

# ΕΝΟΤΗΤΑ

## ΔΕΟ 31

## ΤΟΜΟΣ Δ

Συγκεντρωτικές Σημειώσεις

ΑΚΑΔΗΜΑΙΚΟ ΕΤΟΣ 2020-2021

WWW.ECLASS4U.GR

T. 210-5711484

K- 6970-401981 & 6945-310630

grammateia.eclass4U@gmail.com

## ΚΕΦΑΛΑΙΟ 1<sup>ο</sup>

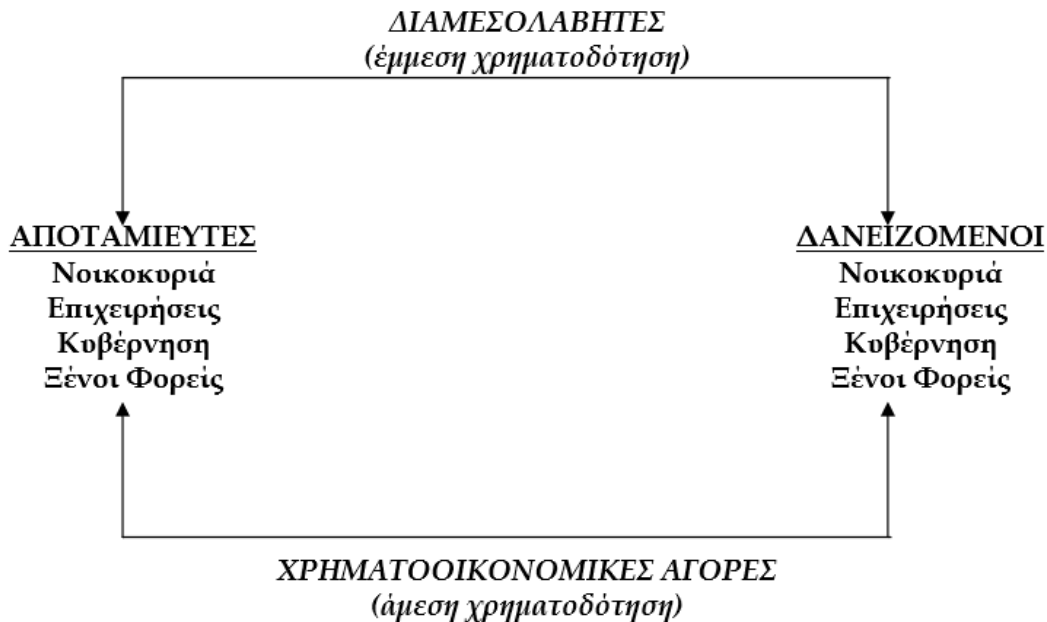
Η διαδικασία της επένδυσης σε αξιόγραφα μπορεί να διαιρεθεί σε δύο μέρη:

1. Ανάλυση Αξιόγραφων (security analysis): ορίζεται ως η προσπάθεια να καθοριστεί εάν ένα αξιόγραφο έχει αποτιμηθεί σωστά από του επενδυτές στην αγορά, δηλαδή η ανάλυση αξιόγραφων αναζητά υποτιμημένα ή ανατιμημένα αξιόγραφα.

2. Διαχείριση Χαρτοφυλακίου (portfolio analysis): ορίζεται ως η διαδικασία του συνδυασμού διαφόρων αξιόγραφων σε ένα χαρτοφυλάκιο, το οποίο δημιουργείται ανάλογα με τις προτιμήσεις και τις ανάγκες του κάθε επενδυτή καθώς επίσης η παρακολούθηση του χαρτοφυλακίου αυτού και η αποτίμηση της απόδοσής του.

Το χρηματοοικονομικό σύστημα ασχολείται με την διοχέτευση χρημάτων από τις πλεονασματικές μονάδες στις ελλειμματικές και με την αποδοχή ότι θα καταβάλουν ένα όσο χρημάτων στον κομιστή της υπόσχεσης σε μια μελλοντική χρονική στιγμή.

### Ροή πόρων μέσω Χρηματοοικονομικών Αγορών



## ΚΕΦΑΛΑΙΟ 2ο

### ΑΠΟΔΟΣΗ & ΚΙΝΔΥΝΟΣ

Ο όρος της απόδοσης μετρά το μέγεθος με το οποίο αυξάνεται ή μειώνεται ο πλούτος του επενδυτή

**Πραγματοποιηθείσα απόδοση** (realized return): θεωρούμε την πραγματική απόδοση που επιτυγχάνουν οι επενδυτές .

**Αναμενόμενη απόδοση** (expected return): θεωρούμε την απόδοση την οποία οι επενδυτές προσδοκούν ότι θα αποκομίσουν στο μέλλον από μία επένδυση

**Απαιτούμενη απόδοση** (required return): θεωρούμε την ελάχιστη απόδοση που μπορούν να δεχθούν οι επενδυτές προκειμένου να αναλάβουν την επένδυση.

**Απόδοση εισοδήματος** (yield): θεωρούνται οι περιοδικές ταμειακές εισροές τις οποίες λαμβάνει ένας επενδυτής από μια επένδυση που έχει πραγματοποιήσει. Πιο συγκεκριμένα στην περίπτωση των μετοχών ο επενδυτής εισπράττει τα μερίσματα ενώ στην περίπτωση των ομολογιών ο επενδυτής εισπράττει τα τοκομερίδια. Οι αποδόσεις αυτές συνήθως εκφράζονται ως ένα ποσοστό της τρέχουσας χρηματιστηριακής τιμής ενός αξιόγραφου.

#### Η πραγματοποιηθείσα απόδοση

$$HPR = \frac{ΤΕΛΙΚΗ ΑΞΙΑ ΤΗΣ ΕΠΕΝΔΥΣΗΣ}{ΑΡΧΙΚΗ ΑΞΙΑ ΤΗΣ ΕΠΕΝΔΥΣΗΣ}$$

Μέτρηση της απόδοσης της επένδυσης ως ποσοστό :

$$r = HPY = \frac{ΤΕΛΙΚΗ - ΑΡΧΙΚΗ ΑΞΙΑ}{ΑΡΧΙΚΗ}$$

r = Η πραγματική απόδοση που επιτυγχάνουν οι επενδυτές (%).

## Αναμενομένη Απόδοση αξιόγραφου

$$E(r) = \sum_{i=1}^n P_i * r_i$$

$E(r)$ : Η προσδοκώμενη (αναμενομένη από τους επενδυτές) απόδοση της επένδυσης

$P_i$ : Η πιθανότητα να συμβεί η δυνητική απόδοση της επένδυσης  $i$

$r_i$ : Η δυνητική απόδοση της επένδυσης

Θα χρησιμοποιούμε αυτόν τον τύπο για να βρούμε το μέσο όρο όλων των αποδόσεων που μπορούν να πραγματοποιηθούν στο τέλος μιας χρονικής περιόδου σταθμισμένος με την αντιστοίχη πιθανότητα που έχει καθεμιά να συμβεί

## Η απόδοση είναι συνυφασμένη με τον κίνδυνο

Ως κίνδυνο ορίσουμε την πιθανότητα το πραγματικό αποτέλεσμα από μια επένδυση να διαφέρει από το αναμενόμενο. Γενικά όσο περισσότερα είναι τα πιθανά αποτελέσματα από μια επένδυση τόσο μεγαλύτερος είναι και ο κίνδυνος τον οποίο αυτή ενέχει. Εάν δεν υπάρχει διασπορά των πιθανών αποτελεσμάτων μιας επένδυσης γύρω από το αναμενόμενο, δεν υπάρχει και κίνδυνος. Επομένως ο κίνδυνος μιας επένδυσης ορίζεται ως ο βαθμός μεταβολής των πιθανών αποδόσεων γύρω από την αναμενόμενη απόδοση.

Η σύγχρονη ανάλυση διαχωρίζει τους κινδύνους σε δύο κατηγορίες κινδύνων:

[Παρατήρηση : ΚΛΑΣΙΚΟ ΘΕΜΑ ΘΕΩΡΙΑΣ ΓΙΑ ΤΙΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ]

### 1. Στον συστηματικό κίνδυνο (systematic risk)

Είναι ο κίνδυνος της επένδυσης ο οποίος συσχετίζεται με την συνολική αγορά και ο οποίος δεν μπορεί να εξαλείφει με την διαφοροποίηση του χαρτοφυλακίου. Ο κίνδυνος αυτός οφείλεται σε δυνάμεις της αγοράς που είναι ανεξάρτητες από την κάθε ξεχωριστή επένδυση που περιέρχεται στο χαρτοφυλάκιο του επενδυτή. Στην κατηγορία αυτή μπορούμε να πούμε ότι περιλαμβάνεται ο κίνδυνος των επιτοκίων, ο κίνδυνος της αγοράς, ο κίνδυνος του πληθωρισμού.

### 2. Στο μη συστηματικό κίνδυνο (unsystematic risk)

Είναι εκείνος ο κίνδυνος που οφείλεται σε λόγους ιδιαίτερους για την κάθε ξεχωριστή επένδυση και επομένως μπορεί να εξαλειφθεί με την διαφοροποίηση του χαρτοφυλακίου. Στην κατηγορία αυτή περιλαμβάνεται ο επιχειρηματικός κίνδυνος, ο χρηματοοικονομικός κίνδυνος και ο κίνδυνος ρευστότητας.

### Πηγές Κινδύνου

#### Κίνδυνος επιτοκίων (interest rate risk)

Είναι ο κίνδυνος που ενέχουν οι αποδόσεις μιας επένδυσης, ο οποίος προέρχεται από τις μεταβολές των επιτοκίων της αγοράς. Έτσι εάν αυξηθούν τα επιτόκια της αγοράς θα μειωθούν οι τιμές των μετοχών, των ομολογιών, καθώς επίσης και των άλλων επενδύσεων και το αντίστροφο

**Κίνδυνος πληθωρισμού ή αγοραστικής δύναμης (inflation risk or purchasing power risk)**

Είναι ο κίνδυνος που προέρχεται από την μείωση της αγοραστικής δύναμης των επενδυμένων κεφαλαίων. Έτσι λόγω του πληθωρισμού που υπάρχει στην αγορά οι πραγματικές αποδόσεις μιας επένδυσης ενέχουν κίνδυνο ακόμα και αν η ονομαστικές της αποδόσεις είναι βέβαιες

• **Κίνδυνος αγοράς (market risk)**

Είναι ο κίνδυνος που ενέχουν οι αποδόσεις των επενδύσεων ο οποίος προέρχεται από τις μεταβολές της συνολικής χρηματιστηριακής αγοράς. Από τις εναλλαγές του χρηματιστηριακού δείκτη επηρεάζονται οι τιμές των μετοχών αλλά και γενικότερα οι αξίες όλων των επενδύσεων.

• **Επιχειρηματικός κίνδυνος (business risk)**

Είναι ο κίνδυνος τον οποίο ενέχει η επένδυση σε μια επιχείρηση, που προέρχεται από το είδος της επιχείρησης και τα θεμελιώδη μεγέθη της.

• **Χρηματοοικονομικός κίνδυνος (financial risk)**

Είναι ο κίνδυνος τον οποίο ενέχει η επένδυση σε μια επιχείρηση, ο οποίος προέρχεται από την χρήση δανειακών κεφαλαίων. Επομένως, όσα περισσότερα δάνεια τόσο μεγαλύτερος ο συγκεκριμένος κίνδυνος.

• **Κίνδυνος ρευστότητας (liquidity risk)**

Είναι ο κίνδυνος τον οποίο ενέχει μια επένδυση, ο οποίος προέρχεται από την αβεβαιότητα που υπάρχει σχετικά με την δυνατότητα της επένδυσης να μετατραπεί σε μετρητά σε σύντομο χρονικό διάστημα

### Συναλλαγματικός κίνδυνος (Exchange rate risk)

Είναι ο κίνδυνος που ενέχουν οι αποδόσεις μιας επένδυσης την οποία έχει κάνει ένας επενδυτής σε ξένο νόμισμα, όταν οι αποδόσεις αυτές μετατραπούν στο νόμισμα της χώρας του επενδυτή.

#### • Πολιτικός κίνδυνος (political risk)

Είναι ο κίνδυνος που ενέχει μια επένδυση, ο οποίος οφείλεται στην πιθανότητα μιας σημαντικής μεταβολής στο πολιτικό ή οικονομικό περιβάλλον μιας χώρας

### ΜΕΤΡΗΣΗ ΚΙΝΔΥΝΟΥ

Η μέτρηση του κινδύνου κατά την διάρκεια της χρονικής περιόδου διακράτησης της επένδυσης από τα ακόλουθα στατιστικά μέτρα:

**Μέση πραγματοποιηθείσα απόδοση επένδυσης:**  $\bar{X} = \sum_{i=1}^n (X_i / n)$

όπου  $X_i$  η απόδοση κάθε περιόδου  $i$  του δείγματος.

**Κίνδυνος (τυπική απόκλιση του δείγματος):**  $\sigma = \left[ \frac{\sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2}{(n-1)} \right]^{1/2}$

**Αναμενόμενη Απόδοση:**  $E(r) = \sum_{i=1}^n P_i r_i$

$P_i$  η πιθανότητα να συμβεί η  $i$  δυναμική απόδοση της επένδυσης.

**Κίνδυνος (τυπική απόκλιση) αναμενόμενης απόδοσης:**  $\sigma = \{\sum P_i [r_i - E(r)]^2\}^{1/2}$

**Τυπική απόκλιση (standard deviation):**

Αποτελεί στατιστικό μέτρο το οποίο μετρά το μέγεθος της απόκλισης των πιθανών αποδόσεων της επένδυσης από την αναμενόμενη απόδοση .Όσο μεγαλύτερη είναι η τυπική απόκλιση τόσο η αναμενόμενη απόδοση είναι δύσκολο να επιτευχθεί και αντίστροφα.

