

eclass4U

ΥΠΗΡΕΣΙΕΣ ΨΗΦΙΑΚΗΣ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗΣ

ΔΕΟ 31

Είδη και τύποι Δικαιωμάτων (Options)

Ένα παραγωγό συμβόλαιο δικαιώματος είναι ένα χρεόγραφο του οποίου η αξία εξαρτάται άμεσα από την πορεία του υποκείμενου μέσου (τίτλου- μετοχή ,εμπόρευμα που είναι δυνατόν να αγοραστεί ή και να πωληθεί με κάποιο δικαίωμα), και παρέχει στον αγοραστή του το δικαίωμα και όχι την υποχρέωση άσκησης. Επομένως είναι πιο ευέλικτο προϊόν από τα ΣΜΕ καθώς ο αγοραστής έχει τη δυνατότητα να επιλέξει να μην το ασκήσει αν το επιθυμεί .

Τα δικαιώματα διακρίνονται σε:

- **Δικαιώματα αγοράς (call options):** δίνουν στον κάτοχό τους το δικαίωμα να αγοράσει ένα περιουσιακό στοιχείο, σε κάποια προκαθορισμένη τιμή, μέσα σε ορισμένη χρονική περίοδο.
- **Δικαιώματα πώλησης (put options):** δίνουν στον κάτοχό τους το δικαίωμα να πουλήσει ένα περιουσιακό στοιχείο, σε κάποια προκαθορισμένη τιμή, μέσα σε ορισμένη χρονική περίοδο.
- **Δικαιώματα αμερικάνικου τύπου (American options):** μπορούν να εξασκηθούν οποιαδήποτε χρονική στιγμή μέχρι την ημερομηνία λήξης τους.
- **Δικαιώματα ευρωπαϊκού τύπου (European options):** μπορούν να εξασκηθούν μόνο στην ημερομηνία λήξης τους.

Εμείς θα ασχοληθούμε με τα δικαιώματα Ευρωπαϊκού τύπου.

Παράδειγμα δικαιώματος αγοράς (call option) και διάγραμμα κερδών.

Επενδυτής αγοράζει δικαίωμα αγοράς - ευρωπαϊκού τύπου - με τιμή εξάσκησης (strike price) $X = \$100$, κόστους $c = \$5$.

Στην ημερομηνία παράδοσης η τελική τιμή του υποκείμενου μέσου (final price) S μπορεί να είναι:

- $S < X$, ο επενδυτής δεν εξασκεί το δικαίωμα να αγοράσει το υποκείμενο μέσο (στοιχίζει φθηνότερα στην άμεση αγορά). Η ζημιά που καταγράφει ισούται με c .
- $S > X$, ο επενδυτής εξασκεί το δικαίωμα, αγοράζει προς $\$100$ περιουσιακό στοιχείο που

Μπορεί να διαθέσει στην αγορά προς S καταγράφοντας κέρδος $(S - X - c)$

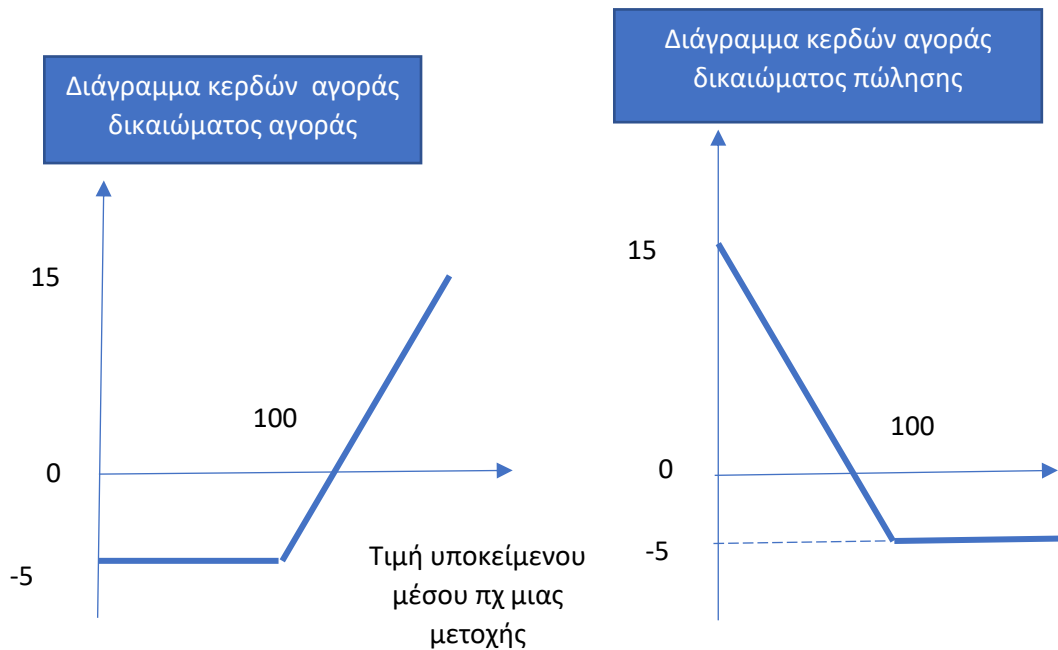
Παράδειγμα δικαιώματος πώλησης (put option) και διάγραμμα κερδών

Επενδυτής αγοράζει δικαίωμα πώλησης - ευρωπαϊκού τύπου - με τιμή εξάσκησης $X = \$100$, το οποίο κοστίζει $p = \$5$. Στην ημερομηνία παράδοσης η τιμή του υποκείμενου μέσου S μπορεί να είναι:

- $S < X$, ο επενδυτής εξασκεί το δικαίωμα πουλάει προς $\$100$ περιουσιακό στοιχείο που Μπορεί να διαθέσει στην αγορά προς S , καταγράφοντας κέρδος $(X - S - p)$.
- $S > X$, ο επενδυτής δεν εξασκεί το δικαίωμα να πουλήσει το υποκείμενο μέσο (αξίζει περισσότερο στην άμεση αγορά). Η ζημιά που καταγράφει ισούται με p .

Διαγράμματα και πίνακας αποδόσεων θέσεων αγοράς δικαιωμάτων αγοράς και δικαιωμάτων πώλησης για διαφορετικές εκβάσεις στην καταληκτική ημερομηνία,

Τιμή εξάσκησης X	100				
Τιμή δικαιώματος αγοράς	5				
Τιμή δικαιώματος πώλησης	5				
Πιθανή τιμή μετοχής στην καταληκτική ημερομηνία	80	90	100	110	120
Απόδοση του δικαιώματος αγοράς	-5	-5	-5	5	15
Απόδοση δικαιώματος πώλησης	15	5	-5	-5	-5



