ΔΕΟ31-

ΧΡΗΜΑΤΟΟΙΚΟΝΟΜΙΚΗ

ΔΙΟΙΚΗΣΗ

ΤΟΜΟΣ Δ – ΔΙΑΧΕΙΡΙΣΗ

ΧΑΡΤΟΦΥΛΑΚΙΟΥ

ΜΑΘΗΜΑ 3

ΕΥΡΕΣΗ ΑΠΟΔΟΣΗΣ ΟΜΟΛΟΓΟΥ

ΑΠΟΔΟΣΗ ΣΤΗ ΛΗΞΗ ΤΗΣ ΟΜΟΛΟΓΙΑΣ (YIELD TO MATURITY)

Μετράει την αποδοση που θα έχει μια ομολογία για τον επενδυτη στη λήξη της και ταυτίζεται με τον εσωτερικό βαθμό αποδοσης ή απαιτουμενη αποδοση της ομολογίας. Είναι εκείνο το επιτοκιο που εξισώνει την παρουσα αξία όλων των μελλοντικών πληρωμών στον κάτοχο μιας ομολογίας με την τιμή της στην αγορά. Χρησιμοποιείται για να υπολογίσει την απόδοση στη λήξη της ομολογίας (Yield To Maturity). Η απόδοση στη λήξη είναι μια υποσχόμενη απόδοση που θα πραγματοποιηθεί μόνο εάν ο επενδυτής κρατήσει την ομολογία μέχρι τη λήξη της σε n περιόδους.

ΤΡΕΧΟΥΣΑ ΑΠΟΔΟΣΗ ΟΜΟΛΟΓΙΑΣ

Χρησιμοποιείται για να υπολογισει την αποδοση που συσχετιζει τα τοκομεριδια της ομολογίας με την τρέχουσα τιμή.

$$CY = r = \frac{C}{P_0}$$

ΑΠΟΔΟΣΗ ΟΜΟΛΟΓΙΑΣ ΜΕΤΑΞΥ 2 ΠΑΡΟΥΣΩΝ ΑΞΙΩΝ

Χρησιμοποιείται για να υπολογίσει την απόδοση που συσχετίζει το τοκομερίδιο της ομολογίας με την τιμή μεταξύ 2 περιόδων (μετά την είσπραξη τοκομεριδίου).

$$r = \frac{C + (P_1 - P_0)}{P_0}$$

P1 : η παρούσα (ή οικονομική) αξία του ομολογου μετά την είσπραξη του 1ου τοκομεριδίου.

ΕΥΡΕΣΗ ΑΠΟΔΟΣΗΣ ΣΤΗ ΛΗΞΗ

Άσκηση κατανόησης 1

Μια ομολογία τριετούς διάρκειας έχει ονομαστική αξία 1000 € και η τρέχουσα τιμή της είναι 900 €. Αν έχει κουπόνι 5%:

(α) Ποια θα ήταν η **τρέχουσα απόδοσή της** αν την πουλούσαμε στην παραπάνω τιμή;

(β) Ποια η απόδοσή της αν την πουλούσαμε στο άρτιο στη λήξη της;

(γ) Αν το επιτόκιο (απαιτούμενη απόδοση) ανέβαινε σε 20% σε ποια τιμή θα την πουλούσαμε την ομολογία;

Λύση

Υπολογίσουμε την τρέχουσα απόδοση για το α' ερώτημα, την απόδοση στη λήξη για το β' ερώτημα με διαδοχικές προσεγγίσεις από κάθε αντίστοιχο τύπο αφού πρώτα βρούμε το κουπόνι.

(α) $C = cr * FV \Leftrightarrow C = 5\% * 1000 \Leftrightarrow C = 50$

Η τρέχουσα απόδοση της ομολογίας θα είναι

$$P_0 = \frac{C}{r} \Leftrightarrow r = \frac{C}{P_0} \Leftrightarrow r = \frac{50}{900} \Leftrightarrow r = 5{,}56\%$$

(β) Η απόδοση στη λήξη της ομολογίας θα βρίσκεται στη λήξη της ομολογίας **με διαδοχικές προσεγγίσεις** και είναι κατά προσέγγιση 9%

