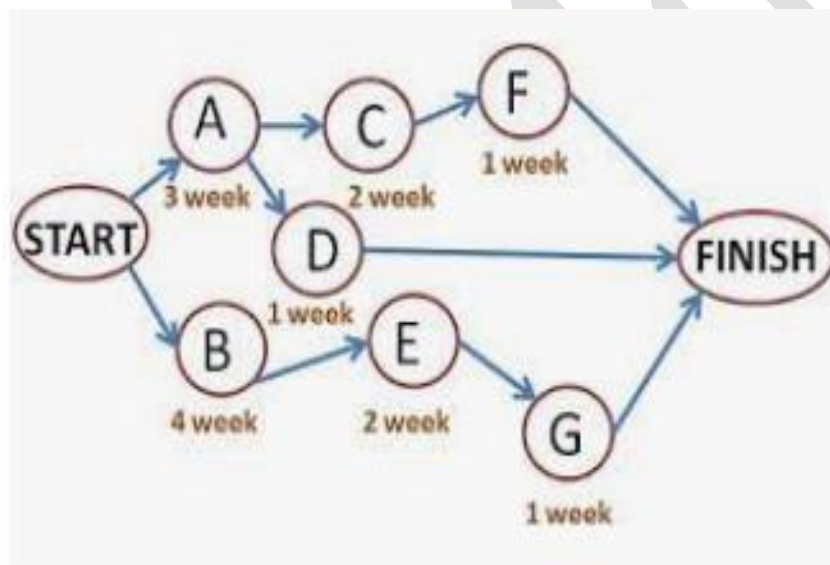


*ΔΕΟ 40- Διοικητική Επιχειρήσεων και  
Οργανισμών*



*ΜΕΘΟΔΟΣ CPM – Κατανόηση Διαδικασίας με τη  
Χρήση Παραδείγματος*

**Επιμέλεια Ύλης: Βίκυ Βάρδα**

## ΜΕΘΟΔΟΣ CPM - Κατανόηση Διαδικασίας με τη Χρήση Παραδείγματος

Το παράδειγμα στο οποίο θα βασιστούμε είναι το εξής:

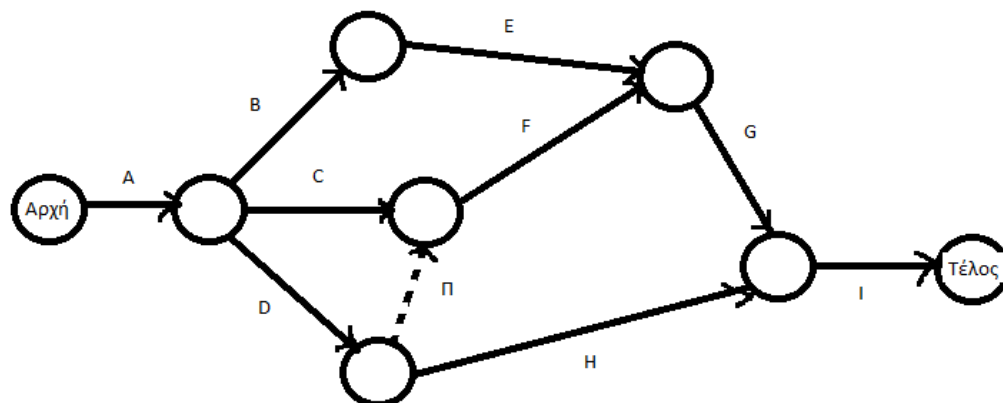
Στον παρακάτω πίνακα δίνονται οι δραστηριότητες ενός έργου, η διάρκεια τους καθώς και οι σχέσεις αλληλουχίας που υπάρχουν. Σχεδιάστε το αντίστοιχο δίκτυο με τη μέθοδο των κατά βέλη προσανατολισμένων γραφημάτων, υπολογίστε όλα τα σχετικά στοιχεία χρόνων (ενωρίτεροι/βραδύτεροι χρόνοι, ελεύθερα/συνολικά περιθώρια) του δικτύου και αναγράψτε τις κρίσιμες διαδρομές.