**Η διακύμανση** (variance) ή μεταβλητότητα όλων των δυνητικών αποδόσεων γύρω από το μέσο όρο ή τη αναμενόμενη απόδοση . Η διακύμανση μετρά την μεταβλητότητα των δυνητικών αποδόσεων γύρω από την αναμενόμενη τιμή ή τον αριθμητικό τους μέσο Βρίσκει την απόκλιση ,δηλ. τη διαφορά αυτού που περιμένω (αναμενόμενη ή προσδοκώμενη απόδοση από αυτό που μπορεί να συμβεί σταθμισμένο με την πιθανότητα του να συμβεί και εκφράζει τον κίνδυνο την αβεβαιότητα μιας επένδυσης

**Συντελεστής μεταβλητότητας:**

Ο Συντελεστής Μεταβλητότητας μετρά τον κίνδυνο ανά μονάδα αναμενομένης απόδοσης δηλαδή είναι μέτρο του σχετικού κίνδυνου μιας επένδυσης. Ο λόγος που τον χρησιμοποιούμε είναι επειδή η διακύμανση και η τυπική απόκλιση είναι απόλυτες μετρήσεις μιας κατανομής πιθανοτήτων των δυνητικών αποτελεσμάτων μιας επένδυσης. Κατά συνέπεια τον χρησιμοποιούμε όταν έχουμε περιπτώσεις επενδυτών που αποστρέφονται τον κίνδυνο και επιζητούν υψηλότερη απόδοση αλλά και σε περιπτώσεις όπου η απόδοση που προσφέρετε να έχει τον χαμηλότερο κίνδυνο .



Άσκηση κατανόησης → Ένας επενδυτής θέλει να αγοράσει μια από τις δυο μετοχές ποια θα πρέπει να διαλέξει ;

Δονητική απόδοση μετοχής A	Πιθανότητα	Δονητική απόδοση μετοχής B	Πιθανότητα
0,40	0,80	0,10	0,40
0,30	0,20	0,15	0,60

Λύση

## Λύση

$$\text{Υπολογισμός Αναμενόμενης Απόδοσης: } E(r) = \sum_{i=1}^n r_i \cdot P_i$$

$$\text{Οπότε: } E(r_A) = (0,40 \cdot 0,80) + (0,30 \cdot 0,20) = 0,38 \text{ και } E(r_B) = (0,10 \cdot 0,40) + (0,15 \cdot 0,60) = 0,13$$

$$\text{Υπολογισμός Κινδύνου: } \sigma = \sqrt{\sigma^2} \text{ και } \sigma^2 = \sum_{i=1}^n (r_i - E(r))^2 \cdot P_i$$

$$\text{Οπότε: } \sigma_A^2 = (0,40 - 0,38)^2 \cdot 0,8 + (0,30 - 0,38)^2 \cdot 0,2 = 0,00032 + 0,00128 = 0,0016$$

$$\text{Άρα: } \sigma_A = \sqrt{\sigma_A^2} = \sqrt{0,0016} = 0,04$$

$$\text{Επίσης: } \sigma_B^2 = (0,10 - 0,13)^2 \cdot 0,4 + (0,15 - 0,13)^2 \cdot 0,6 = 0,00036 + 0,00024 = 0,0006$$

$$\text{Άρα: } \sigma_B = \sqrt{\sigma_B^2} = \sqrt{0,0006} = 0,0245$$

Επένδυση	E(R)	σ
A	0,38	0,04
B	0,13	0,0245

Βάσει της αναμενόμενης απόδοσης θα επιλέξουμε την επένδυση με τη μεγαλύτερη προσδοκώμενη απόδοση, την επένδυση A ενώ βάσει του κριτηρίου του κινδύνου θα επιλέξουμε την επένδυση με τη μικρότερη τυπική απόκλιση την επένδυση B.

### Επένδυση A

$$CV_A = \frac{\sigma_A}{E(r_A)} = \frac{0,04}{0,38} = 0,105$$

### Επένδυση B

$$CV_B = \frac{\sigma_B}{E(r_B)} = \frac{0,0245}{0,13} = 0,1885$$

Ο επενδυτής βάσει του συντελεστή μεταβλητότητας θα διαλέξει την επένδυση A γιατί έχει μικρότερη διασπορά κίνδυνου ανά μονάδα αναμενόμενης απόδοσης σε σχέση με την επένδυση B

### ΚΕΦΑΛΑΙΟ 3<sup>ο</sup>

Αγορά χρήματος είναι η αγορά στην οποία πωλούνται και αγοράζονται αξιόγραφα βραχυχρόνιας διάρκειας . Τα κυρία χαρακτηριστικά τους είναι ότι έχουν διάρκεια συνήθως μέχρι ένα Έτος και έχουν μεγάλη ρευστότητα. Επιπλέον, αυτά τα αξιόγραφα έχουν χαμηλό κίνδυνο αθέτησης των υποχρεώσεων του εκδότη των αξιογράφων

Τα κυριότερα είδη αυτών των αξιόγραφων είναι :

- Έντοκα Γραμμάτια του Ελληνικού Δημοσίου.
- Συμφωνίες επαναγοράς.
- Διαπραγματεύσιμα Πιστοποιητικά καταθέσεων.
- Εμπορικοί Πιστωτικοί τίτλοι. Συναλλαγματική αποδεκτή από τράπεζα.
- Διατραπεζικά κεφάλαια.

## ΚΕΦΑΛΑΙΟ 4

### ΑΠΟΤΙΜΗΣΗ ΑΞΙΟΓΡΑΦΩΝ ΣΤΑΘΕΡΟΥ ΕΙΣΟΔΗΜΑΤΟΣ

#### ΟΜΟΛΟΓΑ

ΤΙ ΠΡΕΠΕΙ ΝΑ ΞΕΡΕΙΣ ΣΤΑ ΟΜΟΛΟΓΑ

ΝΑ ΒΡΙΣΚΕΙΣ ΤΗΝ ΤΙΜΗ

ΝΑ ΒΡΙΣΚΕΙΣ ΑΠΟΔΟΣΗ

ΝΑ ΒΡΙΣΚΕΙΣ ΤΗ ΔΙΑΡΚΕΙΑ

ΝΑ ΒΡΙΣΚΕΙΣ ΤΗΝ % ΤΗΣ ΤΙΜΗΣ ΤΗΣ ΟΜΟΛΟΓΙΑΣ ΜΕ ΤΟΝ ΤΥΠΟ ΤΗΣ  
ΣΤΑΘΜΙΣΜΕΝΗΣ ΔΙΑΡΚΕΙΑΣ

Η ομολογία είναι ένα εμπορικό έγγραφο, με το οποίο η εκδότρια εταιρεία αναγνωρίζει (ομολογή) ότι έχει δανεισθεί ένα συγκεκριμένο ποσό χρημάτων, το οποίο αναγράφεται επί του σώματος της ομολογίας. Το ομόλογο είναι ένα χρεόγραφο που στο τέλος κάθε περιόδου δίνει ένα σταθερό εισόδημα, το κουπόνι ή τοκομερίδιο και στη λήξη αποδίδει τα τοκομερίδια και την ονομαστική αξία.

Υπάρχουν 3 βασικά είδη ομολογίας

1. Ομολογία με τοκομερίδια.
2. Ομολογία χωρίς τοκομερίδια (ergo – coupon bond).
3. Ομολογία στο διηνεκές (perpetuities).

Η Τιμή μιας Ομολογίας ( $P_0$ ) ισούται με το άθροισμά των προεξοφλημένων Ταμειακών Ροών από την ομολογία, οι οποίες αφορούν στην αξία των τοκομεριδίων που λαμβάνει ο κάτοχος σε συγκεκριμένα χρονικά διαστήματα και την Ονομαστική Αξία που λαμβάνει ο κάτοχος στο τέλος της ζωής της ομολογίας.

Επομένως θα πρέπει να βρίσκεις **ΤΟ ΚΟΥΠΟΝΙ** .

$cr$ =ονομαστικό επιτόκιο της ομολογίας, ή εκδοτικό επιτόκιο ή κουπόνι%

$FV$ = η ονομαστική αξία του ομολόγου.

Από αυτά τα δυο μέρη **ΘΑ ΒΡΙΣΚΕΙΣ ΤΟ ΚΟΥΠΟΝΙ** από τον τύπο

$$C = FV * cr$$

Συνήθως, στις ασκήσεις θα ζητείται να βρίσκεις την τιμή του ομολόγου

Η τιμή του ομολόγου σε κάθε περίοδο θα βρίσκεται από τη προεξόφληση των μελλοντικών εισοδημάτων με την απαιτούμενη απόδοση

Προσοχή όταν :

	C	C	C	C	C	.....	C+FV
0	1	2	3	4	5	.....	M

Η τιμή του ομολόγου καθορίζεται από την απόδοση που απαιτούν οι επενδυτές ανάλογα με τον κίνδυνο του ομολόγου.

$k$  = απαιτούμενη απόδοση

Η τιμή του ομολόγου σε κάθε περίοδο βρίσκεται από την προεξόφληση των μελλοντικών εισοδημάτων με την απαιτούμενη απόδοση

$$P_0 = \frac{C}{1+k} + \frac{C}{(1+k)^2} + \dots + \frac{C+FV}{(1+k)^M}$$

### Παρατήρηση ΣΟΣ ΘΕΩΡΙΑ

$EAN cr > k$  τότε και  $P > FV \Leftrightarrow$  το ομόλογο υπέρ το άρτιο

$EAN cr < k$  τότε και  $P < FV \Leftrightarrow$  το ομόλογο υπό το άρτιο

$EAN cr = k$  τότε και  $P = FV \Leftrightarrow$  το ομόλογο στο άρτιο

### 2. Ομολογία χωρίς τοκομερίδια (τελικής απόδοσης/ zero coupon bond).

$$P_0 = \frac{FV}{(1+k)^n}$$

$P_0$  : η παρούσα (ή οικονομική) αξία της ομολογίας.

$FV$  : η ονομαστική αξία της ομολογίας (η αξία που αναγράφεται στην ομολογία που ο κάτοχός της θα την εισπράξει όταν λήξει).

$k$  : το κατάλληλο προεξοφλητικό επιτόκιο της αγοράς (απαιτούμενη από τους επενδυτές απόδοση για την ομολογία).

### 3. Ομολογία στο διηνεκές

$$P_0 = \frac{D}{k}$$

$P_0$  : η παρούσα (ή οικονομική) αξία της μετοχής.

D: το ετήσιο κουπόνι (τοκομερίδιο) της ομολογίας.

k: το κατάλληλο προεξοφλητικό επιτόκιο της αγοράς.

**ΠΡΟΣΟΧΗ** Ίδια έκφραση αποτελεί η έννοια της άληκτης ομολογίας.

#### ΤΡΟΠΟΣ ΑΝΤΙΜΕΤΩΠΙΣΗΣ

Αρχικά σε κάθε πρόβλημα

- θα βρίσκεις το κουπόνι
- θα φέρνεις πάντα τη γραμμή του χρόνου
- μην ξεχνάς ότι στο τελευταίο έτος θα πάρεις C+FV κουπόνι και ονομαστική αξία.
- Προσοχή ποτέ παίρνω το κουπόνι Ανάλογα το χρόνο που το εισπράττω βάζω και όλα τα επιτόκια.

	C	C	C	C	C	.....	C+FV
0	1	2	3	4	5	.....	M

- προσέχω τις τιμές του προεξοφλητικού επιτοκίου και του επιτοκίου έκδοσης γιατί μπορώ να εντοπίσω η ομολογία είναι υπό το άρτιο ,υπερ. το άρτιο ,στο άρτιο .

Η τιμή της ομολογία βρίσκεται με τρεις τρόπους προτίμησε οποία νομίζεις ότι σου ταιριάζει.

Σε οποίο σημείο σου τη ζητά αν πας με τη «γραμμή του χρόνου» τότε από το σημείο που θέλεις φέρε τα αλλά μπροστά

Αλλιώς ράντα ή από πίνακες 4 και 2 (μην ξεχνάς τη FV)

### Άσκηση κατανόησης

Δίνεται ένα πενταετές ομόλογο ονομαστικής αξίας 1000€ με εκδοτικό επιτόκιο 10%. Η απαιτούμενη απόδοση των ομολόγων ανάλογοι κίνδυνου είναι 12%. Να βρεθεί η τιμή του ομολόγου σήμερα στο χρόνο 0 και να βρεθεί και η τιμή μετά από 3 χρόνια.

Λύση

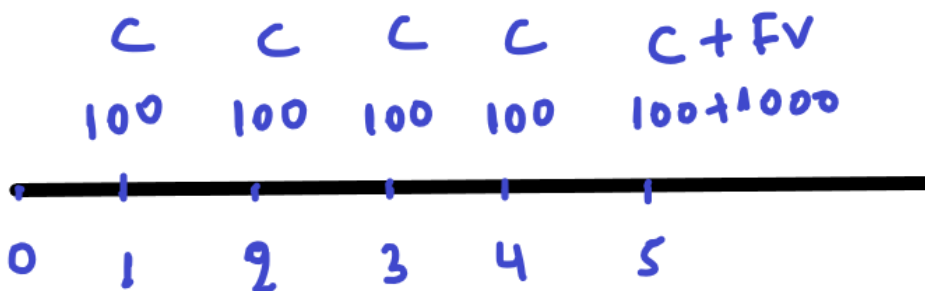
Η τιμή των ομολόγων δίνεται από τη προεξόφληση των μελλοντικών εισοδημάτων του ομολόγου.

Βήματα

1 φέρνω την γραμμή του χρόνου

2 βρίσκω το τοκομερίδιο ή κουπόνι βάση του τύπου  $C = FV * cr$

Επομένως  $C = 1000 * 10\% \Leftrightarrow C = 100$





Για να βρω την τιμή στο σήμερα «τα φέρνω μπροστά» δηλαδή προεξοφλώ τα μελλοντικά εισοδήματα

$$P_0 = \frac{100}{1 + 12\%} + \frac{100}{(1 + 12\%)^2} + \frac{100}{(1 + 12\%)^3} + \frac{100}{(1 + 12\%)^4} + \frac{1100}{(1 + 12\%)^5} \Leftrightarrow$$

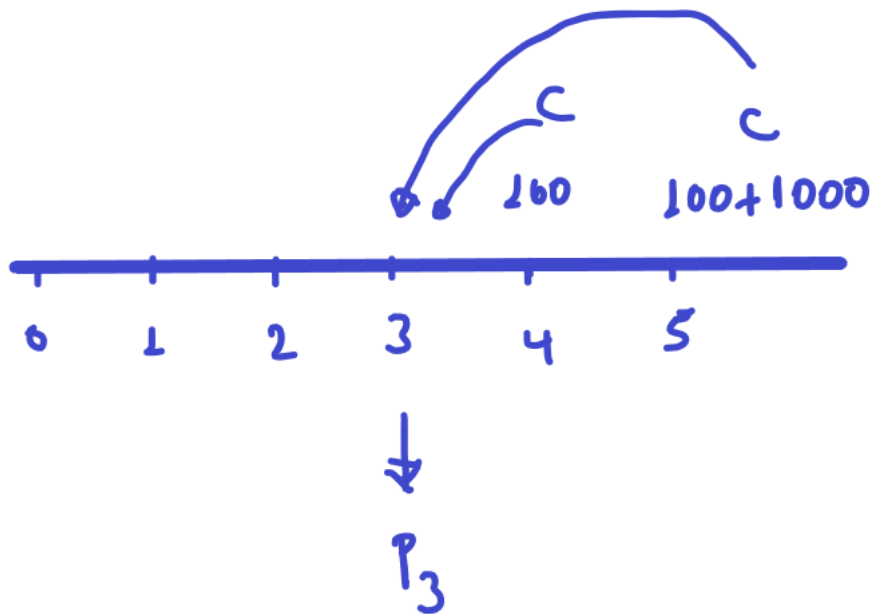
$$P_0 = 927,90$$

**Παρατήρηση :** ξέρουμε ότι θα βρούμε τιμή μικρότερη από την ονομαστική διότι το εκδοτικό επιτόκιο  $cr < r$ . Το ομόλογο είναι υπό το άρτιο

## Ερώτημα 2 τρόπος αντιμετώπισης

Εφόσον μου ζητά την τιμή του ομολόγου μετα από 3 χρόνια ουσιαστικά μου ζητά να προεξοφλήσω τα μελλοντικά εισοδήματα μετα από τον τρίτο χρόνο .