Παρατηρούμε ότι η απόδοση στη λήξη είναι ο εσωτερικός βαθμός απόδοσης δηλαδή είναι το επιτόκιο εκείνο που μηδενίζει την ΚΠΑ του ομολόγου

$$P_0 = \frac{50}{(1+YTM)} + \frac{50}{(1+YTM)^2} + \frac{1050}{(1+YTM)^3} \Leftrightarrow$$

$$900 = \frac{50}{(1+YTM)} + \frac{50}{(1+YTM)^2} + \frac{1050}{(1+YTM)^3} \Leftrightarrow$$

$$\frac{50}{(1+YTM)} + \frac{50}{(1+YTM)^2} + \frac{1050}{(1+YTM)^3} - 900 = 0 \Leftrightarrow YTM = 9\%$$

(γ) Η τιμή της ομολογίας αν αυξηθεί το επιτοκιο σε 20%

$$P_0 = \frac{50}{(1+20\%)} + \frac{50}{(1+20\%)^2} + \frac{1050}{(1+20\%)^3} \Leftrightarrow P_0 = 684$$

ΑΣΚΗΣΗ ΚΑΤΑΝΟΗΣΗΣ 2

Να βρεθει η αποδόση ενός εξαετούς ομολόγου ονομαστικής αξίας 1000€ και επιτοκίου έκδοσης 8% στην τιμη 110€.

Λυση

Βρισκουμε το κουπονι $C = cr * FV \Leftrightarrow C = 8\% * 100 \Leftrightarrow C = 8$

$$110 = \frac{8}{1+YTM} + \frac{8}{(1+YTM)^2} + \frac{8}{(1+YTM)^3} + \frac{8}{(1+YTM)^4} + \frac{8}{(1+YTM)^5} + \frac{108}{(1+YTM)^5} \Leftrightarrow$$

$$\frac{8}{1+YTM} + \frac{8}{(1+YTM)^2} + \frac{8}{(1+YTM)^3} + \frac{8}{(1+YTM)^4} + \frac{8}{(1+YTM)^5} + \frac{108}{(1+YTM)^5} - 110 = 0$$

Συγκεκριμένα για

$R_1 = 5\%$

$$K\Pi A_1 = \frac{8}{1+0,05} + \frac{8}{(1+0,05)^2} + \frac{8}{(1+0,05)^3} + \frac{8}{(1+0,05)^4} + \frac{8}{(1+0,05)^5} + \frac{108}{(1+0,05)^6} - 110 = 5,23$$

Επομένως θα πρέπει να δοκιμάσουμε ένα υψηλότερο επιτόκιο προκειμένου να μηδενίσουμε την ΚΠΑ.

$R_2 = 6\%$

$$K\Pi A_2 = \frac{8}{1+0,06} + \frac{8}{(1+0,06)^2} + \frac{8}{(1+0,06)^3} + \frac{8}{(1+0,06)^4} + \frac{8}{(1+0,06)^5} + \frac{108}{(1+0,06)^6} - 110 = -0,17$$

$$k = \text{EBA} = R_1 + \frac{R_2 - R_1}{\text{K}\Pi\text{A}_1 + |\text{K}\Pi\text{A}_2|} * \text{K}\Pi\text{A}_1$$

Επομένως ο ΕΒΑ, δηλαδή η απόδοση στη λήξη είναι ίση με

$$k = 0,05 + \frac{0,06-0,05}{5,23+|-0,17|} * 5,23 = 0,0597 = 5,97\%$$

<u>ΣΧΕΣΗ ΤΙΜΩΝ ΤΩΝ ΟΜΟΛΟΓΙΩΝ ΚΑΙ ΤΩΝ ΕΠΙΤΟΚΙΩΝ ΚΑΘΩΣ ΚΑΙ ΤΩΝ ΑΠΟΔΟΣΕΩΝ ΤΟΥΣ</u>

- Όταν **αυξάνεται η τιμή μιας ομολογίας** θα **μειώνεται η απόδοσή της** και αντίστροφα. $\uparrow P \Rightarrow \downarrow y$
- Όταν **αυξάνεται το επιτόκιο, θα μειώνεται η τιμή της ομολογίας** και **θα αυξάνεται η απόδοσή της.** $\uparrow k \Rightarrow \downarrow P \Rightarrow \uparrow y$
- Όσο **μεγαλύτερη διάρκεια ζωής** και **μικρότερο κουπόνι** (λόγω χαμηλότερου εκδοτικού επιτοκίου) έχει μια ομολογία **τόσο μεγαλύτερος ο κίνδυνος επιτοκίων.**

ΕΥΡΕΣΗ ΑΠΟΔΟΣΗΣ ΟΜΟΛΟΓΟΥ ΠΡΙΝ ΤΗ ΛΗΞΗ

Η απόδοση θα πρέπει να βρίσκεται είτε αν ο επενδυτής κρατάει το ομόλογο μέχρι τη λήξη ή το πουλάει πριν τη λήξη.