Δραστηριότητα	Αμέσως Προηγούμενη	Διάρκεια (εβδομάδες)
A	-	1
B	A	4
C	A	3
D	A	7
E	B	6
F	C,D	2
G	E,F	7
H	D	9
I	G,H	4

## 1. Σχεδιασμός Δικτύου

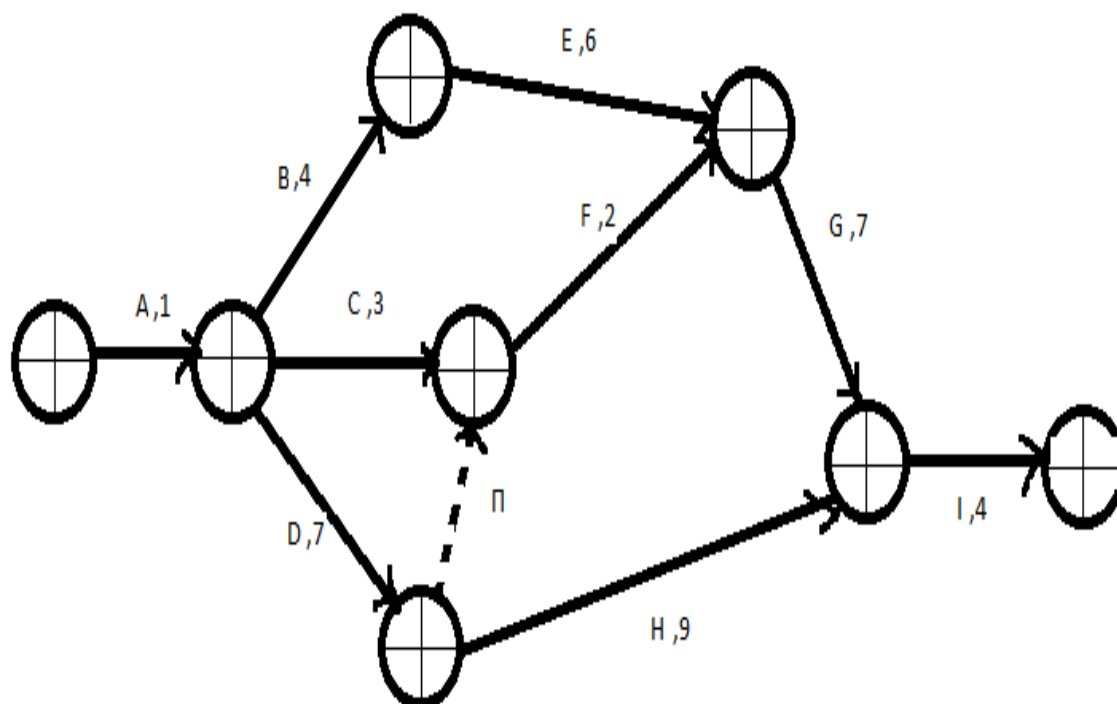
Εδώ μας δίνει τις αμέσως προηγούμενες για κάθε δραστηριότητα άρα εκείνη που δεν έχει προηγούμενη, στην περίπτωση μας η Α, θα είναι η πρώτη δραστηριότητα, αριστερά στο διάγραμμα. Οι δραστηριότητες Β, C και D έχουν ως προηγούμενη τους την Α, άρα θα ξεκινούν από αυτή. Η δραστηριότητα Ε ξεκινάει μόλις τελειώσει η Β. Η F ξεκινά εφόσον ολοκληρωθούν οι C και D. Επειδή όμως δεν μπορώ να έχω παράλληλες δραστηριότητες που να ξεκινούν και να τελειώνουν μαζί, θα βάλω την F να ξεκινά κατευθείαν από την C και από την D μέσω μιας πλασματικής δραστηριότητας να ξεκινά η F. Η G ξεκινά όταν τελειώσουν οι F και E, άρα θα τις βάλω να καταλήγουν στον ίδιο κόμβο και από εκεί θα ξεκινά η G. Η H θα ξεκινά εκεί που τελειώνει η D, ενώ θα τη φέρω να τελειώνει στον ίδιο κόμβο με την G, καθώς από τον κόμβο εκείνο θα ξεκινά η I, η οποία θα καταλήγει στον κόμβο τέλους.