Θέσεις Δικαιωμάτων

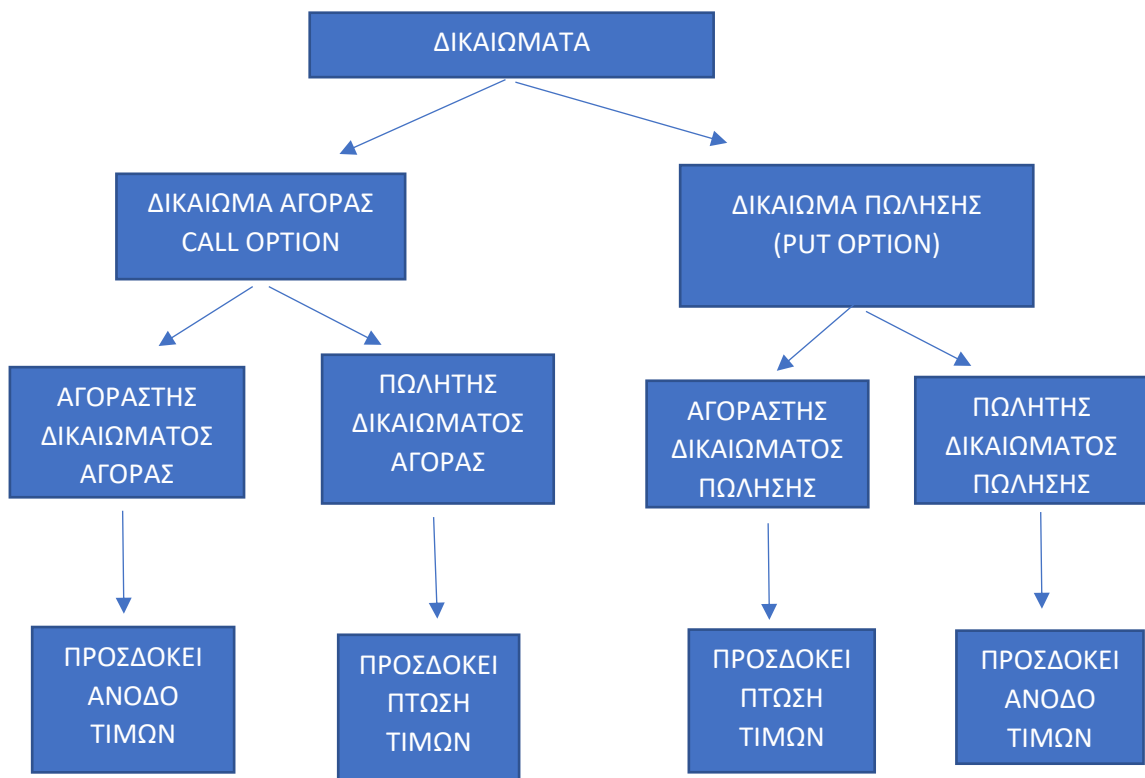
Η αγοροπωλησία δικαιώματος γίνεται μεταξύ δύο αντισυμβαλλόμενων:

- ο ένας κατέχει θέση αγοράς (long position) - έχει αγοράσει το δικαίωμα.
- ο άλλος κατέχει θέση πώλησης (short position) - έχει πουλήσει/εκδώσει το δικαίωμα (option's writer).

Κατά την αγοροπωλησία ο εκδότης του δικαιώματος λαμβάνει χρηματικό ποσό έναντι ικανοποίησης πιθανών μελλοντικών αξιώσεων εκ μέρους του αγοραστή.

Υπάρχουν 4 ειδών θέσεις σε δικαιώματα:

- Θέση αγοράς δικαιώματος αγοράς (long call option)
- Θέση πώλησης δικαιώματος αγοράς (short call option)
- Θέση αγοράς δικαιώματος πώλησης (long put option)
- Θέση πώλησης δικαιώματος πώλησης (short put option)

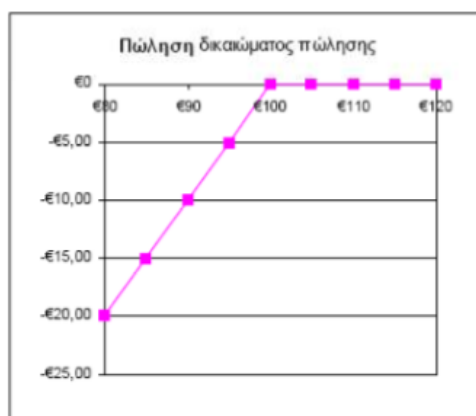
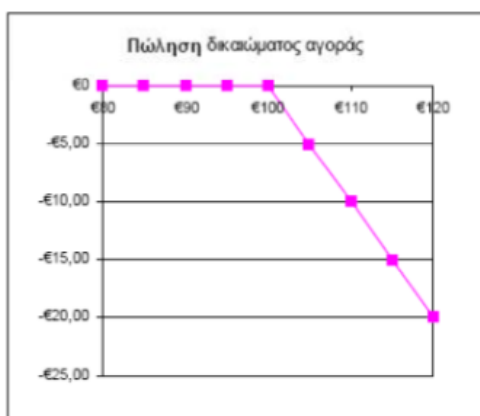
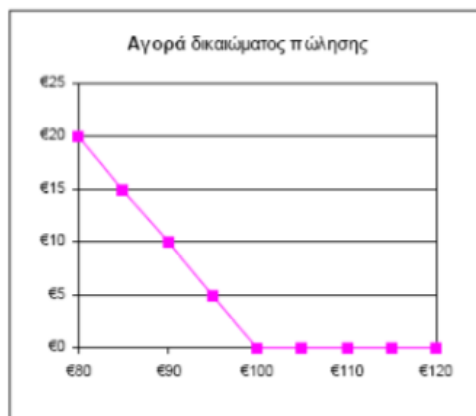
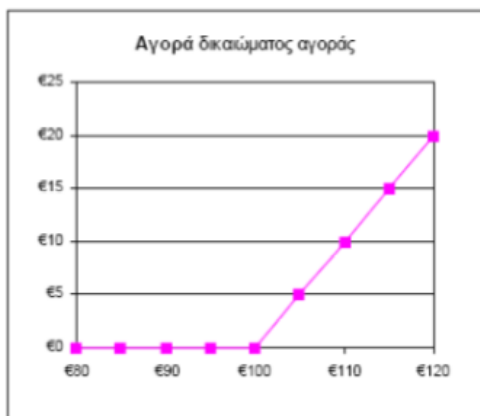


Στα διαγράμματα που ακολουθούν φαίνεται το κέρδος/ζημιά που καταγράφεται κατά την εξάσκηση ενός δικαιώματος για κάθε αντισυμβαλλόμενο και για διαφορετικές πιθανές τιμές του υποκείμενου μέσου. Το κέρδος/ζημιά υπολογίζεται από τις σχέσεις:

- Θέση αγοράς δικαιώματος αγοράς: $\max(S - X, 0)$
- Θέση πώλησης δικαιώματος αγοράς: $\min(X - S, 0)$
- Θέση αγοράς δικαιώματος πώλησης: $\max(X - S, 0)$
- Θέση πώλησης δικαιώματος πώλησης: $\min(S - X, 0)$