Επομένως για να βρω την τιμή στο Έτος 3 θα «φέρνω μπροστά» ότι μένει από το ομόλογο δηλαδή τις ροές από τον τέταρτο και πέμπτο χρόνο.



$$P_3 = \frac{100}{1 + 12\%} + \frac{1100}{(1 + 12\%)^2} \Leftrightarrow P_3 = 966,20$$

## ΠΕΡΙΟΔΟΙ ΠΛΗΡΩΜΗΣ ΜΙΚΡΟΤΕΡΕΣ ΑΠΟ ΤΟ ΕΤΟΣ

Στις περιπτώσεις που το ομόλογο πληρώνει το κουπόνι σε περίοδο μικρότερη του έτους δηλαδή σε εξάμηνο, τρίμηνο κ,α θα πρέπει να προσαρμόζουμε το εκδοτικό επιτόκιο καθώς και την απαιτούμενη απόδοση σε αυτόν τον αριθμό περιόδων .

### Παράδειγμα άσκηση κατανόησης

Έναν έχουμε ένα διετές ομόλογο ονομαστικής αξίας  $FV=1000\text{€}$  με επιτόκιο έκδοσης 10%, ενώ η απόδοση του ομολόγου είναι 8% ετήσια και το τοκομερίδιο καταβάλλεται ανά εξάμηνο.

Α) να βρεθεί η αξία του ομολόγου σήμερα

Β) ποια η τιμή του ομολόγου μετά την είσπραξη των 2 πρώτων τοκομερίδιων;

Γ) ποια η τιμή του ομολόγου εάν η απόδοση  $k=10\%$  ετησια ή 5% εξαμηνιαία

Λυση

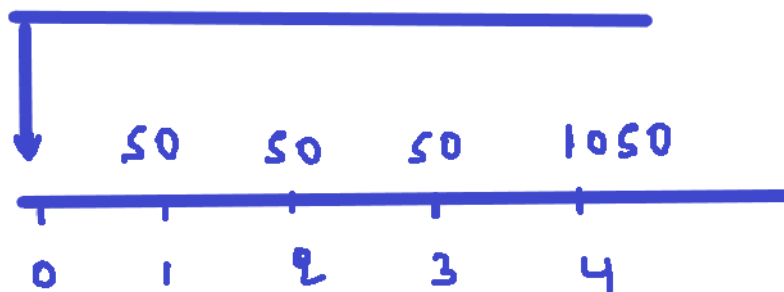
Βήμα 1 βρισκω το κουπόνι μου και παρατηρώ ότι αυτό καταβάλλεται ανά εξάμηνο οπότε

$$C = FV * cr \Leftrightarrow C = 1000 * 10\% * \frac{6}{12} = 50\text{€ εξαμηνιαίως}$$

### Προσοχή sossosos

Το επιτόκιο έκδοσης είναι  $k=8\%$  άρα  $k = 8\% * \frac{6}{12} = 4\%$

Τα 2 χρόνια είναι 4 εξάμηνα



$$P_0 = \frac{50}{1+4\%} + \frac{50}{(1+4\%)^2} + \frac{50}{(1+4\%)^3} + \frac{1050}{(1+4\%)^4} \Leftrightarrow$$

$$P_0 = 1036,30$$

Θα μπορούσα να βρω την τιμή χρησιμοποιώντας ράντα

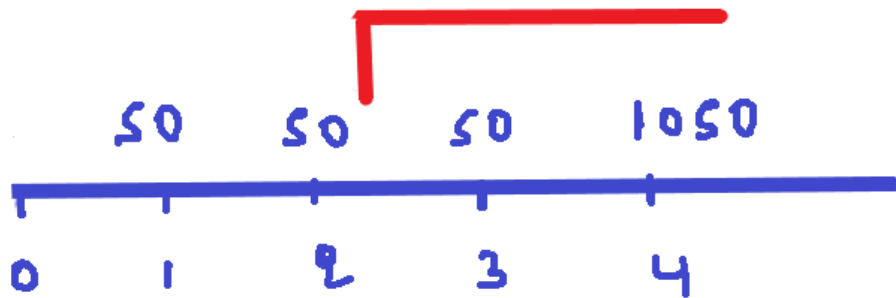
$$P_0 = 50 * \left[ \frac{1 - \frac{1}{(1 + 4\%)^4}}{4\%} \right] + \frac{1000}{(1 + 4\%)^4}$$

ή τους πίνακες και να έλεγα

$$50 * \Sigma \text{ΠΑΡ}(v=4, \kappa=4\%) + 1000 \Sigma \text{ΠΑ}(v=4, \kappa=4\%)$$

Παρατηρούμε ότι η τιμή είναι μεγαλύτερη από την ονομαστική άρα το ομόλογο υπερ. το άρτιο.

Ερώτημα β



$$P_2 = \frac{50}{1 + 4\%} + \frac{1050}{(1 + 4\%)^2} \Leftrightarrow P_2 = 1018,86$$

Παρατήρηση η προεξόφληση θα γίνεται μέχρι εκείνη τη χρονική περίοδο που θέλουμε να βρούμε την τιμή

Ερώτημα γ

Στο ερώτημα β μπορώ να απαντήσω χωρίς να κάνω πράξεις γιατί το ομόλογο παρατηρώ ότι είναι στο άρτιο καθώς  $cr=k$  και επομένως  $P=FV$

**ΑΠΟΔΟΣΗ ΣΤΗ ΛΗΞΗ ΤΗΣ ΟΜΟΛΟΓΙΑΣ (YIELD TO MATURITY)**

Μετράει την αποδοση που θα έχει μια ομολογία για τον επενδυτή στη λήξη της και ταυτίζεται με τον εσωτερικό βαθμό αποδοσης ή απαιτούμενη αποδοση της ομολογίας. Είναι εκείνο το επιτόκιο που εξισώνει την παρούσα αξία όλων των μελλοντικών πληρωμών στον κάτοχο μιας ομολογίας με την τιμή της στην αγορά. Χρησιμοποιείται για να υπολογίσει την απόδοση στη λήξη της ομολογίας (Yield To Maturity). Η απόδοση στη λήξη είναι μια υποσχόμενη απόδοση που θα πραγματοποιηθεί μόνο εάν ο επενδυτής κρατήσει την ομολογία μέχρι τη λήξη της σε η περιόδους.

### ΤΡΕΧΟΥΣΑ ΑΠΟΔΟΣΗ ΟΜΟΛΟΓΙΑΣ

Χρησιμοποιείται για να υπολογίσει την αποδοση που συσχετίζει τα τοκομερίδια της ομολογίας με την τρέχουσα τιμή.

$$CY = r = \frac{C}{P_0}$$

### ΑΠΟΔΟΣΗ ΟΜΟΛΟΓΙΑΣ ΜΕΤΑΞΥ 2 ΠΑΡΟΥΣΩΝ ΑΞΙΩΝ

Χρησιμοποιείται για να υπολογίσει την απόδοση που συσχετίζει το τοκομερίδιο της ομολογίας με την τιμή μεταξύ 2 περιόδων (μετά την είσραξη τοκομεριδίου).

$$r = \frac{C + (P_1 - P_0)}{P_0}$$

P1 : η παρούσα (ή οικονομική) αξία της μετοχής μετά την είσραξη του 1ου τοκομεριδίου

## ΕΥΡΕΣΗ ΑΠΟΔΟΣΗΣ ΣΤΗ ΛΗΞΗ

### Άσκηση κατανόησης 1

Μια ομολογία τριετούς διάρκειας έχει ονομαστική αξία 1000 € και η τρέχουσα τιμή της είναι 900 €. Αν έχει κουπόνι 5%:

- (α) Ποια θα ήταν η τρέχουσα απόδοσή της αν την πουλούσαμε στην παραπάνω τιμή;
- (β) Ποια η απόδοσή της αν την πουλούσαμε στο άρτιο στη λήξη της;
- (γ) Αν το επιτόκιο (απαιτούμενη απόδοση) ανέβαινε σε 20% σε ποια τιμή θα την πουλούσαμε την ομολογία;

Λύση

Υπολογίσουμε την τρέχουσα απόδοση για το α' ερώτημα, την απόδοση στη λήξη για το β' ερώτημα και την απόδοση στην ανάκληση στο γ' ερώτημα με διαδοχικές προσεγγίσεις από κάθε αντίστοιχο τύπο αφού πρώτα βρούμε το κουπόνι.

$$(α) C = cr * FV \Leftrightarrow C = 5\% * 1000 \Leftrightarrow C = 50$$

Η τρέχουσα απόδοση της ομολογίας θα είναι

$$r = \frac{C}{P_0} \Leftrightarrow r = \frac{50}{900} \Leftrightarrow r = 5,56\%$$

(β) Η απόδοση στη λήξη της ομολογίας θα βρίσκεται στη λήξη της ομολογίας με διαδοχικές προσεγγίσεις και είναι κατά προσέγγιση 9%

Παρατηρούμε ότι η απόδοση στη λήξη είναι ο εσωτερικός βαθμός απόδοσης δηλαδή είναι το επιτόκιο εκείνο που μηδενίζει την ΚΠΑ του ομολόγου

$$P_0 = \frac{50}{(1 + YTM)} + \frac{50}{(1 + YTM)^2} + \frac{1050}{(1 + YTM)^3} \Leftrightarrow$$

$$900 = \frac{50}{(1 + YTM)} + \frac{50}{(1 + YTM)^2} + \frac{1050}{(1 + YTM)^3} \Leftrightarrow$$

$$\frac{50}{(1 + YTM)} + \frac{50}{(1 + YTM)^2} + \frac{1050}{(1 + YTM)^3} - 900 = 0$$

(γ) Η τιμή της ομολογίας αν αυξηθεί το επιτοκίο σε 20%

$$P_0 = \frac{50}{(1 + 20\%)} + \frac{50}{(1 + 20\%)^2} + \frac{1050}{(1 + 20\%)^3} \Leftrightarrow P_0 = 684$$

## ΑΣΚΗΣΗ ΚΑΤΑΝΟΗΣΗΣ 2

Να βρεθεί η αποδόση ενός εξαετούς ομολόγου ονομαστικής αξίας 1000€ και επιτοκίου έκδοσης 8% στην τιμή 110€.

Λυση

Βρισκουμε το κουπόνι  $C = cr * FV \Leftrightarrow C = 8\% * 100 \Leftrightarrow C = 8$

$$110 = \frac{8}{1 + YTM} + \frac{8}{(1 + YTM)^2} + \frac{8}{(1 + YTM)^3} + \frac{8}{(1 + YTM)^4} + \frac{8}{(1 + YTM)^5} + \frac{108}{(1 + YTM)^5} \Leftrightarrow$$
$$\frac{8}{1 + YTM} + \frac{8}{(1 + YTM)^2} + \frac{8}{(1 + YTM)^3} + \frac{8}{(1 + YTM)^4} + \frac{8}{(1 + YTM)^5} + \frac{108}{(1 + YTM)^5} - 110 = 0$$



Συγκεκριμένα για

$$R_1 = 5\%$$

$$ΚΠΑ_1 = \frac{8}{1+0,05} + \frac{8}{(1+0,05)^2} + \frac{8}{(1+0,05)^3} + \frac{8}{(1+0,05)^4} + \frac{8}{(1+0,05)^5} + \frac{108}{(1+0,05)^6} - 110 = 5,23$$

Επομένως θα πρέπει να δοκιμάσουμε ένα υψηλότερο επιτόκιο προκειμένου να μηδενίσουμε την ΚΠΑ.

$$R_2 = 6\%$$

$$ΚΠΑ_2 = \frac{8}{1+0,06} + \frac{8}{(1+0,06)^2} + \frac{8}{(1+0,06)^3} + \frac{8}{(1+0,06)^4} + \frac{8}{(1+0,06)^5} + \frac{108}{(1+0,06)^6} - 110 = -0,17$$

$$k = EBA = R_1 + \frac{R_2 - R_1}{ΚΠΑ_1 + |ΚΠΑ_2|} * ΚΠΑ_1$$

Επομένως ο ΕΒΑ, δηλαδή η απόδοση στη λήξη είναι ίση με

$$k = 0,05 + \frac{0,06 - 0,05}{5,23 + |-0,17|} * 5,23 = 0,0597 = 5,97\%$$

ΣΧΕΣΗ ΤΙΜΩΝ ΤΩΝ ΟΜΟΛΟΓΙΩΝ ΚΑΙ ΤΩΝ ΕΠΙΤΟΚΙΩΝ ΚΑΘΩΣ ΚΑΙ ΤΩΝ

ΑΠΟΔΟΣΕΩΝ ΤΟΥΣ

- Όταν αυξάνεται η τιμή μιας ομολογίας θα μειώνεται η απόδοσή της και αντίστροφα.  $\uparrow P \Rightarrow \downarrow y$
- Όταν αυξάνεται το επιτόκιο, θα μειώνεται η τιμή της ομολογίας και θα αυξάνεται η απόδοσή της.  $\uparrow k \Rightarrow \downarrow P \Rightarrow \uparrow y$
- Όσο μεγαλύτερη διάρκεια ζωής και μικρότερο κουπόνι (λόγω χαμηλότερου εκδοτικού επιτοκίου) έχει μια ομολογία τόσο μεγαλύτερος ο κίνδυνος επιτοκίων.

## ΕΥΡΕΣΗ ΑΠΟΔΟΣΗΣ ΟΜΟΛΟΓΟΥ ΠΡΙΝ ΤΗ ΛΗΞΗ

Η απόδοση θα πρέπει να βρίσκεται είτε αν ο επενδυτής κρατάει το ομόλογο μέχρι τη λήξη ή το πουλάει πριν τη λήξη.