Άρα το δίκτυο θα είναι το εξής:



## 2. Επίλυση Δικτύου

Εφόσον σχεδιάσαμε το δίκτυο τώρα μπορούμε να το επιλύσουμε. Για ευκολία θα ασχοληθούμε με τον πρώτο τρόπο επίλυσης (και οι δύο τρόποι επίλυσης δίνουν τα ίδια αποτελέσματα). Το δίκτυο μεταφέρεται τώρα ως εξής:



Πώς συμπληρώνω όμως τα στοιχεία;

LF <sub>a</sub>	EF <sub>a</sub>
ΔT <sub>0a</sub>	α

όπου:

EF<sub>a</sub> : το νωρίτερο πέρας του γεγονότος α

LF<sub>a</sub> : το αργότερο πέρας του γεγονότος α

$\Delta T_{0a}$  : το ολικό χρονικό περιθώριο του γεγονότος  $a$

$A$  : είναι η ονομασία του γεγονότος

- ⇒ **Πρώτα συμπληρώνω τα κάτω δεξιά κουτάκια** για να ονομάσω τα γεγονότα. Δεν υπάρχει σωστός ή λάθος τρόπος αρίθμησης, αρκεί ο πρώτος κόμβος στα αριστερά να είναι το νούμερο 1 και ο τελευταίος κόσμος στα δεξιά να είναι το τελευταίο - μεγαλύτερο νούμερο, στην περίπτωση μας το 8.
- ⇒ **Έπειτα ακολουθώ τον ομόρροπο υπολογισμό για να συμπληρώσω τα πάνω δεξιά κουτάκια (EFa).** Το EFa στο κουτάκι αρχής είναι πάντα μηδέν. Στους κόμβους που καταλήγει ένα βέλος (μια δραστηριότητα) το EF προκύπτει προσθέτοντας το EF αρχής (από εκεί που ξεκινά το βέλος) με τη διάρκεια της δραστηριότητας. Στους κόμβους που καταλήγουν 2 ή περισσότερα βέλη, επιλέγω για το EF το μεγαλύτερο αποτέλεσμα εφόσον προσθέσω το EF αρχής με τη διάρκεια της δραστηριότητας. Αναλυτικά:

Κόμβος	EFa
1	Είναι κόμβος αρχής άρα $EF=0$
2	Σε αυτόν καταλήγει μόνο η $A$ άρα $EF=0+1=1$
3	Σε αυτόν καταλήγει μόνο η $B$ άρα $EF=1+4=5$
4	Σε αυτόν καταλήγει η $C$ και η $D$ μέσω της πλασματικής $\Pi$ άρα θα πρέπει πρώτα να έχω υπολογίσει το EF στον κόμβο 5
5	Σε αυτόν καταλήγει η $D$ άρα $EF=1+7=8$ . ΤΩΡΑ ΕΠΙΣΤΡΕΦΩ ΣΤΟΝ ΚΟΜΒΟ 4: στον 4 η $C$ καταλήγει με $1+3=4$ και η $D$ μέσω της $\Pi$ με $8+0=8$ . Εμείς κρατάμε το μεγαλύτερο αποτέλεσμα άρα στον κόμβο 4 $EF=8$
6	Στον κόμβο 6 πηγαίνουν οι $E$ και $F$ . Η $E$ πηγαίνει με $5+6=11$ και η $F$ με $8+2=10$ ΑΡΑ επιλέγω το μεγαλύτερο αποτέλεσμα, δηλαδή το EF είναι 11.
7	Στον κόμβο 7 καταλήγουν οι $G$ και $H$ . Η $G$ πηγαίνει με $11+7=18$ και η $H$ με $8+9=17$ , άρα επιλέγω το μεγαλύτερο αποτέλεσμα το 18
8	Στον τελευταίο κόμβο καταλήγει μόνο η $I$ , με $18+4=22$ άρα $EF=22$

- ⇒ **Στη συνέχεια ακολουθώ τον αντίρροπο υπολογισμό για τα πάνω αριστερά κουτάκια, δηλαδή για το LFa.** Τώρα ξεκινάω από τον τελευταίο κόμβο για να φτάσω στην αρχή.