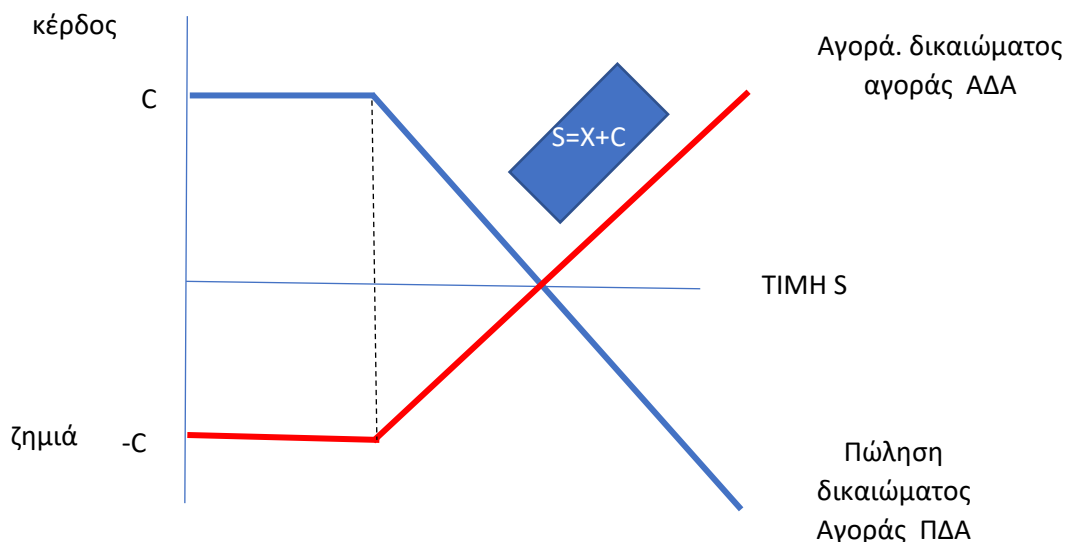
Σημειώνεται ότι τα διαγράμματα δεν λαμβάνουν υπόψη την το κόστος του δικαιώματος

στον υπολογισμό του κέρδους/ζημιάς:

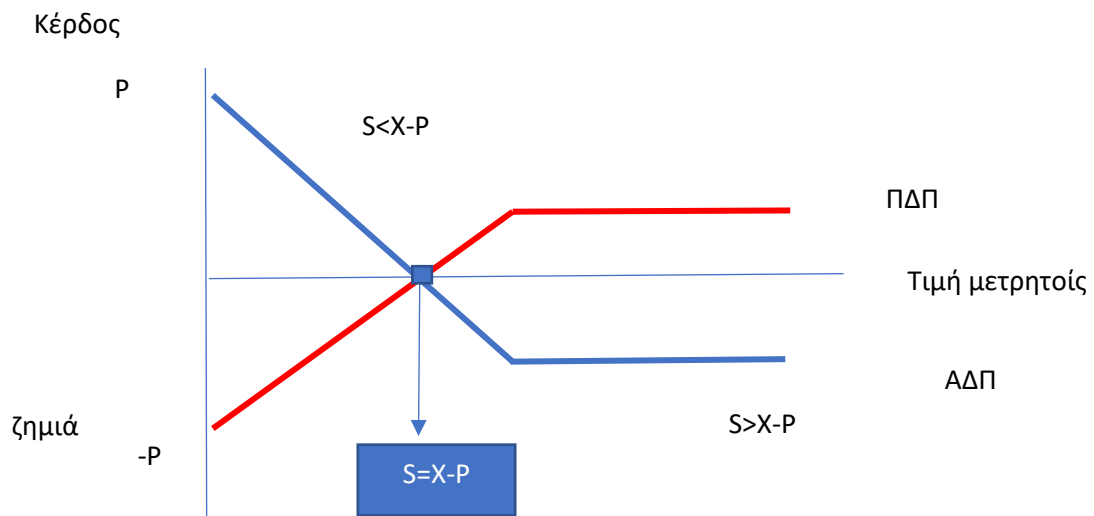


ΤΡΟΠΟΣ ΣΚΕΨΗΣ ΣΤΑ ΔΙΚΑΙΩΜΑΤΑ

ΑΓΟΡΑ ΔΙΚΑΙΩΜΑΤΟΣ ΑΓΟΡΑΣ (ΑΔΑ)	ΠΩΛΗΤΗΣ ΔΙΚΑΙΩΜΑΤΟΣ ΑΓΟΡΑΣ (ΠΔΑ)
ΠΡΟΣΔΟΚΩ ΑΝΟΔΟ ΤΙΜΩΝ	ΠΡΟΣΔΟΚΩ ΠΤΩΣΗ ΤΙΜΩΝ
ΚΑΤΑΒΑΛΛΩ ΑΣΦΑΛΙΣΤΡΟ C (η τιμή του δικαιώματος για να αγοράσω το δικαίωμα)	ΕΙΣΠΡΑΤΩ ΑΣΦΑΛΙΣΤΡΟ ΑΠΟ ΤΟΝ ΑΓΟΡΑΣΤΗ
Εάν δεν εξασκήσω το δικαίωμα το C είναι η μέγιστη ζημιά μου	Εάν ο αγοραστής ΔΕΝ εξασκήσει το δικαίωμα το C είναι το μέγιστο κέρδος.
Εάν εξασκήσω το δικαίωμα τα κέρδη απεριόριστα	Εάν το εξασκήσει ο αγοραστής το δικαίωμα η ζημιά του πωλητή είναι ΑΠΕΡΙΟΡΙΣΤΗ
ΕΞΑΣΚΗΣΗ ΔΙΚΑΙΩΜΑΤΟΣ	ΕΞΑΣΚΗΣΗ ΔΙΚΑΙΩΜΑΤΟΣ
ΕΣΩΤΕΡΙΚΗ ΑΞΙΑ : αξίζει να το εξασκήσω; [0,S-X] θέλω S>X ΓΙΑ ΝΑ ΤΟ ΕΞΑΣΚΗΣΩ	ΕΣΩΤΕΡΙΚΗ ΑΞΙΑ : [0,S-X] Θέλω σαν πωλητής S<X ώστε ο αγοραστής να μην το εξασκήσει



ΑΓΟΡΑΣΤΗΣ ΠΩΛΗΣΗΣ	ΔΙΚΑΙΩΜΑΤΟΣ	ΠΩΛΗΤΗΣ ΔΙΚΑΙΩΜΑΤΟΣ ΠΩΛΗΣΗΣ
ΠΡΟΣΔΟΚΩ ΠΤΩΣΗ ΤΙΜΩΝ		ΠΡΟΣΔΟΚΩ ΑΝΟΔΟ ΤΙΜΩΝ
ΚΑΤΑΒΑΛΛΩ ΑΣΦΑΛΙΣΤΡΟ P ΣΤΟΝ ΠΩΛΗΤΗ ΓΙΑ ΝΑ ΠΑΡΩ ΤΟ ΔΙΚΑΙΩΜΑ		ΕΙΣΠΡΑΤΩ ΑΣΦΑΛΙΣΤΡΟ ΑΠΟ ΤΟΝ ΑΓΟΡΑΣΤΗ ΚΑΙ ΤΟ ΔΙΚΑΙΩΜΑ ΦΕΥΓΕΙ ΑΠΟ ΤΑ ΧΕΡΙΑ ΜΟΥ
Εάν δεν εξασκήσω το δικαίωμα μου το P η μέγιστη ζημιά μου		Αν ο αγοραστής δεν εξασκήσει το P είναι το μέγιστο κέρδος
Εάν το εξασκήσω τότε τα κέρδη απεριόριστα		Εάν το εξασκήσει ο αγοραστής τότε η ζημιά απεριόριστη
ΕΞΑΣΚΗΣΗ ΔΙΚΑΙΩΜΑΤΟΣ ΠΩΛΗΣΗΣ		ΕΞΑΣΚΗΣΗ ΔΙΚΑΙΩΜΑΤΟΣ
Εσωτερική αξία $[0, X-S]$ ΚΑΙ ΘΕΛΩ $X > S$		Εσωτερική αξία $[0, X-S]$ ΚΑΙ ΘΕΛΩ Ως πωλητής $X < S$
Χρονική αξία $[X-S]-P$		Χρονική αξία $P - [X-S]$
Ισορροπία $S=X-P$ Κέρδος $S < X-P$ ΚΑΙ ζημιά $S > X-P$		Ισορροπία $S=X-P$ Κέρδος $S > X-P$ ΚΑΙ ζημιά $S < X-P$