Παρατήρηση

Αν το ομόλογο το κρατάμε μέχρι τη λήξη του η απόδοση στη λήξη είναι ο ΕΒΑ δηλαδή εκείνο το επιτόκιο που μηδενίζει τη ΚΠΑ .

Η συνηθέστερη μορφή των ασκήσεων είναι να σου ζητείται νωρίτερα να βρεις την απόδοση .

Τότε

➤ **ΒΗΜΑ 1** θα σου λέει η άσκηση το χρόνο που ο επενδυτής θέλει να πουλήσει το ομόλογο ή να το έχεις βρει . Εκεί θα έχεις βρει την τιμή η οποία θα είναι και η τελική αξία .

➤ **ΒΗΜΑ 2** εξισώνουμε τα μελλοντικά προ εξοφλημένα εισοδήματα με τη τιμή που αγόρασε και λύνω ως προς το επιτόκιο που είναι η απόδοση μου δηλαδή δουλεύω το ότι  $\frac{MA}{(1+r)^n} =$

$$ΠΑ (1+r)^n \Leftrightarrow$$

➤  $ΠΑ = \frac{MA}{(1+r)^n} \Leftrightarrow (1+r)^n = \frac{MA}{ΠΑ} = \frac{TA}{AA}$

## Τυπολόγιο Τόμου Δ (Διαχείριση Χαρτοφυλακίου)

**Απόδοση της Περιόδου Διακράτησης (HPR):**  $HPR = TA / AA$   
όπου

HPR = η απόδοση της περιόδου διακράτησης,  
TA = η τελική αξία επένδυσης,  
AA = η αρχική αξία επένδυσης.

**Ποσοστιαία απόδοση της περιόδου διακράτησης HPY :**  $HPY = HPR - 1$

**Ετήσια HPR :**  $HPR = HPR^{1/n}$

- π

### Άσκηση 1

Να βρεθεί η τιμή μιας ομολογίας διάρκειας 3 ετών εκδοτικού επιτοκίου 10% ονομαστικής αξίας 1000€ όπου τα τοκομερίδια καταβάλλονται στο τέλος κάθε έτους. Η απόδοση που προσφέρετε στους ομολογιούχους για επενδύσεις ίδιου κίνδυνου είναι 10%

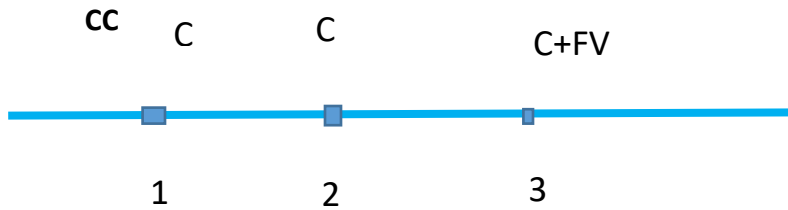
A) Να βρεθεί η τιμή του ομολόγου

B) εάν ο επενδυτής πουλήσει την ομολογία στο τέλος του πρώτου χρόνου μετά την είσπραξη του πρώτου τοκομερίδιου Να βρεθεί η απόδοση του ομολόγου αν η απόδοση μετά τον πρώτο χρόνο μειωθεί από 10 % σε 9%

Λύση

Βρίσκω το κουπόνι  $C = cr * FV \Leftrightarrow C = 0,1 * 1000 \Leftrightarrow C = 100$

Φτιάχνω την γραμμή του χρόνου



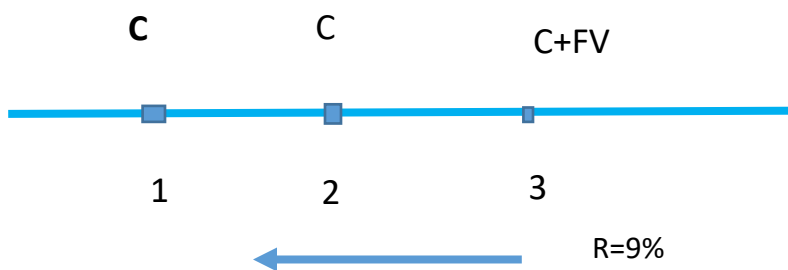
Η τιμή στο σήμερα είναι το άθροισμα των μελλοντικών εισοδημάτων

$$P_0 = \frac{100}{1 + 10\%} + \frac{100}{(1 + 10\%)^2} + \frac{1050}{(1 + 10\%)^3} \Leftrightarrow P_0 = 1000$$

Θα μπορούσα να απαντήσουμε κατευθείαν διότι το ομόλογο είναι στο άρτιο

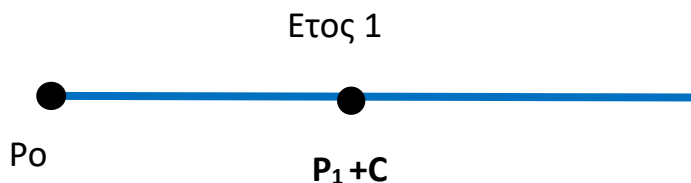
### Ερώτημα Β

Για να βρω την τιμή στο χρόνο 1 θα πρέπει να προεξοφλήσω τα μελλοντικά εισοδήματα από τον 1χρονο και να φέρω τα υπόλοιπα «μπροστά» ΣΟΣΟΣΣ με επιτόκιο 9% όμως



$$P_1 = \frac{100}{1 + 9\%} + \frac{1100}{(1 + 9\%)^2} \Leftrightarrow P_1 = 1017,59$$

Η απόδοση αφορά τη χρονική περίοδο που ο επενδυτής πούλησε το ομόλογο. Ο επενδυτής δια κράτησε το ομόλογο 1 χρόνο. Κατά συνέπεια στο τέλος του πρώτου χρόνου έχει πάρει το κουπόνι του πρώτου χρόνου αλλά και την τιμή στο Έτος 1 διότι σε αυτή την τιμή πούλησε .



$$ΠΑ = \frac{MA}{(1+r)^n} \Leftrightarrow P_0 = \frac{C + P_1}{(1+r)} \Leftrightarrow P_0 + r * P_0 = C + P_1 \Leftrightarrow$$

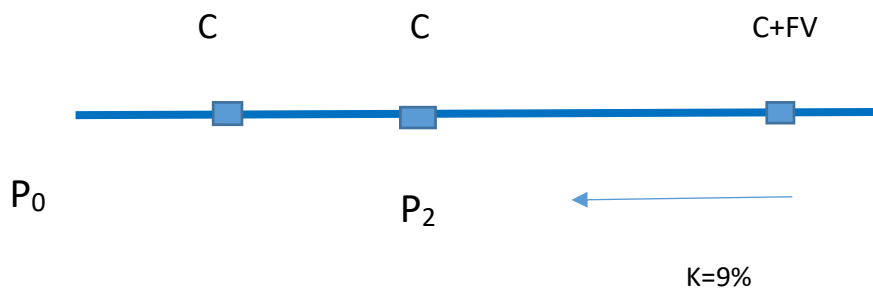
$$r * P_0 = C + P_1 - P_0$$

$$r = \frac{C + (P_1 - P_0)}{P_0} \Leftrightarrow r = \frac{100 * (1017,59 - 1000)}{1000} \Leftrightarrow r = 1,76\%$$

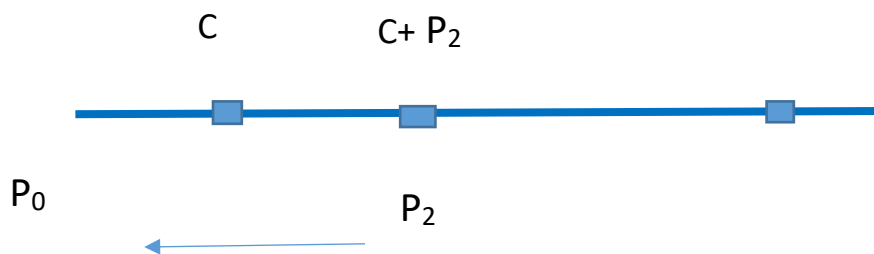
## ΣΟΥΠΕΡ ΣΟΣ ΕΠΑΝΕΠΕΝΔΥΣΗ ΤΟΚΟΜΕΡΙΔΙΩΝ

ΕΡΩΤΗΜΑ Έστω ότι το ομόλογο πουλιέται από τον επενδυτή στον δεύτερο χρόνο. Αν μπορούσαμε να επανεπενδύσουμε τα τοκομερίδια μέχρι τον 2 χρόνο με επιτόκιο 6% τότε σύμφωνα με τα δεδομένα μας η απόδοση της διετίας ανά έτος θα βρεθεί ως εξής:

Θα βρω την τιμή στο χρόνο 2 δηλαδή θα φέρω μπροστά τα μελλοντικά εισοδήματα (3 Έτος)



$$P_2 = \frac{1100}{1 + 9\%} \Leftrightarrow P_2 = 1009,17$$



Απόδοση χωρίς επανεπένδυση

Η απόδοση του επενδυτή θα βρεθεί από:

$$1000 = \frac{100}{1+k} + \frac{100+1009,17}{(1+k)^2}$$

Θέτουμε  $1+k=x$  και έχουμε

$$1000 = \frac{100}{x} + \frac{100+1009,17}{x^2} \Rightarrow 1000x^2 = 100x + 1109,17$$

$$\Rightarrow 1000x^2 - 100x - 1109,17 = 0$$

$$\Delta = \beta^2 - 4\alpha\gamma = (-100)^2 - 4 * 1000 * (-1109,17) = 4.446.680$$

Οι 2 λύσεις της εξίσωσης δίνονται από:

$$x_1 = \frac{-\beta + \sqrt{\Delta}}{2\alpha} = \frac{-(-100) + \sqrt{4.446.680}}{2 * 1000} = 1,1043$$

$$x_2 = \frac{-\beta - \sqrt{\Delta}}{2\alpha} = \frac{-(-100) - \sqrt{4.446.680}}{2 * 1000} = -1,0043 < 0 \text{ απορρίπτεται}$$

Επομένως

$$1+k = 1,1043 \Rightarrow k = 0,1043 = 10,43\%$$

δ) Εάν υπάρχει η δυνατότητα επένδυσης των τοκομεριδίων με επιτόκιο 6%, ο επενδυτής δεν θα έχει στη διάθεση του τα 100 ευρώ στο τέλος του 1<sup>ου</sup> χρόνου καθώς θα τα έχει επανεπενδύσει. Από την άλλη πλευρά θα έχει διαθέσιμα στο τέλος του 2<sup>ου</sup> χρόνου, όχι μόνο το τοκομερίδιο του 2<sup>ου</sup> χρόνου και την αξία πώλησης του ομολόγου το δεύτερο χρόνο αλλά και τη μελλοντική αξία των 100 ευρώ που επένδυσε στον 1<sup>ο</sup> χρόνο.

Η Μελλοντική Αξία των 100 ευρώ του 1<sup>ου</sup> χρόνου στο δεύτερο χρόνο είναι:

$$MA = 100(1+0,06) = 106$$

Επομένως ο χρονικός ορίζοντας του επενδυτή είναι



	106	
	$P_2=1009,17$	
$P_0=1000$		$C=100$
0	1	2

Το σύνολο της επένδυσης του στο τέλος του 2<sup>ου</sup> χρόνου είναι:

$$106+1009,17+100=1215,17$$

Συνεπώς

		1215,17
$P_0=1000$	1	2

Η απόδοση του σαν ποσοστό θα βρεθεί από:

$$1000 = \frac{1215,17}{(1+k)^2} \Rightarrow 1000(1+k)^2 = 1215,17$$

$$\Rightarrow (1+k)^2 = \frac{1215,17}{1000} \Rightarrow (1+k)^2 = 1,2151$$

$$\Rightarrow [(1+k)^2]^{1/2} = 1,2151^{1/2} \Rightarrow 1+k = 1,1023$$

$$\Rightarrow k = 1,1023 - 1 = 0,1023 \Rightarrow k = 10,23\%$$

Να υπολογιστεί η τιμή μιας ομολογίας ονομαστικής αξίας 20000 € με επιτόκιο έκδοσης 10% και λήξη σε 3 έτη. Οι τόκοι καταβάλλονται στο τέλος κάθε έτους και η απαιτούμενη απόδοση είναι ίση με 25%. Αν η τιμή διαπραγματεύσεώς της είναι 15.000 € μας συμφέρει να αγοράσουμε ή να πουλήσουμε την ομολογία; Η ομολογία θα εξοφληθεί στο άρτιο, να ή όχι και γιατί;

### Λύση

**1° Βήμα:** Υπολογίζουμε αρχικά το τοκομερίδιο  $C$  της ομολογίας:

$$C = R \cdot FV = 0,10 \cdot 20000 = 2000$$

**2° Βήμα:** Γνωρίζοντας και τα υπόλοιπα δεδομένα  $FV = 20000$ ,  $k = 0,25$ ,  $n = 3$  βρίσκουμε την παρούσα αξία (τιμή) της ομολογίας:

$$IV_0 = P_0 = \frac{C}{(1+k)^1} + \frac{C}{(1+k)^2} + \dots + \frac{C}{(1+k)^n} + \frac{FV}{(1+k)^n} \Rightarrow$$

$$P_0 = \frac{2000}{(1+0,25)^1} + \frac{2000}{(1+0,25)^2} + \frac{2000}{(1+0,25)^3} + \frac{20000}{(1+0,25)^3} \Rightarrow P_0 = 14.144\text{€}$$

**3° Βήμα:** Κρίνουμε αν πρέπει να πωλήσουμε την ομολογία αν διαπραγματεύεται σε τιμή μεγαλύτερη από την παρούσα της αξία  $P > P_0$  ή αν πρέπει να την αγοράσουμε σε αντίθετη περίπτωση  $P < P_0$  καθώς κι αν θα εξοφληθεί στο άρτιο βάσει των 3 κανόνων που είδαμε παραπάνω:

Επειδή  $P = 14144 < FV = 20000$  και επιτόκιο έκδοσης  $= 10\% < k = 25\%$  η ομολογία θα εξοφληθεί υπό το άρτιο (at a discount) και μάλιστα συμφέρει να πωλήσουμε την ομολογία επειδή  $P > P_0 \Rightarrow 15000 > 14144$ .

## ΔΙΑΡΚΕΙΑ ΤΗΣ ΟΜΟΛΟΓΙΑΣ

Διάρκεια είναι ο σταθμικός μέσος όρος των ετών ο οποίος απαιτείται για να εισπράξει ο κάτοχος μιας ομολογίας την ονομαστική της αξία και τα τοκομερίδια της όπου οι σταθμίσεις αντιπροσωπεύουν τη σχετική παρούσα αξία της κάθε ταμειακής εισροής. Ουσιαστικά μετρά τον κίνδυνο της ομολογίας.