Κόμβος	LFα
8	Στον κόμβο τέλους πάντα $LF=EF$ άρα εδώ $LF=22$
7	Στον κόμβο 7 υπάρχει μια αρχή βέλους άρα το LF προκύπτει αφαιρώντας το LF τέλους μείον τη διάρκεια της δραστηριότητας I, δηλαδή $22-4=18$
6	Στον κόμβο 6 πηγαίνει μόνο η αρχή βέλους της G άρα $LF=18-7=11$
5	Στον κόμβο 5 υπάρχουν δύο αρχές βέλους: από την H και την πλασματική Π. Από την H προκύπτει $18-9=9$ και για να βρω τι προκύπτει από την Π θα πρέπει πρώτα να υπολογίσω το αποτέλεσμα για το LF του κόμβου 4
4	Στον κόμβο 4 υπάρχει μόνο η αρχή του βέλους της F άρα $LF=11-2=9$ . ΤΩΡΑ ΕΠΙΣΤΡΕΦΩ ΣΤΟΝ ΚΟΜΒΟ 5: Η Π έρχεται σε αυτόν με $9-0=9$ , ενώ και η H με 9 άρα στον 5 <sup>ο</sup> κόμβο $LF=9$ . ΑΝ ΔΕΝ ΗΤΑΝ ΙΔΙΑ ΤΑ ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΑ ΘΑ ΔΙΑΛΕΓΑ ΤΟ ΜΙΚΡΟΤΕΡΟ
3	Στον κόμβο 3 καταλήγει μόνο η E άρα $LF=11-6=5$
2	Στον κόμβο 2 καταλήγει η αρχή από τρία βέλη. Η B έρχεται με $5-4=1$ . η C με $9-3=6$ και η D με $9-7=2$ . Επιλέγω το μικρότερο αποτέλεσμα άρα $LF=1$
1	Στον κόμβο 1 καταλήγει η δραστηριότητα A άρα $LF=1-1=0$ . ΕΞΑΛΛΟΥ ΠΑΝΤΑ ΣΤΟΝ ΚΟΜΒΟ ΑΡΧΗΣ $LF=EF=0$

⇒ **Τελευταίο συμπληρώνω το κάτω αριστερά κουτάκι** δηλαδή το ολικό περιθώριο του γεγονότος, αφαιρώντας  $LF-EF$ , δηλαδή το πάνω αριστερά κουτάκι μείον το πάνω δεξιά. Άρα:

Κόμβος	$\Delta T_{0a}$
1	$0-0=0$
2	$1-1=0$
3	$5-5=0$
4	$9-8=1$
5	$9-8=1$
6	$11-11=0$
7	$18-18=0$
8	$22-22=0$



### 3. Δημιουργία Πίνακα Χρονικών Στοιχείων

Ο πίνακας χρονικών στοιχείων περιλαμβάνει τις εξής στήλες:

Δραστ.	Γεγονότα		Διάρκεια	Νωρίτεροι Χρ.		Αργότεροι Χρ.		Περιθώρια	
	Αρχής	Τέλους		EFi	EFj	LFi	LFj	Ολικό ΔΤΟij	Ελεύθερο ΔΤFij

Δραστηριότητες: οι δραστηριότητες μου π.χ. Α, Β, C κλπ. από τον πίνακα με τα δεδομένα