Χαρακτηριστικά Δικαιώματος

Τα δικαιώματα χαρακτηρίζονται από τα ακόλουθα:

- **Τιμή εξάσκησης X** (exercise ή strike price), είναι η προκαθορισμένη τιμή στην οποία πραγματοποιείται η αγορά ή πώληση του υποκείμενου μέσου σε περίπτωση εξάσκησης του δικαιώματος.
- **Τιμή δικαιώματος c ή p** (option's premium), είναι η τιμή στην οποία διαπραγματεύεται ένα δικαίωμα. Η τιμή του δικαιώματος συνίσταται στις:

Εσωτερική αξία του δικαιώματος, το μέγιστο του 0 και του κέρδους που θα πρόκυπτε από την άμεση εξάσκηση του δικαιώματος.

Δηλαδή :

Εσωτερική αξία δικαιώματος αγοράς = $\max(S - X, 0)$

Εσωτερική αξία δικαιώματος πώλησης = $\max(X - S, 0)$

Αξία χρόνου , η αξία που οφείλεται στη δυνατότητα εξάσκησης του δικαιώματος σε μία μελλοντική χρονική στιγμή.

Τιμή δικαιώματος = Εσωτερική αξία + Αξία του χρόνου.

Ανάλογα με την τιμή του υποκείμενου μέσου στην άμεση αγορά, S, τα δικαιώματα

χαρακτηρίζονται ως:

- δικαιώματα με εσωτερική αξία , $S > X$ για δικαιώματα αγοράς και $S < X$ για δικαιώματα πώλησης .
- Δικαιώματα χωρίς εσωτερική αξία , $S < X$ για δικαιώματα αγοράς και $S > X$ για δικαιώματα πώλησης.
- Δικαιώματα στην εσωτερική τους αξία , $S = X$ για δικαιώματα αγοράς και πώλησης.

Αγοροπωλησία δικαιωμάτων

Η συναλλακτική διαδικασία για τα δικαιώματα που διαπραγματεύονται σε οργανωμένα χρηματιστήρια είναι ανάλογη με τη διαδικασία που ακολουθείται για τα ΣΜΕ.

- Συναλλαγή μέσω διαπραγματευτή με ανάλογο με την περίπτωση των ΣΜΕ τρόπο.
- Εγγύηση συναλλαγών από την εταιρεία εκκαθάρισης.
- Τήρηση λογαριασμού περιθωρίου (επενδυτή- διαπραγματευτή και διαπραγματευτή- εταιρείας εκκαθάρισης) με βάση τα εξής: ο λογαριασμός αφορά μόνο τη θέση πώλησης – η θέση αγοράς δεν δεσμεύει τον επενδυτή.

- αρχικό περιθώριο που υπολογίζεται και από τα υπόλοιπα αξιόγραφα που έχει ο

πωλητής του δικαιώματος στο χαρτοφυλάκιο του (π.χ. μετοχές επί των οποίων έχει εκδοθεί δικαίωμα μπορούν να κατατεθούν ως ενέχυρο). Εάν ο υποκείμενος τίτλος δεν είναι στην κατοχή του εκδότη τότε λαμβάνεται υπόψη η εσωτερική αξία του δικαιώματος. Περιθώριο συντήρησης που υπολογίζεται με αντίστοιχο τρόπο με αυτό του υπολογισμού του αρχικού περιθωρίου

- Η έξοδος από την αγορά μπορεί να γίνει με: έκδοση ή αγορά συμφηφιστικής θέσης

Παράγοντες που επηρεάζουν την αξία των δικαιωμάτων

Βασικοί παράγοντες που επηρεάζουν την αξία των δικαιωμάτων είναι:

- Η τιμή της μετοχής στην άμεση αγορά, S .
- Η τιμή εξάσκησης του δικαιώματος, X .
- Η χρονική περίοδος που μεσολαβεί μέχρι την ημερομηνία παράδοσης , T .

- Η μεταβλητότητα (volatility) της τιμής της μετοχής, σ .

Άλλοι παράγοντες είναι:

- Το χωρίς κίνδυνο επιτόκιο, r .
- Τα μερίσματα που αναμένονται κατά τη διάρκεια ζωής του δικαιώματος, d .

Στις παρακάτω παραγράφους εξετάζεται η επίδραση που έχει κάθε ένας από τους παράγοντες που αναφέρθηκαν στην περίπτωση που οι υπόλοιποι διατηρούνται σταθεροί.

Τιμή μετοχής στην άμεση αγορά

Η απόδοση (payoff) δικαιώματος αγοράς είναι: $\max(S - X, 0)$.

Επομένως η αξία δικαιώματος αγοράς αυξάνει (μειώνεται) με την αύξηση (μείωση) της τιμής S .

Η απόδοση (payoff) δικαιώματος πώλησης είναι: $\max(X - S, 0)$

Επομένως, η αξία δικαιώματος πώλησης αυξάνει (μειώνεται) με την μείωση (αύξηση) της τιμής S .

Τιμή εξάσκησης

Ακολουθώντας τη συλλογιστική της προηγούμενης ενότητας:

- η αξία δικαιώματος αγοράς αυξάνει όταν μειώνεται η τιμή εξάσκησης X και αντιστρόφως όταν αυξάνεται η τιμή εξάσκησης X .
- η αξία δικαιώματος πώλησης αυξάνει όταν αυξάνεται η τιμή εξάσκησης X και αντιστρόφως

ΔΙΑΡΚΕΙΑ

Γενικά, όσο μεγαλύτερη είναι η διάρκεια ενός δικαιώματος τόσο μεγαλύτερη είναι η αξία του.

Μεταβλητότητα

Μεταβλητότητα είναι το μέγεθος που εκφράζει την αβεβαιότητα ως προς την μελλοντική έκβαση της τιμής μιας μετοχής. Υψηλή μεταβλητότητα σημαίνει αυξημένη πιθανότητα ότι

η μετοχή θα έχει υψηλή απόδοση ή υψηλή ζημιά. Επομένως, η αύξηση της μεταβλητότητας

- αυξάνει την τιμή δικαιώματος αγοράς εφόσον η πιθανότητα υψηλών αποδόσεων

αυξάνεται (η πιθανότητα πτώσης της τιμής δεν επηρεάζει!).