Παρατήρηση

Αν το ομόλογο το κρατάμε μέχρι τη λήξη του η απόδοση στη λήξη είναι ο ΕΒΑ δηλαδή εκείνο το επιτόκιο που μηδενίζει τη ΚΠΑ .

Η συνηθέστερη μορφή των ασκήσεων είναι να σου ζητείται νωρίτερα να βρεις την απόδοση .

Τότε

- **ΒΗΜΑ 1** θα σου λέει η άσκηση το χρόνο που ο επενδυτής θέλει να πουλήσει το ομόλογο ή να το έχεις βρει .Εκεί θα έχεις βρει την τιμή η οποία θα είναι και η τελική αξία .
- **ΒΗΜΑ 2** εξισώνουμε τα μελλοντικά προ εξοφλημένα εισοδήματα με τη τιμή που αγόρασε και λύνω ως προς το επιτόκιο που είναι η απόδοση μου δηλαδή δουλεύω το ότι $MA = \boldsymbol{\Pi A}\,(\mathbf{1}+\boldsymbol{r})^{\boldsymbol{n}} \Leftrightarrow$

- $\boldsymbol{\Pi A = \frac{MA}{(1+r)^n} \Leftrightarrow (1+r)^n = \frac{MA}{\Pi A} = \frac{TA}{AA}}$

$$\boldsymbol{\Leftrightarrow 1+r = \left(\frac{MA}{\Pi A}\right)^{\frac{1}{n}} = \frac{TA^{\frac{1}{n}}}{AA} \Leftrightarrow r = \frac{TA^{\frac{1}{n}}}{AA} - 1}$$

Τυπολόγιο Τόμου Δ (Διαχείριση Χαρτοφυλακίου)

Απόδοση της Περιόδου Διακράτησης (HPR): HPR = TA / AA
όπου
HPR = η απόδοση της περιόδου διακράτησης,
TA = η τελική αξία επένδυσης,
AA = η αρχική αξία επένδυσης.

Ποσοστιαία απόδοση της περιόδου διακράτησης HPY : HPY=HPR-1

Ετήσια HPR : $HPR=HPR^{1/n}$

- n

Άσκηση 1

Να βρεθεί η τιμή μιας ομολογίας διάρκειας 3 ετών εκδοτικού επιτοκίου 10% ονομαστικής αξίας 1000€ όπου τα τοκομερίδια καταβάλλονται στο τέλος κάθε έτους. Η απόδοση που προσφέρετε στους ομολογιούχους για επενδύσεις ιδίου κίνδυνου είναι 10%

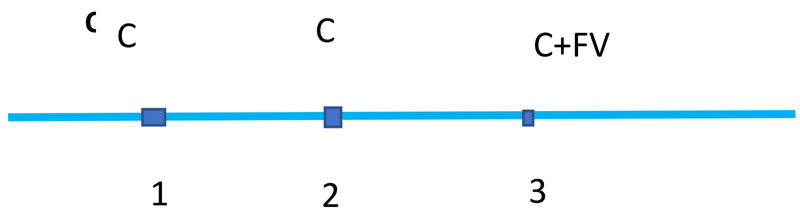
Α) Να βρεθεί η τιμή του ομολόγου

Β) εάν ο επενδυτής πουλήσει την ομολογία στο τέλος του πρώτου χρόνου μετα την είσπραξη του πρώτου τοκομερίδιου Να βρεθεί η απόδοση του ομολόγου αν η απόδοση μετα τον πρώτο χρόνο μειωθεί από 10 % σε 9%

Λύση

Βρίσκω το κουπόνι $C = cr * FV \Leftrightarrow C = 0{,}1 * 1000 \Leftrightarrow C = 100$