Υπολογίζεται από τον τύπο  $D = \sum_{t=1}^n t \left[ \frac{\frac{c_t}{(1+k)^t}}{\sum_{t=1}^n \frac{c_t}{(1+k)^t}} \right]$

Έστω ότι μου ζητείται να βρω την διάρκεια μιας ομολογίας τότε θα έχω βρει την τιμή της καθώς και το κουπόνι της .δηλαδή έστω ότι έχω δεδομένα C=35 και απόδοση κ=3.5% και το ομόλογο είναι τετραετές τότε στον αριθμητή βάζω στην κάθε προεξόφληση το αντίστοιχο έτος και εκτελώ τον πολλαπλασιασμό και στον παρανομαστή την τιμή στο έτος 0

$$D = \frac{1 * \frac{35}{(1 + 3,5\%)^1} + 2 * \frac{35}{(1 + 3,5\%)^2} + 3 * \frac{35}{(1 + 3,5\%)^3} + 4 * \frac{35 + 1000}{(1 + 3,5\%)^4}}{\frac{35}{(1 + 3,5\%)^1} + \frac{35}{(1 + 3,5\%)^2} + \frac{35}{(1 + 3,5\%)^3} + \frac{35 + 1000}{(1 + 3,5\%)^4}} \Leftrightarrow$$

**Προτείνω αυτόν τον τρόπο**

**Δεύτερος τρόπος**

**Άσκηση κατανόησης**

Αν η εταιρία εκδώσει μια ομολογία τριετούς διάρκειας με ετήσιο προεξοφλητικό επιτόκιο 8% (ή απόδοση της ομολογίας στη λήξη), επιτόκιο έκδοσης 10% και ονομαστική αξία 50 €:

(α) Να βρεθεί η Διάρκεια (Duration) της παραπάνω ομολογίας. Σε περίπτωση που τα επιτόκια μεταβάλλονταν από 8% σε 6% να βρεθεί η μεταβολή στην τιμή της ομολογίας.

(β) Ποια θα ήταν η παρούσα αξία της ομολογίας αν είχαμε εξαμηνιαίο ανατοκισμό;

(γ) Να βρεθεί η τιμή και η duration ενός ομολόγου τριετούς διάρκειας τελικής απόδοσης αν έχει εκδοτικό επιτόκιο 8%, απόδοση στη λήξη 10% και ονομαστική αξία 50 €.

Λύση

Μεθοδολογία

- Υπολογίζουμε την σταθμισμένη διάρκεια από τον τύπο της με πινακάκι.
- Βρίσκουμε τη μεταβολή της τιμής από τον σχετικό τύπο.
- Υπολογίζουμε σε περίπτωση εξαμηνιαίου ανατοκισμού την τιμή της ομολογίας.
- Βρίσκουμε τη διάρκεια ενός ομολόγου τελικής απόδοσης.

$$(α) \quad D = \sum_{t=1}^N t \cdot \frac{\frac{C}{(1+k)^t}}{\sum_{t=1}^N \frac{C_t}{(1+k)^t}}$$

Βρίσκουμε το κουπόνι  $C = cr * FV \Leftrightarrow C = 0,1 * 50 \Leftrightarrow C = 5$

$$D = \frac{1 * \frac{5}{(1+8\%)^1} + 2 * \frac{5}{(1+8\%)^2} + 3 * \frac{55}{(1+8\%)^3}}{\frac{5}{(1+8\%)^1} + \frac{5}{(1+8\%)^2} + \frac{55}{(1+8\%)^3}} \Leftrightarrow D = 2,74$$

(1) Ετος t	(2) Ταμειακή ή Εισροή C, FV	(3) Συντελεστής Προεξόφλησης $\frac{1}{(1+k)^t}$	(4) = (2) · (3) Παρούσα Αξία $P_0$	(5) = (4) / Τιμή Συντελεστής Στάθμισης	(6) = (1) · (5) Συμβολή της κάθε περιόδου στη σταθμισμένη διάρκεια
1	5	0,9259	4,63	0,088	0,088
2	5	0,8573	4,29	0,082	0,164
3	55	0,7938	<u>43,66</u>	<u>0,83</u>	2,49
			$P_0 = 52,58$	1,00	$D = 2,74$

Η διάρκεια της ομολογίας θα είναι ίση με 2,74 έτη δηλαδή 2 έτη και 9 μήνες περίπου. Δηλαδή η σημερινή αξία των χρημάτων που θα εισπράξουμε σε 3 χρόνια είναι 52,58 €. Θα χρειαστεί να περιμένουμε 2 έτη και 9 μήνες για να πάρουμε τις χρηματοροές της ομολογίας.

(β) Αν μεταβληθούν τα επιτόκια από  $K_0=0,08$  σε  $K_1=0,06$

Δ) ένα ομόλογο τελικής απόδοσης έχει μηδενικά τοκομερίδια, είναι zero coupon bond. Συνεπώς η τιμή του ομολόγου θα είναι ίση με :

$$P_0 = \frac{FV}{(1+k)^n} \Leftrightarrow P_0 = \frac{50}{(1+8\%)^3} \Leftrightarrow P_0 = 39,69$$

Για να βρεθεί η διάρκεια του προηγούμενου ομολόγου

**Α τρόπος**

$$D = \frac{3 * \frac{50}{(1+8\%)^3}}{\frac{50}{(1+8\%)^3}} \Leftrightarrow D = 3$$

**B τρόπος**

(1) Έτος	(2) Ταμειακή ή Εισροή C, FV	(3) Συντελεστής Προεξόφλησης $\frac{1}{(1+k)^t}$	(4) = (2) · (3) Παρούσα Αξία $P_0$	(5) = (4)/Τιμή Συντελεστής Στάθμισης	(6) = (1) · (5) Συμβολή της κάθε περιόδου στη σταθμισμένη διάρκεια
1	0	0,9259	0	0	0
2	0	0,8573	0	0	0
3	50	0,7938	<u>39,69</u>	<u>1,00</u>	3

Η διάρκεια του ομολόγου θα είναι ίση με 3 έτη.

**ΑΠΟΤΙΜΗΣΗ ΜΕΤΟΧΩΝ**

**ΜΕΤΟΧΕΣ**

**ΤΙ ΠΡΕΠΕΙ ΝΑ ΞΕΡΩ**

**ΝΑ ΞΕΡΩ ΝΑ ΒΡΙΣΚΩ ΤΑ ΚΕΡΔΗ ΚΑΙ ΝΑ ΣΥΝΔΕΩ ΤΑ ΚΕΡΔΗ ΜΕ ΤΑ ΜΕΡΙΣΜΑΤΑ**

**ΝΑ ΒΡΙΣΚΩ ΤΗΝ ΤΙΜΗ ΤΗΣ ΜΕΤΟΧΗΣ**

**ΝΑ ΚΑΝΩ ΣΩΣΤΗ ΧΡΗΣΗ ΤΟΥ ΤΥΠΟΥ ΤΟΥ GORDON**

**ΝΑ ΜΠΟΡΩ ΝΑ ΒΡΩ ΤΗΝ ΑΠΟΔΟΣΗ ΤΗΣ ΜΕΤΟΧΗΣ**

Τα καθαρά κέρδη μιας επιχείρησης μπορούν να διανεμηθούν είτε με την μορφή μερισμάτων είτε να παρακρατήσουν για αυτοχρηματοδότηση της .

Αν το ποσοστό το διανεμηθέντων κερδών είναι 30% και συμβολίζετε με  $d$  τότε το ποσοστό των παρακρατηθέντων το οποίο συμβολίζετε με  $b$  θα είναι 70% ισχύει δηλαδή  $d + b = 1$   
 $\Leftrightarrow d = 1 - b$  και  $b = 1 - d$

$$E_0 = \text{τρέχοντα κέρδη ή κέρδη που πραγματοποιήθησαν}$$

Τα κέρδη μπορεί να αυξάνονται με έναν ρυθμό  $g$  κατά συνέπεια ισχύει ότι  $E_1$  : τα κέρδη του πρώτου έτους.  $\rightarrow E_1 = E_0(1 + g)$

$$E_2 = E_1(1 + g)$$

Παρατήρηση : το  $g$  είναι ο ρυθμός μεγέθυνσης ο οποίος είτε θα δίνεται είτε θα μπορείτε να τον βρείτε από τον τύπο

$g = ROE * b \Leftrightarrow g = ROE * (1 - d)$  όπου **ROE Η ΑΠΟΔΟΣΗ ΤΩΝ ΙΔΙΩΝ ΚΕΦΑΛΑΙΩΝ ΠΟΥ ΘΑ ΣΑΣ ΔΙΝΕΤΑΙ ΣΤΗΝ ΕΚΦΩΝΗΣΗ**

Οι δείκτες που μας ενδιαφέρουν είναι οι εξής: ώστε να μπορούμε να εξάγουμε δεδομένα είναι

Έστω Η εταιρία έχει εκδώσει 100 μετοχές. Η χρηματιστηριακή τιμή της μετοχής είναι 200 €.

$$KAM \text{ (Κέρδη ανά μετοχή)} = \frac{\text{Καθαρά Κέρδη}}{\text{Αριθμός Μετοχών}} = \frac{4.000}{100} = 40\text{€}$$

$$MAM \text{ (Μέρισμα ανά μετοχή)} = \frac{\text{Μέρισμα}}{\text{Αριθμός Μετοχών}} = \frac{2.000}{100} = 20\text{€}$$

$$\text{Μερισματική Απόδοση} = \frac{MAM}{\text{Χρηματιστηριακή Αξία Μετοχής}} = \frac{20}{200} = 0,1 = 10\%$$



$$\text{Απόδοση Μετοχής} = \frac{\text{ΚΑΜ}}{\text{Χρηματιστηριακή Αξία Μετοχής}} = \frac{40}{200} = 0,2 = 20\%$$

$$\text{P/E (Πολλαπλασιαστής Κερδών)} = \frac{\text{Χρηματιστηριακή Αξία Μετοχής}}{\text{ΚΑΜ}} = \frac{200}{40} = 5$$

Το P/E μιας μετοχής δείχνει πόσες φορές τα κέρδη ανά μετοχή αξίζει μια μετοχή.

## ΜΕΡΙΣΜΑΤΑ

$D_0$ : το μέρισμα της τρέχουσας περιόδου. **ΑΛΛΗ ΕΚΦΡΑΣΗ** μέρισμα που έχει διανεμηθεί

$g$  : η σταθερή αύξηση των μερισμάτων διαχρονικά.

$D_1$  : το μέρισμα του πρώτου έτους.  $\rightarrow D_1 = D_0(1 + g)$

$D_2 = D_1(1 + g)$  μπορείτε να το γράψετε και ως  $D_2 = D_0(1 + g)^2$

## ΣΧΕΣΗ ΜΕΤΑΞΥ ΜΕΡΙΣΜΑΤΩΝ ΚΑΙ ΚΕΡΔΩΝ

$$D_0 = E_0 * d \quad D_1 = E_1 * d \quad D_2 = E_2 * d$$

το ποσοστό το διανεμηθέντων κερδών είναι  $d$

το ποσοστό των παρακρατηθέντων είναι  $b$  όπου ισχύει

$$d + b = 1 \Leftrightarrow d = 1 - b \quad \text{και} \quad b = 1 - d$$

## ΕΥΡΕΣΗ ΤΙΜΗΣ ΜΙΑΣ ΜΕΤΟΧΗΣ

### ΤΥΠΟΣ ΤΟΥ GORDON

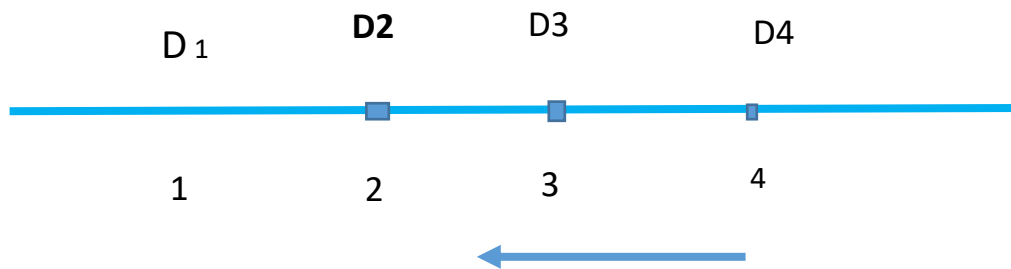
### Αποτίμηση Μετοχών Δυναμικών Εταιρειών

Μια εταιρεία ορίζεται ως **δυναμική** όταν επενδύει κάθε έτος και συνεχώς, ένα σταθερό ποσοστό των κερδών κάθε έτους.

Η τιμή μιας μετοχής είναι το άθροισμα των προεξοφλήσεων μερισμάτων . Άρα είναι η παρούσα αξία των μερισμάτων προ εξοφλημένη με την απαιτούμενη απόδοση για την μετοχή

$$P = \frac{D_0(1+g)}{(1+\kappa\mu)} + \frac{D_0(1+g)^2}{(1+\kappa\mu)^2} + \frac{D_0(1+g)^3}{(1+\kappa\mu)^3} + \dots \quad \eta$$

$$P = \frac{D1}{(1+\kappa\mu)} + \frac{D2}{(1+\kappa\mu)^2} + \frac{D3}{(1+\kappa\mu)^3} + \dots$$



#### ΠΑΡΑΤΗΡΗΣΗ ΣΟΥΠΕΡ ΣΟΣ

ΑΝΑΛΟΓΑ ΤΟ ΤΙ ΘΑ ΔΙΝΕΤΑΙ ΩΣ ΔΕΔΟΜΕΝΟ ΣΤΙΣ ΑΣΚΗΣΕΙΣ ΓΙΑ ΤΟΥΤΟ ΜΟ ΜΕΓΕΘΥΝΣΗΣ ΤΟΥ ΜΕΡΙΣΜΑΤΟΣ ΘΑ ΧΡΗΣΙΜΟΠΟΙΩ ΚΑΤΑΛΛΗΛΑ ΤΟΝ ΤΥΠΟ ΕΥΡΕΣΗΣ ΤΗΣ ΤΙΜΗΣ ΣΥΜΦΩΝΑ ΜΕ ΤΑ ΕΞΗΣ:

**Το υπόδειγμα προεξόφλησης μερισμάτων για αποτίμηση μετοχών**

$$IV = \frac{D_1}{(1+k)^1} + \frac{D_2}{(1+k)^2} + \frac{D_3}{(1+k)^3} + \dots + \frac{D_n}{(1+k)^n}$$

όπου

IV = η οικονομική αξία της μετοχής,

$D_i$  = τα ετήσια μερίσματα,  $i = 1, 2, \dots, n$

$k$  = η απαιτούμενη από τους επενδυτές απόδοση για τη συγκεκριμένη μετοχή.