- αυξάνει την τιμή δικαιώματος πώλησης εφόσον η πιθανότητα μεγάλης πτώσης αυξάνεται.

Επιτόκια και μερίσματα

Η αύξηση των επιτοκίων συνοδεύεται από

- αύξηση του αναμενόμενου ρυθμού αύξησης (growth rate) της τιμής της μετοχής, S

- μείωση της παρούσας αξίας των πληρωμών

Τα παραπάνω έχουν σαν αποτέλεσμα

- μείωση της τιμής του δικαιώματος πώλησης

- αύξηση της τιμής του δικαιώματος αγοράς - λόγω της μεγαλύτερης επίδρασης του

πρώτου παράγοντα .

Η πληρωμή μερισμάτων έχει σαν συνέπεια τη μείωση της τιμής μιας μετοχής, επομένως

όσο μεγαλύτερη είναι η μερισματική απόδοση,

- τόσο μεγαλύτερη θα είναι και η μείωση της τιμής του δικαιώματος αγοράς

- τόσο μεγαλύτερη θα είναι η αύξηση της τιμής του δικαιώματος πώλησης

ΑΠΟΤΙΜΗΣΗ ΠΑΡΑΓΩΓΩΝ ΠΡΟΑΙΡΕΤΙΚΗΣ ΒΑΣΗΣ

Η αποτίμηση παραγώγων προαιρετικής βάσης, δικαιωμάτων και άλλων υβριδικών προϊόντων μπορεί να γίνει τόσο με αναλυτικές μεθόδους – μέσω μία ‘κλειστής’ μαθηματικής σχέσης – όσο και με αριθμητικές μεθόδους. Η ανάλυσή μας θα περιοριστεί στην παρουσίαση της γνωστής αναλυτικής μεθόδου των Black-Scholes-Merton η οποία έχει εφαρμογή στην αποτίμηση δικαιωμάτων ευρωπαϊκού τύπου μόνο.

Θεωρητικό πλαίσιο

Η ανάπτυξη των σχέσεων αποτίμησης και της σχέσης ισοδυναμίας που παρουσιάζεται παρακάτω προϋποθέτει την ισχύ των ακόλουθων παραδοχών:

- Όλες οι συναλλαγές είναι ανέξοδες (costless transactions).
- Όλα τα κέρδη (μη συμπεριλαμβανομένων των ζημιών) έχουν τον ίδιο φορολογικό συντελεστή.
- Δεν υπάρχουν διαφορές μεταξύ τιμής προσφοράς και τιμής ζήτησης (no bid-ask spread).
- Οι συμμετέχοντες μπορούν να αγοράσουν και να πουλήσουν ένα αγαθό στην ίδια τιμή και μπορούν επίσης να δανειστούν ή να δανείσουν με το ίδιο χωρίς κίνδυνο επιτόκιο.
- Οι αγορές είναι τέλειες (perfect markets).
- Οι ευκαιρίες κερδοσκοπικής αντιστάθμισης (εξισορροπητικής κερδοσκοπίας) αποκομίζονται όταν παρουσιαστούν.
- Δεν υπάρχουν περιορισμοί για ανοιχτές πωλήσεις (short selling).
- Όλα τα αγαθά διαιρούνται απεριόριστα (infinite divisibility).

Σημείωση: Οι παραπάνω παραδοχές δεν είναι ρεαλιστικές για το σύνολο των επενδυτών χωρίς όμως αυτό να είναι δεσμευτικό για την ανάλυση που ακολουθεί. Είναι λογικές δε για ένα υποσύνολο επενδυτών - τους μεγάλους χρηματοπιστωτικούς οργανισμούς - που μπορούν να λάβουν θέσεις εξισορροπητικής κερδοσκοπίας, η οποία αποτελεί τη θεμέλιο λίθο για την αποτίμηση των παράγωγων προϊόντων.

Σχέση ισοδυναμίας τιμών δικαιωμάτων αγοράς και πώλησης

(Put-Call parity)

Δεδομένων των προηγούμενων παραδοχών, οι αγοραίες τιμές των δικαιωμάτων πρέπει να ικανοποιούν την παρακάτω σχέση ισοδυναμίας ώστε να μην είναι εφικτή η διεξαγωγή εξισορροπητικής κερδοσκοπίας.

$$P = C - S + Xe^{-rT}$$

Όπου C , η τιμή δικαιώματος αγοράς ευρωπαϊκού τύπου με τιμή εξάσκησης X διάρκειας

T , r το ακίνδυνο επιτόκιο για καταθέσεις διάρκειας T , P η τιμή δικαιώματος πώλησης ευρωπαϊκού τύπου με τιμή εξάσκησης X διάρκειας T και S , η τιμή της μετοχής ή του οποιουδήποτε αξιόγραφου – στην άμεση αγορά - επί του οποίου έχουν εκδοθεί τα δικαιώματα.

Στην περίπτωση που το υποκείμενο μέσο έχει μερισματική απόδοση η οποία μπορεί να

εκφραστεί ως ποσοστό της τιμής του αξιόγραφου, έστω q , η σχέση παίρνει τη μορφή:

$$C + Xe^{-rT} = P + Se^{-qT}$$

ή αν τα μερίσματα πληρώνονται σε διακριτό χρόνο:

$$C + Xe^{-rT} + ΠΑ(\text{μερισμάτων}) = P + S$$

Ας εξετάσουμε ποιο είναι το αποτέλεσμα της μη επαλήθευσης της σχέσης ισοδυναμίας και

πώς μπορεί αυτό να αξιοποιηθεί για τη δημιουργία κέρδους χωρίς κίνδυνο.

Έστω ότι οι τιμές που επικρατούν είναι: $r=10\%$, $S=\$31$, $X=\$30$, $c=\$3$, $p=\$2,25$ για δικαιώματα διάρκειας 3 μηνών. Υπάρχει δυνατότητα κερδοσκοπικής αντιστάθμισης και πώς μπορεί κανείς να την εκμεταλλευτεί ως επενδυτής;

- Χαρτοφυλάκιο A: $C + Xe^{-rT} = 3 + 30 e^{-0,1 \times 0,25} = \$32,26$

- Χαρτοφυλάκιο B: $p + S = 2,25 + 31 = \$33,25$

Το Χαρτοφυλάκιο B είναι υπερτιμημένο έναντι του A οπότε μπορούν να πουληθούν οι τίτλοι που το συνιστούν και παράλληλα να αγοραστούν οι τίτλοι που συνθέτουν το Χαρτοφυλάκιο A.