Φτιάχνω την γραμμή του χρόνου



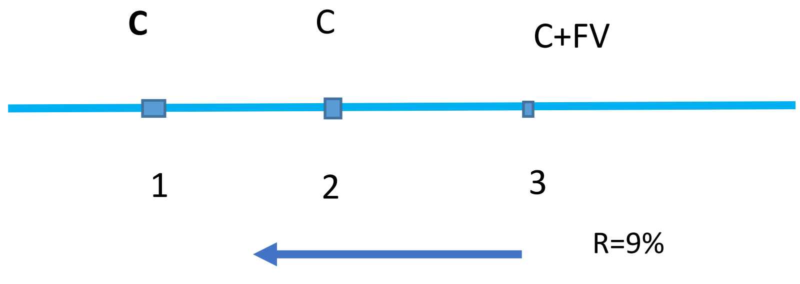
Η τιμή στο σήμερα είναι το άθροισμα των μελλοντικών εισοδημάτων

$$P_0 = \frac{100}{1+10\%} + \frac{100}{(1+10\%)^2} + \frac{1050}{(1+10\%)^3} \Leftrightarrow P_0 = 1000$$

Θα μπορούσα να απαντήσουμε κατευθείαν διότι το ομόλογο είναι στο άρτιο

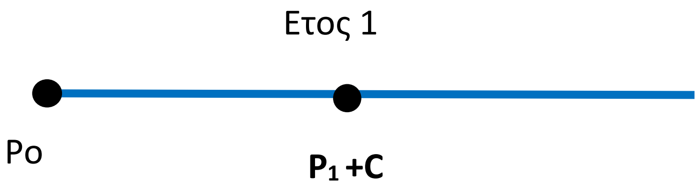
Ερώτημα Β

Για να βρω την τιμή στο χρόνο 1 θα πρέπει να προεξοφλήσω τα μελλοντικά εισοδήματα από τον 1χρονο και να φέρω τα υπόλοιπα «μπροστά» ΣΟΣΟΣΣ με επιτόκιο 9% όμως



$$P_1 = \frac{100}{1+9\%} + \frac{1100}{(1+9\%)^2} \Leftrightarrow P_1 = 1017{,}59$$

Η απόδοση αφορά τη χρονική περίοδο που ο επενδυτής πούλησε το ομόλογο. Ο επενδυτής δια κράτησε το ομόλογο 1 χρόνο. Κατά συνέπεια στο τέλος του πρώτου χρόνου εχει πάρει το κουπόνι του πρώτου χρόνου αλλά και την τιμή στο Ετος 1 διότι σε αυτή την τιμή πούλησε .



$$\boldsymbol{\Pi A = \frac{MA}{(1+r)^n}} \Leftrightarrow P_0 = \frac{C + P_1}{\boldsymbol{(1+r)}} \Leftrightarrow P_0 + r * P_0 = C + P_1 \Leftrightarrow$$

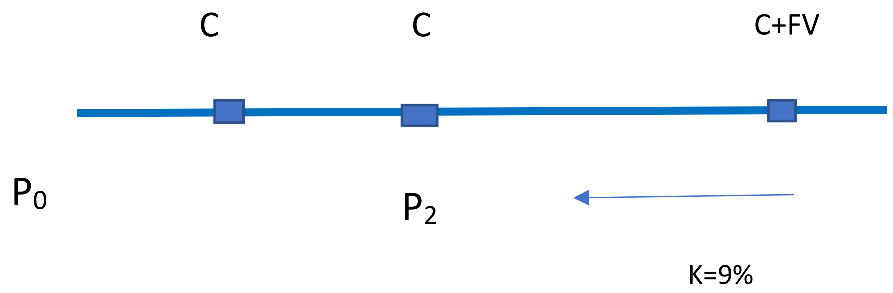
$$r * P_0 = C + P_1 - P_0$$

$$r = \frac{C + (P_1 - P_0)}{P_0} \Leftrightarrow r = \frac{100 * (1017{,}59 - 1000)}{1000} \Leftrightarrow r = 1{,}76\%$$