**Το υπόδειγμα σταθερής αύξησης μερισμάτων ή συνεχούς μεγέθυνσης για αποτίμηση μετοχών**

$$IV = \frac{D_0(1+g)^1}{(1+k)} + \frac{D_0(1+g)^2}{(1+k)^2} + \frac{D_0(1+g)^3}{(1+k)^3} + \dots + \frac{D_0(1+g)^\infty}{(1+k)^\infty}$$

όπου  $g$  ο ρυθμός (ποσοστό) μεταβολής κερδών και μερισμάτων.

Για  $k > g$ , τότε η προηγούμενη εξίσωση μπορεί να γίνει:  $IV = \frac{D_1}{k - g}$

όπου  $D_1 = D_0(1+g)$ .

**Το υπόδειγμα μηδενικής μεγέθυνσης (στατικό) για αποτίμηση μετοχών**

$$IV = \frac{D}{(1+k)} + \frac{D}{(1+k)^2} + \dots + \frac{D}{(1+k)^\infty} = \frac{D}{k}$$

όπου  $D$  το σταθερό ετήσιο μέρισμα που διανέμει η εταιρία.

**Το υπόδειγμα αποτίμησης του πολλαπλασιαστή κερδών:**  $P_0 = E_1 * (P/E)$

όπου

$P_0$  = η τιμή μετοχής στην αρχή του έτους,

$E_1$  = το κέρδος ανά μετοχή στο τέλος του έτους,

$P/E$  = Πολλαπλασιαστής Κερδών.

## ΠΕΡΙΠΤΩΣΗ 1

### ΘΑ ΜΟΥ ΛΕΕΙ Η ΑΣΚΗΣΗ ΟΤΙ ΤΟ ΜΕΡΙΣΜΑ ΕΙΝΑΙ ΣΤΑΘΕΡΟ ΓΙΑ ΠΑΝΤΑ

Δηλαδή δεν έχουμε ρυθμό μεγέθυνσης το  $g=0$

**Προσοχή αυτή η περίπτωση** ισχύει όταν δεν υπάρχουν Παρακρατηθέντα κέρδη δηλαδή η επιχείρηση διανέμει όλα τα κέρδη της ως μέρισμα. Κατά συνέπεια και τα κέρδη θα είναι

$E_1 = E_2 \dots$  Αλγεβρικά θα είναι  $d=1$  και επομένως

$$g = ROE * b \Leftrightarrow g = ROE * (1 - d) \Leftrightarrow g = ROE * (1 - 1 \Leftrightarrow g = 0)$$

Επομένως  $P = \frac{D}{K} = \frac{E}{K}$

## ΠΕΡΙΠΤΩΣΗ 2 ΜΕΡΙΣΜΑ ΑΥΞΑΝΕΤΑΙ ΓΙΑ ΠΑΝΤΑ ΜΕ ΣΤΑΘΕΡΟ $g$

Ο τύπος του GORDON αφορά την τιμή των μέτοχων των οποίων τα μερίσματα και τα κέρδη αυξάνονται με έναν σταθερό ρυθμό για ΠΑΝΤΑ.

$$P = \frac{D_1}{k_{\mu} - g} = \frac{dE_1}{k_{\mu} - (1-d)*ROE}$$

$D_0$ : το μέρισμα της τρέχουσας περιόδου.

$g$  : η σταθερή αύξηση των μερισμάτων διαχρονικά.

$D_1$  : το μέρισμα του πρώτου έτους.  $\rightarrow D_1 = D_0(1 + g)$

### ΣΧΕΣΗ ΜΕΡΙΣΜΑΤΩΝ ΚΑΙ ΚΕΡΔΩΝ

$$D_0 = E_0 * d \quad D_1 = E_1 * d \quad D_2 = E_2 * d$$

## ΠΕΡΙΠΤΩΣΗ 3

Τα μερίσματα να αυξάνονται με διαφορετικούς ρυθμούς

Συνηθέστερη άσκηση να αυξάνονται τα μερίσματα με έναν ρυθμό  $g$  μετα να αυξάνονται με έναν ρυθμό διαφορετικό για ΠΑΝΤΑ

### ΤΡΟΠΟΣ ΑΝΤΙΜΕΤΩΠΙΣΗΣ

Θα κοιτάζω στην άσκηση που έχω σε ποιο σημείο στην γραμμή του χρόνου ξεκινά ο Gordon δηλαδή ο ρυθμός αύξησης των μερισμάτων είναι σταθερός για ΠΑΝΤΑ, ΚΑΙ ΘΑ ΒΡΙΣΚΩ ΤΗΝ ΤΙΜΗ ΕΚΕΙ ΣΕ ΑΥΤΟ ΤΟ ΣΗΜΕΙΟ .

ΓΙΑ ΟΠΟΙΑΔΗΠΟΤΕ ΤΙΜΗ ΘΑ ΠΡΟΕΞΟΦΛΩ ΚΑΤΑΛΛΗΛΑ ΠΡΟΣΘΕΤΩΝΤΑΣ ΤΟ ΜΕΡΙΣΜΑ ΚΑΙ ΤΗΝ ΤΙΜΗ ΣΤΟ ΕΤΟΣ ΠΟΥ ΒΡΗΚΑ ΜΕ ΤΟΝ ΤΥΠΟ ΤΟΥ GORDON ΤΟ ΕΤΟΣ ΑΥΤΟ.

## Ασκήσεις κατανόησης

### Άσκηση 1

Μια μετοχή διανέμει μέρισμα 2 ευρώ το οποίο αναμένεται να αυξάνεται για πάντα με σταθερό ρυθμό  $g=5\%$ . Η απαιτούμενη απόδοση των επενδυτών είναι  $20\%$ . Να βρεθεί η τιμή της μετοχής σήμερα

### Λύση

Παρατηρούμε ότι το μέρισμα αυξάνεται με έναν σταθερό ρυθμό για πάντα επομένως θα βρω την τιμή από του τύπου του Gordon

$$P = \frac{D_1}{\kappa\mu - g}$$

Αρχικά θα βρω το μέρισμα

$$D_1 = D_0(1 + g) \Leftrightarrow D_1 = 2(1 + 5\%) \Leftrightarrow D_1 = 2,1$$

$$P = \frac{D_1}{\kappa\mu - g} \Leftrightarrow P = \frac{2,1}{20\% - 5\%} \Leftrightarrow P = 14$$

### Παραλλαγή της άσκησης

Με τα ίδια δεδομένα αν έχουμε την τρέχουσα τιμή της μετοχής ίση με 20€ ζητώντας την απόδοση που ζητούν οι μέτοχοι θα είναι

Λύση

$$P = \frac{D_1}{\kappa\mu - g}$$

$$D_1 = D_0(1 + g) \Leftrightarrow D_1 = 2(1 + 5\%) \Leftrightarrow D_1 = 2,1$$

$$P = \frac{D_1}{\kappa\mu - g} \Leftrightarrow 20 = \frac{2,1}{\kappa\mu - 0,05} \Leftrightarrow \kappa\mu - 0,05 = \frac{2,1}{20} \Leftrightarrow$$

$$\kappa\mu = \frac{2,1}{20} + 0,05 \Leftrightarrow \kappa\mu = 0,155 \text{ ή } 15,5\%$$

### Παραλλαγή της άσκησης

Έστω μια μετοχή έχει σημερινό μέρισμα 2 € το οποίο αναμένεται να αυξάνεται για πάντα με σταθερό ρυθμό. Η τρέχουσα τιμή της μετοχής είναι 20€ και η απαιτούμενη απόδοση της μετοχής είναι 15%. Να βρεθεί ο ρυθμός αύξησης του μερίσματος.

### Λύση

$$\begin{aligned} P &= \frac{D_1}{\kappa\mu - g} \Leftrightarrow \kappa\mu - g = \frac{2(1+g)}{P} \Leftrightarrow \\ \kappa\mu - g &= \frac{2 + 2g}{P} \Leftrightarrow (15\% - g) * 20 = 2 + 2g \Leftrightarrow \\ 3 - 20g &= 2 + 2g \Leftrightarrow 22g = 1 \Leftrightarrow g = \frac{1}{22} \Leftrightarrow \\ g &= 0,045 \text{ ή } 4,5\% \end{aligned}$$

## ΑΣΚΗΣΗ 2

Τα κέρδη ανά μετοχή μιας εταιρίας τροφίμων είναι 5 €. Η εταιρία αυτή διανέμει το 60% των κερδών της ως μέρισμα στους μετόχους της και η απόδοση των ιδίων κεφαλαίων της είναι 10%. Οι επενδυτές απαιτούν απόδοση 24% από τη μετοχή της εταιρίας. Να βρεθεί η οικονομική (παρούσα) αξία της επένδυσης.

### ΛΥΣΗ

ΒΗΜΑ 1 βρίσκουμε το μέρισμα

ΒΗΜΑ 2 Βρίσκουμε το μέρισμα ανά μετοχή που διανέμει η εταιρία.

ΒΗΜΑ3 Στη συνέχεια υπολογίζουμε το μέρισμα του πρώτου έτους.

Υπολογίζουμε βάσει του σχετικού τύπου το ρυθμό μεγέθυνσης μερισμάτων της εταιρίας. Τέλος θα βρούμε την οικονομική αξία ή τιμή της ομολογίας.

Από δεδομένα είναι

$$E=5€ \quad (1 - d)=0,60 \quad 0,10 \quad ROE = 0,10 \text{ και } κ=0,24 \text{ ή } κ = 24\%.$$

Τα κέρδη και τα μερίσματα συνδέονται από τον τύπο

$$D_0 = E_0 * d \quad D_1 = E_1 * d \quad D_2 = E_2 * d$$

$$\text{Επομένως } D_0 = E_0 * d \Leftrightarrow D_0 = 5 * 0,60 \Leftrightarrow D_0 = 3€$$

$$D_1 = D_0(1 + g) \Leftrightarrow D_1 = 3(1 + 4\%) \Leftrightarrow D_1 = 3,12$$

### Εύρεση ρυθμού μεγέθυνσης

$$g = ROE * b \Leftrightarrow g = ROE * (1 - d) \Leftrightarrow g = 0,10 * 0,40 \Leftrightarrow g = 0,04 \text{ ή } 4\%$$

$$P = \frac{D_1}{κμ - g} \Leftrightarrow P = \frac{3,12}{0,24 - 0,04} \Leftrightarrow P = 15,6€$$

## ΑΣΚΗΣΗ 3

Η εταιρία Α διανέμει κάθε χρόνο σταθερό μέρισμα ίσο με 2 € ανά μετοχή. Εάν η

απαιτούμενη απόδοση για τη μετοχή είναι 10%. Ποια η Παρούσα αξία της μετοχής της εταιρίας.

## ΛΥΣΗ

Έχουμε σταθερό μέρισμα κάθε χρόνο. Επομένως έχουμε υπόδειγμα μηδενικής μεγέθυνσης μερισμάτων και εφαρμόζουμε το σχετικό τύπο

για να βρούμε την παρούσα αξία της μετοχής:

$$P = \frac{D}{K} = \frac{2}{0,10} = 20$$

## Άσκηση 4

Μια μετοχή έχει σημερινά κέρδη ανά μετοχή 2 € τα οποία αναμένονται να αυξάνονται για πάντα με σταθερό ρυθμό 5%. Το ποσοστό καταβολής των μερισμάτων είναι 50% και η απαιτούμενη απόδοση της μετοχής είναι 20%. Να βρεθεί η τιμή της μετοχής σήμερα καθώς και η τιμή της μετοχής μετά από 1 χρόνο

## ΛΥΣΗ

Από τη στιγμή που βλέπω ότι έχω κέρδη μπορώ να βρω τα μερίσματα βάσει του τύπου .

## ΣΧΕΣΗ ΜΕΡΙΣΜΑΤΩΝ ΚΑΙ ΚΕΡΔΩΝ

$$D_0 = E_0 * d \quad D_1 = E_1 * d \quad D_2 = E_2 * d$$

Το ποσοστό καταβολής των μερισμάτων δεν είναι άλλο από το ποσοστό διανεμηθέντων κερδών

$$\text{Επομένως } D_0 = E_0 * d \Leftrightarrow D_0 = 2 * 50\% \Leftrightarrow D_0 = 1$$

$$D_1 = D_0(1 + g) \Leftrightarrow D_1 = 1(1 + 5\%) \Leftrightarrow D_1 = 1,05$$

$$P_0 = \frac{D_1}{κμ - g} \Leftrightarrow P_0 = \frac{1,05}{20\% - 5\%} \Leftrightarrow P_0 = 7$$



Η τιμή μετά από έναν χρόνο θα είναι

$$P_1 = \frac{D_2}{κμ - g}$$

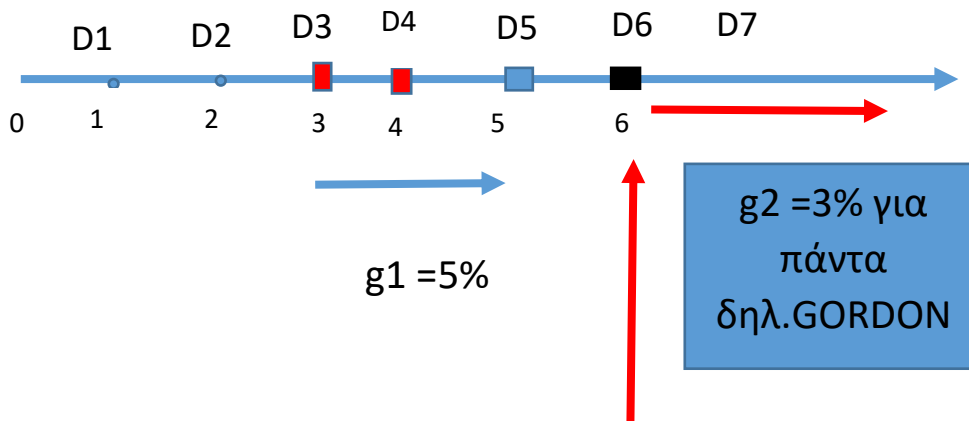
$$D_2 = D_1(1 + g) \Leftrightarrow D_2 = 1,05 * (1 + 5\%) \Leftrightarrow D_2 = 1,1025$$

$$P_1 = \frac{D_2}{κμ - g} \Leftrightarrow P_1 = \frac{1,1025}{20\% - 5\%} \Leftrightarrow P_1 = 7,35$$

### Άσκηση 5

Μια μετοχή διανέμει μέρισμα για τα τρία πρώτα χρόνια 1€, €2, 3€ αντίστοιχα.