Επομένως η πρόταση για τη διεκπεραίωση εξισορροπητικής κερδοσκοπίας έχει ως εξής:

- αγορά 1 δικαιώματος αγοράς, με κόστος \$3
- πώληση 1δικαιώματος πώλησης και 1 μετοχής, με έσοδα $\$2,25 + \31

Συνολικά λοιπόν οι παραπάνω τοποθετήσεις αποφέρουν έσοδα: $-3 + 2,25 + 31 = \$30,25$

Τα έσοδα αυτά μπορούν να επενδυθούν με το ακίνδυνο επιτόκιο οπότε η τελική τους αξία

την T θα είναι: $30,25 * e^{0,1*0,25} = 31,02$ Την χρονική στιγμή T η τιμή της μετοχής θα είναι: $S > X$, οπότε ο επενδυτής:

- εξασκεί το δικαίωμα αγοράς, αγοράζοντας τη μετοχή προς \$30 και τη χρησιμοποιεί για

να καλύψει την ανοικτή πώληση.

- το δικαίωμα πώλησης παραμένει ανεκτέλεστο

Το συνολικό κέρδος είναι: $\$31,02 - \$30 = \$1,02$

$S \leq X$, οπότε ο επενδυτής:

- αγοράζει τη μετοχή ως αντισυμβαλλόμενος δικαιώματος πώλησης που εκτελείται προς

\$30 και τη χρησιμοποιεί για να καλύψει την ανοικτή πώληση.

- το δικαίωμα αγοράς παραμένει ανεκτέλεστο

Το συνολικό κέρδος είναι: $\$31,2 - \$30 = \$1,02$

Παρατηρείται λοιπόν ότι για οποιαδήποτε τιμή της μετοχής τη στιγμή της λήξης των δικαιωμάτων το κέρδος είναι \$1,02.

Το υπόδειγμα αποτίμησης δικαιωμάτων Black-Scholes- Merton

Σύμφωνα με το υπόδειγμα αποτίμησης Black-Scholes-Merton η θεωρητική αξία των δικαιωμάτων αγοράς και πώλησης ευρωπαϊκού τύπου υπολογίζεται από τις σχέσεις:

$$C = S * N(d_1) - X * e^{-rT} * N(d_2), \text{δικαίωμα αγοράς}$$

$$P = X * e^{-rT} * N(-d_2) - S * N(-d_1) \text{δικαίωμα πώλησης}$$

Όπου:

$$d_1 = \frac{\ln\left(\frac{S}{X}\right) + \left(r_f + \frac{\sigma^2}{2}\right) * T}{\sigma * \sqrt{T}} \quad \text{ΚΑΙ} \quad d_2 = d_1 - \sigma * \sqrt{T}$$

Στις παραπάνω σχέσεις εμφανίζονται για πρώτη φορά τα μεγέθη:

σ : η (μελλοντική) μεταβλητότητα του υποκείμενου μέσου. Υπολογίζεται ως η τυπική απόκλιση των ιστορικών αποδόσεων του υποκείμενου μέσου – απλούστερη μέθοδος –

καθώς και μέσω μιας σειράς άλλων σχημάτων.

$N(d)$: η πιθανότητα εμφάνισης μιας απόκλισης μικρότερης του d σε $N(0,1)$. Υπολογίζεται

με τη βοήθεια πινάκων.

Το υπόδειγμα αποτίμησης Black-Scholes-Merton γενικεύεται για τον υπολογισμό της θεωρητικής αξίας δικαιωμάτων επί οποιουδήποτε υποκείμενου μέσου. Έτσι οι αρχικές σχέσεις διαμορφώνονται στις:

$$c = S * e^{-qT} * N(d_1) - X * e^{-rT} * N(d_2)$$

$$p = X * e^{-rT} * N(-d_2) - S e^{-qT} * N(-d_1)$$

Όπου:

$$d_1 = \frac{\ln\left(\frac{S}{X}\right) + \left(r - q + \frac{\sigma^2}{2}\right) * T}{\sigma * \sqrt{T}} \quad \text{ΚΑΙ} \quad d_2 = d_1 - \sigma * \sqrt{T}$$

Ανάλογα με το είδος του υποκείμενου μέσου η τιμή της παραμέτρου q λαμβάνει τις εξής

τιμές:

$q = 0$ για δικαιώματα μέτοχών χωρίς μερισματική απόδοση.

$q =$ μερισματική απόδοση μετοχής για δικαιώματα μέτοχών που παρέχουν μέρισμα.

$q =$ μερισματική απόδοση χαρτοφυλακίου μέτοχών δείκτη.

$q =$ επιτόκιο ξένου νομίσματος για δικαιώματα νομισμάτων.

$q =$ εγχώριο επιτόκιο για δικαιώματα επί ΣΜΕ ή προθεσμιακό συμβόλαιο.

ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ

Ας υποθέσουμε ότι ζητείται η αποτίμηση δικαιώματος αγοράς μετοχής ευρωπαϊκού τύπου. Η τιμή της μετοχής στην άμεση αγορά είναι \$42. Η τιμή εξάσκησης του δικαιώματος είναι \$40 και η διάρκεια του 6 μήνες. Η μεταβλητότητα της μετοχής είναι 20% σε ετήσια βάση και το ακίνδυνο επιτόκιο 10%. Ο υπολογισμός της τιμής του δικαιώματος θα πραγματοποιηθεί με βάση τις παραπάνω σχέσεις αντικαθιστώντας $q = 0$ εφόσον αποτιμάται δικαίωμα επί μετοχής χωρίς μερισματική απόδοση.

Επομένως:

$$d_1 = \frac{\ln(S/X) + (r + \sigma^2/2)T}{\sigma\sqrt{T}} = \frac{\ln(42/40) + (0,1 + 0,2^2/2)0,5}{0,2\sqrt{0,5}} = 0,7693$$

$$d_2 = d_1 - \sigma\sqrt{T} = 0,7693 - 0,2\sqrt{0,5} = 0,6278$$

Από τους πίνακες που επισυνάπτονται με γραμμική παρεμβολή προκύπτει:

$$\begin{aligned} N(d_1) &= N(0,7693) \\ &= N(0,76) + [N(0,77) - N(0,76)] \times \frac{[0,7693 - 0,76]}{[0,77 - 0,76]} \\ &= 0,7764 + [0,7794 - 0,7764] \times \frac{[0,7693 - 0,76]}{[0,77 - 0,76]} \\ &= 0,7791 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} N(d_2) &= N(0,6278) \\ &= N(0,62) + [N(0,63) - N(0,62)] \times \frac{[0,6278 - 0,62]}{[0,63 - 0,62]} \\ &= 0,7324 - [0,7357 - 0,7324] \times \frac{[0,6278 - 0,62]}{[0,63 - 0,62]} \\ &= 0,7350 \end{aligned}$$

και με αντικατάσταση:

$$\begin{aligned} c &= S N(d_1) - X e^{-rT} N(d_2) \\ &= 42 \times 0,7791 - 40 \times e^{-10\% \times 0,5} \times 0,7350 \\ &= 4,76 \$ \end{aligned}$$

Η Αντιστάθμιση (Κινδύνου) με Δικαιώματα

Ένας έμπορος σιτηρών αγοράζει μια ποσότητα σιτηρών από έναν αγρότη με σκοπό να τη

διαθέσει στην αγορά σε μία μελλοντική χρονική στιγμή. Να προσδιορισθεί ο κίνδυνος για

τον έμπορο και τον αγρότη (θεωρήστε μηδενικό το κόστος αποθήκευσης).