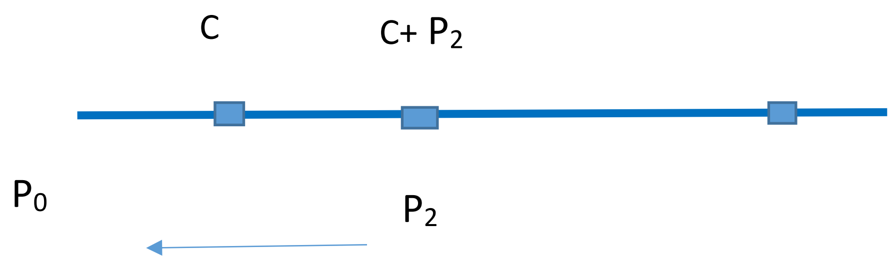
ΣΟΥΠΕΡ ΣΟΣ ΕΠΑΝΕΠΕΝΔΥΣΗ ΤΟΚΟΜΕΡΙΔΙΩΝ

ΕΡΩΤΗΜΑ Έστω ότι το ομόλογο πουλιέται από τον επενδυτή στον δεύτερο χρόνο. Αν μπορούσαμε να επανεπενδύουμε τα τοκομερίδια μέχρι τον 2 χρόνο με επιτόκιο 6% τότε σύμφωνα με τα δεδομένα μας η απόδοση θα βρεθεί ως εξης:

Θα βρω την τιμή στο χρόνο 2 δηλαδή θα φέρω μπροστά τα μελλοντικά εισοδήματα (3 Ετος)



$$P_2 = \frac{1100}{1 + 9\%} \Leftrightarrow P_2 = 1009{,}17$$



Αν δεν είχα επανεπένδυση ΣΟΣ ΣΟΣ

Η απόδοση του επενδυτή θα βρεθεί από:

$$1000 = \frac{100}{1+k} + \frac{100+1009{,}17}{(1+k)^2}$$

Θέτουμε 1+κ=x και έχουμε

$$1000 = \frac{100}{x} + \frac{100+1009{,}17}{x^2} \Rightarrow 1000x^2 = 100x + 1109{,}17$$

$$\Rightarrow 1000x^2 - 100x - 1109{,}17 = 0$$

$$\Delta = \beta^2 - 4\alpha\gamma = (-100)^2 - 4*1000*(-1109{,}17) = 4.446.680$$

Οι 2 λύσεις της εξίσωσης δίνονται από:

$$x_1 = \frac{-\beta + \sqrt{\Delta}}{2\alpha} = \frac{-(-100) + \sqrt{4.446.680}}{2*1000} = 1{,}1043$$

$$x_2 = \frac{-\beta - \sqrt{\Delta}}{2\alpha} = \frac{-(-100) - \sqrt{4.446.680}}{2*1000} = -1,0043 < 0 \ \textit{\textbf{απορρίπτεται}}$$

Επομένως

$$1 + k = 1,1043 \Rightarrow k = 0,1043 = 10,43\%$$

δ) Εάν υπάρχει η δυνατότητα επένδυσης των τοκομεριδίων με επιτόκιο 6%, ο επενδυτής δεν θα έχει στη διάθεση του τα 100 ευρώ στο τέλος του 1^ου^ χρόνου καθώς θα τα έχει επανεπενδύσει. Από την άλλη πλευρά θα έχει διαθέσιμα στο τέλος του 2^ου^ χρόνου , όχι μόνο το τοκομερίδιο του 2^ου^ χρόνου και την αξία πώλησης του ομολόγου το δεύτερο χρόνο αλλά και τη μελλοντική αξία των 100 ευρώ που επένδυσε στον 1^ο^ χρόνο.

Η Μελλοντική Αξία των 100 ευρώ του 1^ου^ χρόνου στο δεύτερο χρόνο είναι:

$$MA = 100(1 + 0,06) = 106$$

Επομένως ο χρονικός ορίζοντας του επενδυτή είναι

		106
		P_2=1009,17
P_0=1000		C=100
0	1	2

Το σύνολο της επένδυσης του στο τέλος του 2^ου^ χρόνου είναι:

106+1009,17+100=1215,17

Συνεπώς

P0=1000		1215,17
0	1	2

Η απόδοση του σαν ποσοστό θα βρεθεί από:

$$1000 = \frac{1215,17}{(1+k)^2} \Rightarrow 1000(1+k)^2 = 1215,17$$

$$\Rightarrow (1+k)^2 = \frac{1215,17}{1000} \Rightarrow (1+k)^2 = 1,2151$$

$$\Rightarrow [(1+k)^2]^{1/2} = 1,2151^{1/2} \Rightarrow 1+k = 1,1023$$

$$\Rightarrow k = 1,1023 - 1 = 0,1023 \Rightarrow k = 10,23\%$$