Από το 3 έτος έως το 6 το μέρισμα αναμένεται να αυξάνεται με ρυθμό 5% ενώ από τον 6 χρόνο και μετά το μέρισμα θα αυξάνεται με σταθερό ρυθμό για πάντα 3%. Η απόδοση που ζητούν οι μέτοχοι είναι 20%. Να βρεθεί η τιμή της μετοχής σήμερα και μετά από 2 χρόνια.



## ΛΥΣΗ

ΠΑΡΑΤΗΡΩ ΟΤΙ ΑΠΟ ΤΟΝ 6 ΧΡΟΝΟ ΚΑΙ ΜΕΤΑ ΤΟ ΜΕΡΙΣΜΑ ΑΥΞΑΝΕΤΑΙ ΜΕ ΣΤΑΘΕΡΟ ΡΥΘΜΟ ΓΙΑ ΠΑΝΤΑ ΕΠΟΜΕΝΩΣ ΕΚΕΙ ΑΡΧΙΖΕΙ Ο ΤΥΠΟΣ ΤΟΥ GORDON.

Επομένως θα βρω την τιμή στον έκτο χρόνο ως

$$P_6 = \frac{D_7}{κμ - g_2} \text{ όπου } g_2 \text{ από τον τύπο του Gordon καθώς και το μέρισμα } D_7 = D_6 * (1 + g_2)$$

Οπότε θα πρέπει να βρω τα μερίσματα

Είναι

$$D_1 = 1 \text{ και } D_2 = 2 \text{ και } D_3 = 3$$

$$D_4 = D_3(1 + g_1) \Leftrightarrow D_4 = 3 * (1 + 5\%) \Leftrightarrow D_4 = 3.15$$

$$D_5 = D_4(1 + g_1) \Leftrightarrow D_5 = 3,15 * (1 + 5\%) \Leftrightarrow D_5 = 3.3075$$

$$D_6 = D_5(1 + g_1) \Leftrightarrow D_6 = 3,3075 * (1 + 5\%) \Leftrightarrow D_6 = 3.4728$$

ΠΡΟΣΟΧΗ ΣΟΣ

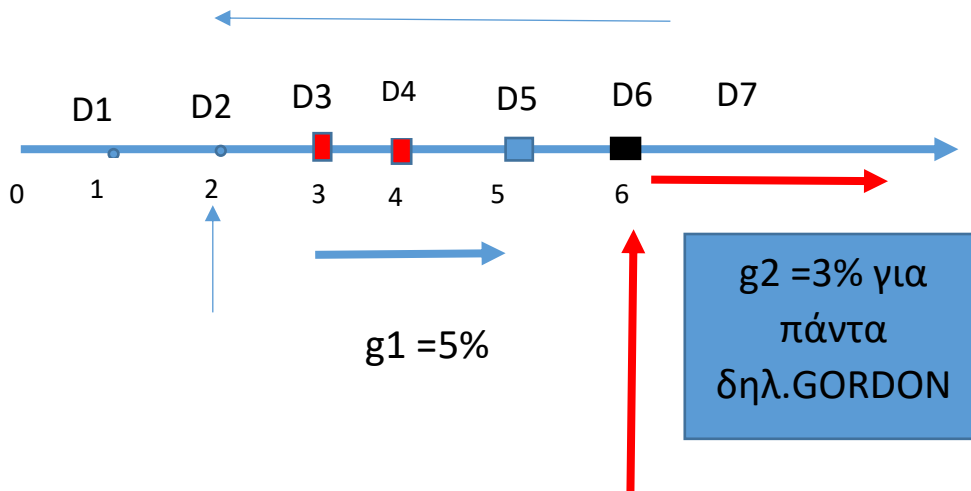
$$D_7 = D_6 * (1 + g_2) \Leftrightarrow D_7 = 3,4728 * (1 + 0,03) \Leftrightarrow D_7 = 3,577$$

$$P_6 = \frac{D_7}{κμ - g_2} \Leftrightarrow P_6 = \frac{3,577}{0,20 - 0,03} \Leftrightarrow P_6 = 21,04$$

$$P_0 = \frac{1}{(1 + 0,2)} + \frac{2}{(1 + 0,2)^2} + \frac{3}{(1 + 0,2)^3} + \frac{3,15}{(1 + 0,2)^4} + \frac{3,3075}{(1 + 0,2)^5} + \frac{3,4728 + 21,04}{(1 + 0,2)^6} \Leftrightarrow$$

$$P_0 = 15,015$$

Για να βρούμε την τιμή στο χρόνο 2 θα πρέπει να προεξοφλήσουμε τα μερίσματα μέχρι το 2 έτος



$$P_2 = \frac{D_3}{(1+K)} + \frac{D_4}{(1+K)^2} + \frac{D_5}{(1+K)^3} + \frac{D_6 + P_6}{(1+K)^4} \Leftrightarrow$$

$$P_2 = \frac{3}{(1+0,2)^1} + \frac{3,15}{(1+0,2)^2} + \frac{3,3075}{(1+0,2)^3} + \frac{3,4728 + 21,04}{(1+0,2)^4} \Leftrightarrow P_2 = 19,67$$

## Προσέγγιση του πολλαπλασιαστή κερδών (P/E ratio)

Χρησιμοποιείται για να υπολογίσει την τρέχουσα τιμή της μετοχής ως προς τα κέρδη του τελευταίου έτους της εταιρείας.

Μια επιχείρηση τη συμφέρει να έχει χαμηλό πολλαπλασιαστή κερδών διότι

‘Η η τιμή της μετοχής της είναι χαμηλή και υποτιμημένη άρα φθηνή και ελκυστική στην αγορά.

‘Η τα κέρδη E της επιχείρησης τον τελευταίο χρόνο είναι υψηλά.

Η ο συνδυασμός των δυο.

$$\frac{P_0}{E_1} = \frac{\frac{D_1}{E_1}}{k - g} = \frac{1 - b}{k - g}$$

Επομένως ο δείκτης P/E μιας εταιρίας εξαρτάται από:

- το ποσοστό διανεμόμενων κερδών
- την απαιτούμενη από τους επενδυτές απόδοση της μετοχής
- το αναμενόμενο ποσοστό μεγέθυνσης

Το ποσοστό μεγέθυνσης των κερδών  $g$  εξαρτάται στη συνέχεια από:

το ποσοστό των κερδών που παρακρατείτε και το οποίο χρηματοδοτεί νέες επενδύσεις  
η αποδοτικότητα των ιδίων κεφαλαίων της εταιρίας = ROE

Επομένως:  $g = b * ROE$

ο δείκτης P/E μας δείχνει πόσες φορές η τιμή της μετοχής καλύπτει τα κέρδη ανά μετοχή.

Στην περίπτωση που τα κέρδη και τα μερίσματα αυξάνονται με έναν σταθερό ρυθμό για πάντα τότε

$$P_0 = \frac{1 - b * E_1}{k - g} \Leftrightarrow P_0 = \frac{1 - b * E_0(1 + g)}{k - g} \Leftrightarrow \frac{P_0}{E_0} = \frac{1 - b * (1 + g)}{k - g}$$

Για μελλοντικά κέρδη  $\frac{P_0}{E_1} = \frac{1 - b}{k - g}$

## ΤΙ ΕΙΝΑΙ ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΙΚΗ ΑΓΟΡΑ

Μια αγορά χρεογράφων θεωρείται αποτελεσματική όταν οι τρέχουσες τιμές των χρεογράφων (μετοχή ή ομολογία) αντιπροσωπεύουν την καλύτερη δυνατή εκτίμηση της πραγματικής αξίας του χρεογράφου, όταν δηλαδή αντανακλούν (ενσωματώνουν) πλήρως με ταχύτητα και ακρίβεια όλες τις πληροφορίες της αγοράς. Κατά συνέπεια η αγορά αξιόγραφων βρίσκεται σε ισορροπία και υπάρχει τέλεια χρηματαγορά.

### Άσκηση 1 κατανόησης P/E

Επιχείρηση διανέμει 30% των κερδών της σε μερίσματα. Η απόδοση ιδίων κεφαλαίων (ROE) είναι 15% και η απαιτούμενη απόδοση των επενδυτών για μετοχές ίσου κινδύνου είναι 13%. Ποια πρέπει να είναι η τιμή του δείκτη P/E της εταιρίας;

Λύση

$$\frac{P_0}{E_1} = \frac{1 - b}{k - g} \Leftrightarrow \frac{P_0}{E_1} = \frac{1 - b}{k - ROE * b} \Leftrightarrow \frac{P_0}{E_1} = \frac{0,30}{0,13 - 0,15 * (1 - 0,30)} = 12$$

### Άσκηση 2 κατανόησης P/E

Να βρεθεί ο πολλαπλασιαστής κερδών μιας της επιχείρησης οποίας τα μερίσματα μεγεθύνονται συνεχώς με ρυθμό 10% ενώ διανέμει το 50% των κερδών της ως μέρισμα στους μετόχους της. Η απαιτούμενη απόδοση από τους επενδυτές είναι ίση με 15%. Αν ο πολλαπλασιαστής κερδών των μετόχων των εταιριών του κλάδου είναι 7,5 θα αγοράζατε ή θα πουλούσατε την εν λόγω μετοχή και γιατί;

$$\frac{P_0}{E_1} = \frac{1 - b}{k - g} \Leftrightarrow \frac{P_0}{E_1} = \frac{50\%}{15\% - 10\%} = 10$$

### ΥΠΟΘΕΣΕΙΣ ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΙΚΗΣ ΑΓΟΡΑΣ

1. Να υπάρχουν πολλοί επενδυτές που να είναι άριστα πληροφορημένοι για τις προοπτικές των εταιριών, δρώντας ορθολογικά, έχοντας ομογενείς προσδοκίες μέσα στον ίδιο χρονικό ορίζοντα και σκοπό τη μεγιστοποίηση της αξίας του χαρτοφυλακίου τους (των κερδών τους).
2. Να υπάρχει ένας σημαντικός αριθμός αναλυτών (ειδήμονες της αγοράς) με ειδικές γνώσεις και πλήρη πληροφόρηση για τις προοπτικές των εταιριών.
3. Οι αποφάσεις των επενδυτών για την αγορά ή πώληση χρεογράφων να βασίζονται στις συμβουλές των ανωτέρω αναφερόμενων αναλυτών οι οποίοι μελετούν τις μεταβλητές που επηρεάζουν τις τιμές των χρεογράφων.
4. Οι επενδυτές πρέπει να αντιδρούν γρήγορα και με ακρίβεια στη νέα πληροφόρηση προκαλώντας στις τιμές των χρεογράφων τις αντίστοιχες προσαρμογές.

5. Όλοι οι συμμετέχοντες στην αγορά (επενδυτές) να λαμβάνουν όλη την δυνατή πανομοιότυπη πληροφόρηση την ίδια χρονική στιγμή και δίχως κόστος.

## ΜΟΡΦΕΣ ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΙΚΗΣ ΑΓΟΡΑΣ

### 1. Ασθενής μορφή αποτελεσματικότητας (weak form efficiency)

Μια αγορά θεωρείται ότι είναι αποτελεσματική με την ασθενή της μορφή όταν οι τιμές των μετοχών ενσωματώνουν όλη την πληροφόρηση που εξάγεται από τα στοιχεία της χρηματιστηριακής αγοράς όπως οι τιμές των μετοχών, οι μεταβολές των τιμών των μετοχών, ο όγκος συναλλαγών και η τιμή ενός χρηματιστηριακού δείκτη. Δηλαδή έχουμε ασθενή μορφή αποτελεσματικότητας μιας αγοράς όταν οι ήδη πραγματοποιηθείσες τιμές (ιστορικές τιμές) των μετοχών δεν περιέχουν σημαντικές πληροφορίες που θα μπορούσαν να χρησιμοποιηθούν για την πρόβλεψη μελλοντικών τιμών. Εάν η υπόθεση είναι σωστή, τότε δεν υπάρχει επενδυτής που να μπορεί να προβλέψει τις μεταβολές των τιμών των μετοχών βασισμένος σε πληροφόρηση που υπάρχει στα στοιχεία της αγοράς.

### 2. Ημι-ισχυρή μορφή αποτελεσματικότητας

Μια αγορά θεωρείται ότι είναι αποτελεσματική στην ημι-ισχυρή της μορφή όταν οι τιμές των μετοχών ενσωματώνουν όλη τη δημοσιευμένη πληροφόρηση που είναι η πληροφόρηση που εξάγεται από τα στοιχεία της χρηματιστηριακής αγοράς και λοιπές δημόσιες πληροφορίες όπως τα κέρδη και τα μερίσματα ανά μετοχή, οι μερισματικές αποδόσεις, οι ανακοινώσεις διάσπασης μετοχών, ανάπτυξη νέων προϊόντων καθώς και διάφορα οικονομικά νέα και πολιτικές ειδήσεις. Εάν ισχύει η υπόθεση, τότε οι τιμές των μετοχών προσαρμόζονται με μεγάλη ταχύτητα μόλις ανακοινωθεί μια πληροφορία. Κατά συνέπεια διαμορφώνονται τέτοιες τιμές στη χρηματιστηριακή αγορά όπου κανένας επενδυτής δε μπορεί να αποκομίσει υπερκέρδη επιτυγχάνοντας υπερκανονικές αποδόσεις (αποδόσεις μεγαλύτερες από τις κανονικές με βάση τον κίνδυνο που έχει αναλάβει) χρησιμοποιώντας πληροφορίες μετά την ανακοίνωσή τους διότι απλά οι τιμές των μετοχών έχουν ήδη ενσωματώσει αυτές τις πληροφορίες. Σαν αποτέλεσμα, η ημι-ισχυρή μορφή αποτελεσματικής αγοράς περικλείει την ασθενή μορφή αποτελεσματικότητας.

### 3. Ισχυρή μορφή αποτελεσματικότητας

Μια αγορά θεωρείται ότι είναι αποτελεσματική στην ισχυρή της μορφή όταν οι τιμές των μέτοχών ενσωματώνουν όλη την πληροφορία, δημοσιευμένη και μη (δηλαδή κι αυτή που δεν έχει δημοσιευθεί, είναι ιδιωτική πληροφορία). Εάν ισχύει η υπόθεση, κανένας επενδυτής δε μπορεί να αποκομίσει αποδόσεις μεγαλύτερες από τις κανονικές. Σαν αποτέλεσμα, η ισχυρή μορφή αποτελεσματικής αγοράς περικλείει και την ημι-ισχυρή και την ασθενή μορφή αποτελεσματικότητας.