Λύση

Σε περίπτωση που η τιμή των σιτηρών στο μέλλον είναι υψηλότερη από την τρέχουσα ο

Έμπορος ωφελείται από τη σημερινή αγοροπωλησία ενώ ο αγρότης βλάπτεται. Ο πρώτος

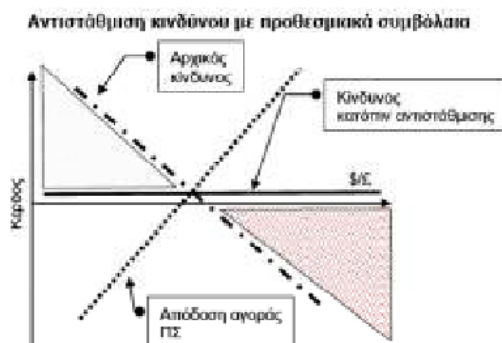
Πουλά τα σιτηρά σε τιμή υψηλότερη από την τιμή κτήσης ενώ ο δεύτερος θα μπορούσε να περιμένει προκειμένου να πετύχει καλύτερη τιμή .

Σε περίπτωση που η τιμή των σιτηρών στο μέλλον είναι χαμηλότερη από τη τρέχουσα ωφελείται ο αγρότης ενώ ο έμπορος βλάπτεται . Επειδή η μελλοντική τιμή των σιτηρών δεν μπορεί να είναι γνωστή εκ των προτέρων οι ανειλημμένες θέσεις αγοράς ή πώλησης αντιμετωπίζουν τον κίνδυνο ανόδου ή πτώσης της τιμής των σιτηρών .

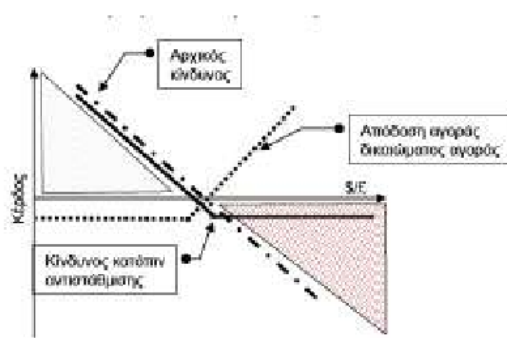
Αντιστάθμιση είναι η διαδικασία που ακολουθείται προκειμένου να αντιμετωπιστεί ο κίνδυνος από ανειλημμένες θέσεις αγοράς ή πώλησης.

Η αντιστάθμιση μπορεί να πραγματοποιηθεί είτε με τη χρήση προθεσμιακών συμβολαίων είτε με τη χρήση δικαιωμάτων. Στα διαγράμματα που ακολουθούν φαίνεται η αντιστάθμιση του κινδύνου που αντιμετωπίζει συντελεστής της αγοράς ο οποίος πρόκειται να αγοράσει £ με \$ Αμερικής, με προθεσμιακά συμβόλαια και εναλλακτικά με δικαιώματα.

Αντιστάθμιση κινδύνου με Προθεσμιακά Συμβόλαια



Αντιστάθμιση κινδύνου με Δικαιώματα



Προσδιορισμός μεγέθους αντισταθμιστικής θέσης

Το μέγεθος/αξία της θέσης σε δικαιώματα προκειμένου να αντισταθμιστεί θέση αξίας Θ_M

στην αγορά μετρητοίς δίνεται από τη σχέση:

$$\theta_{\Delta} = \frac{\theta_M}{\Delta}$$

όπου, Θ_{Δ} η αξία της θέσης στην αγορά δικαιωμάτων, Θ_M η αξία της θέσης στην αγορά μετρητοίς (100% ή μικρότερο ποσοστό της συνολικής ανοικτής θέσης), Δ το Δέλτα των δικαιωμάτων που χρησιμοποιούνται στην αντιστάθμιση.

Για δικαιώματα Αγοράς: $\delta A = N(d1)$

Για δικαιώματα Πώλησης: $\delta \Pi = -N(-d1)$

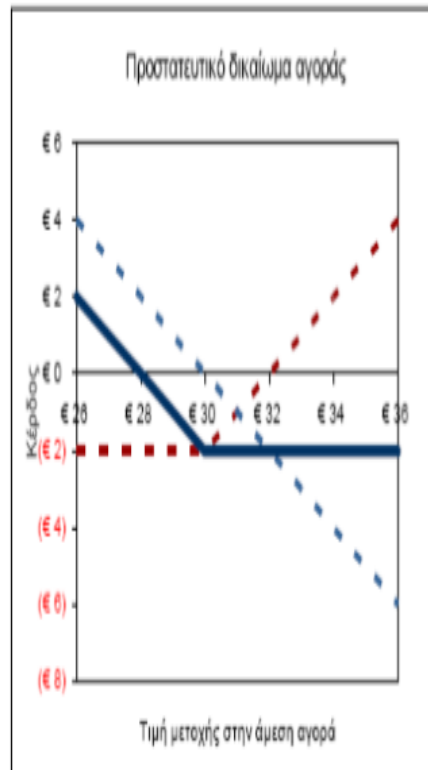
ΒΑΣΙΚΟΙ ΤΡΟΠΟΙ ΑΝΤΙΣΤΑΘΜΙΣΗΣ

1. Αντιστάθμιση με αγορά δικαιώματος αγοράς (προστατευτικό δικαίωμα αγοράς)

Στην περίπτωση που ο αντισταθμιστής προσπαθεί να προστατευτεί από **ενδεχόμενη άνοδο των τιμών**, όπως προκύπτει από ανειλημμένες θέσεις πώλησης στην αγορά μετρητοίς, μπορεί να προβεί **στην αγορά δικαιώματος αγοράς**.

Στον πίνακα και στο διάγραμμα που ακολουθούν φαίνεται το προφίλ κερδών ενός προστατευτικού δικαιώματος αγοράς όταν η μετοχή έχει πωληθεί στην άμεση αγορά προς €30 και το δικαίωμα που χρησιμοποιείται έχει τιμή εξάσκησης €30 και κόστος €1.99. Ο αντισταθμιστής προστατεύεται από ενδεχόμενη αύξηση τιμών χωρίς να θυσιάσει το σύνολο της απόδοσης στη θέση μετρητοίς σε περίπτωση που οι τιμές μειωθούν. Ο αντισταθμιστής προστατεύεται από ενδεχόμενη αύξηση τιμών χωρίς να θυσιάσει το σύνολο της απόδοσης στη θέση μετρητοίς σε περίπτωση που οι τιμές μειωθούν.