#### Γεγονότα:

- Αρχής: βλέπω το κάτω δεξιά κουτάκι από το οποίο ξεκινά η δραστηριότητα π.χ. η Α ξεκινά στο 1
- Τέλους: βλέπω το κάτω δεξιά κουτάκι στο οποίο καταλήγει η δραστηριότητα π.χ. η Α καταλήγει στο 2

Διάρκεια: η διάρκεια από τα δεδομένα του πίνακα

#### Νωρίτεροι χρόνοι:

- **EFi** : βλέπω το πάνω δεξιά κουτάκι από το οποίο ξεκινά η δραστηριότητα π.χ. η Α έχει  $EF_i = 0$
- **EFj** : βλέπω το πάνω δεξιά κουτάκι στο οποίο τελειώνει η δραστηριότητα π.χ. η Α έχει  $EF_j = 1$

#### Αργότεροι χρόνοι:

- **LFi** : βλέπω το πάνω αριστερά κουτάκι από το οποίο ξεκινά η δραστηριότητα π.χ. η Α έχει  $LF_i = 0$
- **LFj** : βλέπω το πάνω αριστερά κουτάκι στο οποίο καταλήγει η δραστηριότητα π.χ. η Α έχει  $LF_j = 1$

#### Περιθώρια:

- **Ολικό ΔΤΟij** : υπολογίζεται από τον τύπο  $\Delta T_{Oij} = LF_j - (EF_i + T_{ij})$  όπου  $T_{ij}$  η διάρκεια
- **Ελεύθερο ΔΤFij** : υπολογίζεται από τον τύπο  $\Delta T_{Fij} = EF_j - (EF_i + T_{ij})$

Άρα ο πίνακας στην άσκηση μας είναι ο εξής:

Δραστ.	Γεγονότα		Διάρκεια	Νωρίτεροι Χρ.		Αργότεροι Χρ.		Περιθώρια	
	Αρχής	Τέλους		EFi	EFj	LFi	LFj	Ολικό ΔΤΟij	Ελεύθερο ΔΤFij
A	1	2	1	0	1	0	1	$1-(0+1)=0$	$1-(0+1)=0$
B	2	3	4	1	5	1	5	$5-(1+4)=0$	$5-(1+4)=0$
C	2	4	3	1	8	1	9	$9-(1+3)=5$	$8-(1+3)=4$
D	2	5	7	1	8	1	9	$9-(1+7)=1$	$8-(1+7)=0$
E	3	6	6	5	11	5	11	$11-(5+6)=0$	$11-(5+6)=0$
F	4	6	2	8	11	9	11	$11-(8+2)=1$	$11-(8+2)=1$
G	6	7	7	11	18	11	18	$18-(11+7)=0$	$18-(11+7)=0$
H	5	7	9	8	18	9	18	$18-(8+9)=1$	$18-(8+9)=1$
I	7	8	4	18	22	18	22	$22-(18+4)=0$	$22-(18+4)=0$

#### 4. Κρίσιμες Διαδρομές, Κρίσιμες Δραστηριότητες. Διάρκεια Έργου

Οι κρίσιμες δραστηριότητες είναι εκείνες που έχουν  $\Delta T O_{ij} = 0$  άρα A,B,E,G,I. Οι δραστηριότητες αυτές συνθέτουν την κρίσιμη διαδρομή:  $A \rightarrow B \rightarrow E \rightarrow G \rightarrow I$  με διάρκεια  $1+4+6+7+4=22$ . Από το διάγραμμα αντίστοιχα βλέπω ποια γεγονότα (κόμβοι) έχουν 0 στο κάτω αριστερά κουτάκι, άρα αυτοί θα ενώνουν τις δραστηριότητες στην κρίσιμη διαδρομή. Εδώ οι κόμβοι είναι 1,2,3,6,7,8 που ενώνουν αντίστοιχα τις δραστηριότητες  $A \rightarrow B \rightarrow E \rightarrow G \rightarrow I$  και η διάρκεια του έργου είναι εκείνη που εμφανίζεται στα πάνω κουτάκια του κόμβου τέλους.



eclass4U