text{πολλαπλασιαστής}}$$

Παράδειγμα:

Διαχειριστής μετοχικού χαρτοφυλακίου με αξία 20 εκατομμύρια ευρώ πιστεύει ότι η χρηματιστηριακή αγορά θα παρουσιάσει πτωτικές τάσεις στους επόμενους τρεις μήνες. Συγκεκριμένα, επιλέγει την αντιστάθμιση του μετοχικού χαρτοφυλακίου με Συμβόλαια Μελλοντικής Εκπλήρωσης (ΣΜΕ) στον δείκτη FTSE/ASE 20. Τη τρέχουσα χρονική στιγμή ο δείκτης FTSE/ASE 20 είναι στις 2050 μονάδες και το ετήσιο ακίνδυνο επιτόκιο είναι 5%. Σας δίνεται επίσης ότι ο πολλαπλασιαστής συμβολαίου ΣΜΕ είναι 5€/μονάδα δείκτη και ότι συνδιακύμανση των αποδόσεων του μετοχικού χαρτοφυλακίου με την αγορά είναι 0,0040, ενώ η διακύμανση των αποδόσεων της αγοράς είναι 0,0050. Ζητείται

A) να βρείτε πόσα συμβόλαια ΣΜΕ θα πρέπει να πουλήσει ο διαχειριστής προκειμένου να αντισταθμίσει το χαρτοφυλάκιο του.

B) Να δείξετε στη λήξη τη συνολική αξία της θέσης του διαχειριστή για ένα ευρώς τιμών του γενικού δείκτη από 1850 έως 2250 μονάδες.

Λύση

A) Η τιμή του ΣΜΕ θα βρεθεί από

$$F_{0,3} = C_0(1 + r_{0,3})$$

$$F_{0,3} = 2050 * (1 + 0,05 * \frac{3}{12}) = 2076$$

Γνωρίζουμε (από ΤΟΜΟ Β) ότι ο συντελεστής β_p του χαρτοφυλακίου δίνεται από

$$\beta_p = \frac{\text{cov}(r_p, r_M)}{\sigma_M^2} = \frac{0,004}{0,005} = 0,8$$

Συνεπώς ο αριθμός των ΣΜΕ που πρέπει να πουλήσει ο επενδυτής είναι

$$\text{αριθμός ΣΜΕ σε δείκτη} = \frac{\beta * \text{Τρέχουσα Αξία χαρτοφυλακίου}}{\text{Τιμή ΣΜΕ} * \text{πολλαπλασιαστής}}$$

$$\text{αριθμός ΣΜΕ σε δείκτη} = \frac{0,8 * 20.000.000}{2076 * 5} = 1541,42$$

Επομένως θα πρέπει να πουλήσει 1541 ΣΜΕ