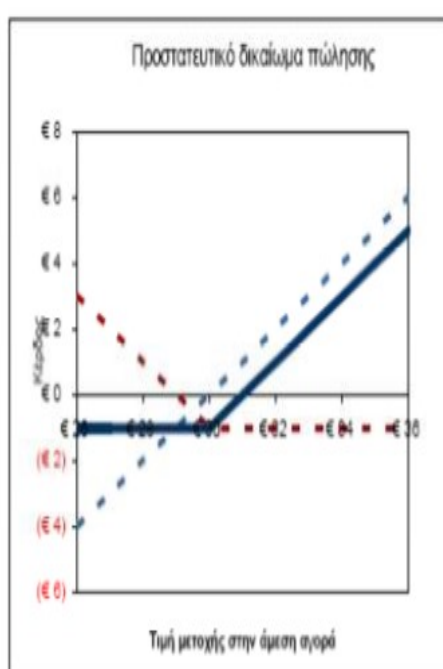
Τιμή μετοχής	Απόδοση δικαιώματος	Απόδοση μετοχής	Συνολική απόδοση
€ 26	€ -1.99	€ 4.00	€ 2.01
€ 27	€ -1.99	€ 3.00	€ 1.01
€ 28	€ -1.99	€ 2.00	€ 0.01
€ 29	€ -1.99	€ 1.00	€ -0.99
€ 30	€ -1.99	€ 0.00	€ -1.99
€ 31	€ -0.99	€ -1.00	€ -1.99
€ 32	€ 0.01	€ -2.00	€ -1.99
€ 33	€ 1.01	€ -3.00	€ -1.99
€ 34	€ 2.01	€ -4.00	€ -1.99
€ 35	€ 3.01	€ -5.00	€ -1.99
€ 36	€ 4.01	€ -6.00	€ -1.99



2. Αντιστάθμιση με αγορά δικαιώματος πώλησης (προστατευτικό δικαίωμα πώλησης)

Στην περίπτωση που ο αντισταθμιστής προσπαθεί να προστατευτεί από ενδεχόμενη πτώση των τιμών, όπως προκύπτει από ανειλημμένες θέσεις αγοράς στην αγορά μετρητοίς, μπορεί να προβεί στην αγορά δικαιώματος πώλησης. Ο αντισταθμιστής προστατεύεται από ενδεχομένη πτώση τιμών χωρίς να θυσιάσει το σύνολο της απόδοσης στη θέση μετρητοίς σε περίπτωση που οι τιμές αυξηθούν.

Τιμή μετοχής	Απόδοση δικαιώματος	Απόδοση μετοχής	Συνολική απόδοση
€ 26	€ 2.61	-€ 4.00	-€ 1.39
€ 27	€ 1.61	-€ 3.00	-€ 1.39
€ 28	€ 0.61	-€ 2.00	-€ 1.39
€ 29	-€ 0.39	-€ 1.00	-€ 1.39
€ 30	-€ 1.39	€ 0.00	-€ 1.39
€ 31	-€ 1.39	€ 1.00	-€ 0.39
€ 32	-€ 1.39	€ 2.00	€ 0.61
€ 33	-€ 1.39	€ 3.00	€ 1.61
€ 34	-€ 1.39	€ 4.00	€ 2.61
€ 35	-€ 1.39	€ 5.00	€ 3.61
€ 36	-€ 1.39	€ 6.00	€ 4.61

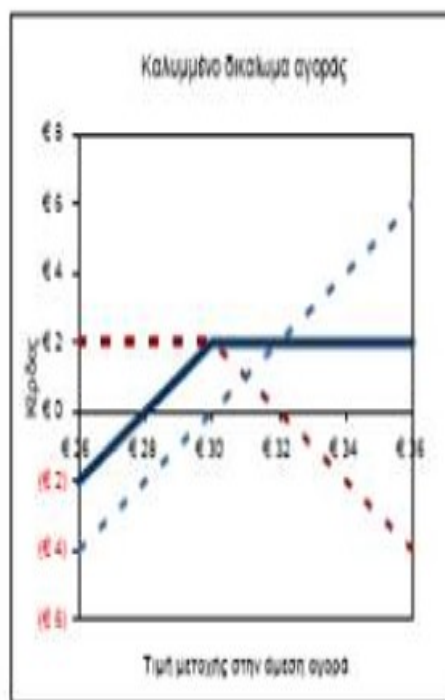


ΣΥΜΠΛΗΡΩΜΑΤΙΚΟΙ ΤΡΟΠΟΙ ΑΝΤΙΣΤΑΘΜΙΣΗΣ

3. Αντιστάθμιση με πώληση δικαιώματος αγοράς (καλυμμένο δικαίωμα αγοράς)

Μια θετική θέση στην αγορά μετρητοίς μπορεί να αντισταθμιστεί με την πώληση ενός δικαιώματος αγοράς. Στον πίνακα και στο διάγραμμα που ακολουθούν φαίνεται το προφίλ κερδών ενός Καλυμμένου δικαιώματος αγοράς όταν η τιμή κτήσης της μετοχής στην άμεση αγορά είναι €30 και το δικαίωμα που χρησιμοποιείται έχει τιμής εξάσκησης €30 και κόστος €1.99. Η παραπάνω στρατηγική μπορεί να θεωρηθεί ως στρατηγική μεγέθυνσης της απόδοσης σε κάποιο διάστημα τιμών (κοντά στην τιμή εξάσκησης) χωρίς να εναποθέτει νέους κινδύνους στον αντισταθμιστή.

Τιμή μετοχής	Απόδοση δικαιώματος	Απόδοση μετοχής	Συνολική απόδοση
€ 26	€ 1.99	-€ 4.00	-€ 2.01
€ 27	€ 1.99	-€ 3.00	-€ 1.01
€ 28	€ 1.99	-€ 2.00	-€ 0.01
€ 29	€ 1.99	-€ 1.00	€ 0.99
€ 30	€ 1.99	€ 0.00	€ 1.99
€ 31	€ 0.99	€ 1.00	€ 1.99
€ 32	-€ 0.01	€ 2.00	€ 1.99
€ 33	-€ 1.01	€ 3.00	€ 1.99
€ 34	-€ 2.01	€ 4.00	€ 1.99
€ 35	-€ 3.01	€ 5.00	€ 1.99
€ 36	-€ 4.01	€ 6.00	€ 1.99



4. Αντιστάθμιση με πώληση δικαιώματος πώλησης(καλυμμένο δικαίωμα πώλησης)

Μια αρνητική θέση στην αγορά μετρητοίς μπορεί να αντισταθμιστεί με την πώληση ενός

δικαιώματος πώλησης. Στον πίνακα και διάγραμμα που ακολουθούν φαίνεται το προφίλ κερδών ενός προστατευτικού δικαιώματος πώλησης όταν η τιμή κτήσης της μετοχής στην άμεση αγορά είναι €30 και το δικαίωμα που χρησιμοποιείται έχει τιμής εξάσκησης €30 και κόστος €1.39

Τιμή μετοχής	Απόδοση δικαιώματος	Απόδοση μετοχής	Συνολική απόδοση
€ 26	-€ 2.61	€ 4.00	€ 1.39
€ 27	-€ 1.61	€ 3.00	€ 1.39
€ 28	-€ 0.61	€ 2.00	€ 1.39
€ 29	€ 0.39	€ 1.00	€ 1.39
€ 30	€ 1.39	€ 0.00	€ 1.39
€ 31	€ 1.39	-€ 1.00	€ 0.39
€ 32	€ 1.39	-€ 2.00	-€ 0.61
€ 33	€ 1.39	-€ 3.00	-€ 1.61
€ 34	€ 1.39	-€ 4.00	-€ 2.61
€ 35	€ 1.39	-€ 5.00	-€ 3.61
€ 36	€ 1.39	-€ 6.00	-€ 4.61