## ΚΕΦΑΛΑΙΟ 6ο

### ΘΕΩΡΙΑ ΧΑΡΤΟΦΥΛΑΚΙΟΥ

Η Θεωρία χαρτοφυλακίου περιγράφει τον τρόπο με τον οποίο οι επενδυτές δημιουργούν αποτελεσματικά χαρτοφυλάκια τα οποία αποτελούνται από διάφορα αξιόγραφα.

### ΑΝΑΜΕΝΟΜΕΝΗ -ΠΡΟΣΔΩΚΟΜΕΝΗ ΑΠΟΔΟΣΗ ΧΑΡΤΟΦΥΛΑΚΙΟΥ

$$E(R_p) = \sum_{i=1}^n w_i \cdot E(R_i) = w_1 \cdot E(R_1) + w_2 \cdot E(R_2) + \dots + w_n \cdot E(R_n)$$

$E(R_p)$ : η προσδοκώμενη απόδοση του χαρτοφυλακίου.

$w_i$ : το ποσοστό των επενδυμένων κεφαλαίων στο χρεόγραφο  $i$  ως προς τη συνολική αξία του χαρτοφυλακίου.

$E(R_i)$ : η προσδοκώμενη απόδοση του  $i$  χρεογράφου.

$n$ : το σύνολο των επενδύσεων που περιλαμβάνονται στο χαρτοφυλάκιο.

Το άθροισμα των ποσοστών των επιμέρους επενδύσεων του χαρτοφυλακίου θα πρέπει να

είναι ίσο με 1. Δηλαδή:  $\sum_{i=1}^n w_i = w_1 + w_2 + \dots + w_n = 1$

Η Αναμενομένη απόδοση χρησιμοποιείται για να μετρήσει το Σταθμικό μέσο όρο των αναμενομένων αποδόσεων όλων των επιμέρους αξιογράφων που αποτελούν το χαρτοφυλάκιο.



## ΚΙΝΔΥΝΟΣ ΧΑΡΤΟΦΥΛΑΚΙΟΥ

Ο κίνδυνος ενός χαρτοφυλακίου είναι ο κίνδυνός που έχει κάθε μεμονωμένο αξιόγραφο του χαρτοφυλακίου δηλαδή της τυπικής απόκλισης των αναμενομένων αποδόσεων του, καθώς επίσης των αναμενόμενων αποδόσεων των αξιογράφων του χαρτοφυλακίου.

Η συν διακύμανση είναι το μέτρο εκείνο που δείχνει αν τα αξιόγραφα κινούνται μαζί σε σχέση με τις αναμενόμενες τιμές τους, εξετάζοντας τις αποδόσεις τους.

## ΔΙΑΚΥΜΑΝΣΗ ΤΟΥ ΧΑΡΤΟΦΥΛΑΚΙΟΥ ΜΕ 2 ΕΠΕΝΔΥΤΙΚΑ ΣΤΟΙΧΕΙΑ

$$\sigma_p = \sqrt{\sigma_p^2}$$

$\sigma_p$  : η τυπική απόκλιση του χαρτοφυλακίου

$\sigma_p^2$  : η διακύμανση των αποδόσεων του χαρτοφυλακίου

$$\sigma_p^2 = w_1^2 \cdot \sigma_1^2 + w_2^2 \cdot \sigma_2^2 + 2 \cdot w_1 \cdot w_2 \cdot \text{COV}(R_1, R_2)$$

$w_1$  : το ποσοστό του κεφαλαίου που έχει επενδυθεί στο χρεόγραφο 1

$w_2$  : το ποσοστό του κεφαλαίου που έχει επενδυθεί στο χρεόγραφο 2

$\text{COV}(R_1, R_2)$  : η συνδιακύμανση των αποδόσεων του χαρτοφυλακίου

Χρησιμοποιείται (η τυπική απόκλιση των αποδόσεων του χαρτοφυλακίου) για να μετρήσει τον κίνδυνο του χαρτοφυλακίου.

**ΣΥΝΔΙΑΚΥΜΑΝΣΗ ΤΩΝ ΑΠΟΔΟΣΕΩΝ ΤΟΥ ΧΑΡΤΟΦΥΛΑΚΙΟΥ**

$$\text{COV}(R_1, R_2) = \sigma_{1,2} = \sigma_1 \cdot \sigma_2 \cdot \rho_{1,2} \quad \text{και} \quad \text{COV}(R_1, R_2) = \sum P_i \cdot [R_{1i} - E(R_1)] \cdot [R_{2i} - E(R_2)]$$

$\rho_{1,2}$  : ο συντελεστής συσχέτισης των αποδόσεων των χρεογράφων Α και Β.

$P_i$  : η πιθανότητα τα επενδυτικά στοιχεία να έχουν μια συγκεκριμένη τιμή, να συμβεί η δυναμική απόδοση του καθενός αξιόγραφου.

Χρησιμοποιείται για να μετρήσει μέχρι ποιο σημείο οι αναμενόμενες αποδόσεις των επενδύσεων στο χαρτοφυλάκιο αλληλεξαρτώνται ή αλληλοεπηρεάζονται.

Η συνδιακύμανση των αποδόσεων των επενδύσεων στο χαρτοφυλάκιο μετρά την ομοιότητα ή την ανομοιότητα στη συμπεριφορά των αποδόσεων.

## ΣΥΝΤΕΛΕΣΤΗΣ ΣΥΣΧΕΤΙΣΗΣ ΤΩΝ ΑΠΟΔΟΣΕΩΝ ΤΟΥ ΧΑΡΤΟΦΥΛΑΚΙΟΥ

Τύπος συντελεστή συσχέτισης  $\rho_{1,2} = \frac{\sigma_{1,2}}{\sigma_1 \sigma_2}$

Χρησιμοποιείται για να μετρήσει τη συσχέτιση δηλαδή το βαθμό στον οποίο οι αποδόσεις των επενδύσεων κινούνται μαζί.

1. Όταν ο συντελεστής συσχέτισης είναι θετικός δηλ.  $\rho_{1,2} > 0$  τότε όταν αυξάνεται η απόδοση του ενός επενδυτικού στοιχείου θα αυξάνεται και η απόδοση του άλλου και αντίστροφα.
2. Όταν ο συντελεστής συσχέτισης είναι ίσος με τη μονάδα δηλ.  $\rho_{1,2} = 1$  τότε όσο αυξάνεται η απόδοση του ενός επενδυτικού στοιχείου θα αυξάνεται και η απόδοση του άλλου και αντίστροφα (πλήρης θετική συσχέτιση).
3. Όταν ο συντελεστής συσχέτισης είναι αρνητικός δηλ.  $\rho_{1,2} < 0$  τότε όταν αυξάνεται η απόδοση του ενός επενδυτικού στοιχείου θα μειώνεται και η απόδοση του άλλου και αντίστροφα.
4. Όταν ο συντελεστής συσχέτισης είναι αρνητικός δηλ.  $\rho_{1,2} = -1$  τότε όσο αυξάνεται η απόδοση του ενός επενδυτικού στοιχείου τόσο θα μειώνεται και η απόδοση του άλλου και αντίστροφα (πλήρης αρνητική συσχέτιση).
5. Όταν ο συντελεστής συσχέτισης είναι μηδενικός δηλ.  $\rho_{1,2} = 0$  τότε δεν υπάρχει καμία συσχέτιση των αποδόσεων μεταξύ των επενδύσεων που απαρτίζουν το χαρτοφυλάκιο

$$w_1 = \frac{\sigma_2^2 - \rho_{1,2} \sigma_1 \sigma_2}{\sigma_1^2 + \sigma_2^2 - 2\rho_{1,2} \sigma_1 \sigma_2} \text{ και } w_2 = 1 - w_1$$

**ΔΙΑΚΥΜΑΝΣΗ ΤΟΥ ΧΑΡΤΟΦΥΛΑΚΙΟΥ ΜΕ 3 ΕΠΕΝΔΥΤΙΚΑ ΣΤΟΙΧΕΙΑ**

$$\sigma_p^2 = w_1^2 \cdot \sigma_1^2 + w_2^2 \cdot \sigma_2^2 + w_3^2 \cdot \sigma_3^2 + 2 \cdot w_1 \cdot w_2 \cdot \text{COV}(R_1, R_2) + 2 \cdot w_1 \cdot w_3 \cdot \text{COV}(R_1, R_3) + 2 \cdot w_2 \cdot w_3 \cdot \text{COV}(R_2, R_3)$$

**Ο κίνδυνός του χαρτοφυλακίου εξαρτάται από :**

- Τον κίνδυνο των επιμέρους επενδύσεων που αποτελούν το χαρτοφυλάκιο δηλαδή την αβεβαιότητα των διακυμάνσεων των αποδόσεων της κάθε μετοχής
- Το ποσοστό συμμετοχής κάθε επένδυσης στην συνολική αξία του χαρτοφυλακίου w
- Την αλληλεπίδραση του κίνδυνου μέσω των συν διακυμάνσεων των αποδόσεων επενδύσεων που υπάρχουν στο χαρτοφυλάκιο.

**Ασκήσεις κατανόησης**

ΤΟΧΕΣ	επιμενόμενη απόδοση	κύμανση
	0	625
	0	9

Έστω ότι το χαρτοφυλάκιο μας αποτελείται από την μετοχή Α κατά 60% και κατά την μετοχή Β κατά 40%. Να υπολογισθεί κίνδυνός του χαρτοφυλακίου αν ο συντελεστής συσχέτισης είναι 0,9 καθώς και η απόδοση του χαρτοφυλακίου.

Λύση

### Μεθοδολογία

- Υπολογίζουμε την **αναμενόμενη απόδοση** του χαρτοφυλακίου.
- Βρίσκουμε τη **συνδιακύμανση των αποδόσεων των δύο μετοχών** και κατόπιν τη **διακύμανση του χαρτοφυλακίου**.
- Υπολογίζουμε κατόπιν την **τοπική απόκλιση του χαρτοφυλακίου** (κίνδυνος).

### ΑΝΑΜΕΝΟΜΕΝΗ (ΠΡΟΣΔΟΚΩΜΕΝΗ) ΑΠΟΔΟΣΗ ΧΑΡΤΟΦΥΛΑΚΙΟΥ

$$E(R_p) = \sum_{i=1}^n w_i \cdot E(R_i)$$

$$E(R_p) = w_A \cdot E(R_A) + w_B \cdot E(R_B) = 0,60 \cdot 0,30 + 0,40 \cdot 0,50 = 0,38$$

### ΣΥΝΔΙΑΚΥΜΑΝΣΗ ΤΩΝ ΑΠΟΔΟΣΕΩΝ ΤΟΥ ΧΑΡΤΟΦΥΛΑΚΙΟΥ

$$\text{COV}(R_A, R_B) = \sigma_{AB} = \sigma_A \cdot \sigma_B \cdot \rho_{AB}$$

$$\text{COV}(R_A, R_B) = 0,25 \cdot 0,3 \cdot 0,9 = 0,0675$$

### ΚΙΝΔΥΝΟΣ ΧΑΡΤΟΦΥΛΑΚΙΟΥ

Για να βρούμε τον κίνδυνο του παραπάνω χαρτοφυλακίου βρίσκουμε την τοπική απόκλιση:

$$\sigma_p^2 = w_A^2 \cdot \sigma_A^2 + w_B^2 \cdot \sigma_B^2 + 2 \cdot w_A \cdot w_B \cdot \text{COV}(R_A, R_B)$$

$$\begin{aligned} \sigma_p &= \sqrt{\sigma_p^2} = \sqrt{w_A^2 \sigma_A^2 + w_B^2 \sigma_B^2 + 2w_A w_B \sigma_{AB}} = \sqrt{(0,6)^2 \cdot 0,0625 + (0,4)^2 \cdot 0,09 + 2 \cdot 0,6 \cdot 0,4 \cdot 0,0675} \\ &= \sqrt{0,0693} = 0,263 \end{aligned}$$

Ένας επενδυτής εξετάζει δύο επενδύσεις :

<b>Επένδυση Α</b>	<b>Δυνητική απόδοση</b>	<b>Πιθανότητα</b>
	0,20	0,60
	0,30	0,40
<b>Επένδυση Β</b>	<b>Δυνητική απόδοση</b>	<b>Πιθανότητα</b>
	0,30	0,60
	0,05	0,40

(α) Να υπολογιστεί η προσδοκώμενη απόδοση κάθε επένδυσης και ο κίνδυνος καθεμίας επένδυσης.

(β) Αν θέλαμε να δημιουργήσουμε ένα χαρτοφυλάκιο με ποσοστό συμμετοχής της επένδυσης Α 50% και της Β 50% να βρεθεί η αναμενόμενη απόδοση του χαρτοφυλακίου καθώς κι ο αντίστοιχος κίνδυνός του.

(γ) Βρείτε το συντελεστή συσχέτισης των αποδόσεων των δύο επενδυτικών στοιχείων. Τι δείχνει αυτός ο συντελεστής;

### Λύση

#### Μεθοδολογία

- Υπολογίζουμε την αναμενόμενη απόδοση κάθε επένδυσης.
- Βρίσκουμε τον κίνδυνο (τυπική απόκλιση) κάθε επένδυσης αφού υπολογίσουμε πρώτα τη διακύμανση.
- Στη συνέχεια έχοντας υπολογίσει τις αναμενόμενες αποδόσεις καθεμίας επένδυσης μετράμε την προσδοκώμενη απόδοση του χαρτοφυλακίου.
- Υπολογίζουμε κατόπιν την τυπική απόκλιση του χαρτοφυλακίου (κίνδυνος)
- Τέλος βρίσκουμε το συντελεστή συσχέτισης των αποδόσεων.

$$E(r) = \sum_{i=1}^n R_i \cdot P_i$$

Επομένως είναι  $E(R_A) = (0,20 * 0,40) + (0,30 * 0,40) \Leftrightarrow E(R_A) = 0,24$

$E(R_B) = (0,30 * 0,60) + (0,05 * 0,40) \Leftrightarrow E(R_A) = 0,20$

$$\sigma_A^2 = (0,20 - 0,24)^2 \cdot 0,60 + (0,30 - 0,24)^2 \cdot 0,40 = 0,0024$$

$$\sigma_A = \sqrt{\sigma_A^2} = \sqrt{0,0024} = 0,049$$

$$\sigma_B^2 = (0,30 - 0,20)^2 \cdot 0,60 + (0,05 - 0,20)^2 \cdot 0,40 = 0,006 + 0,009 = 0,015$$

$$\sigma_B = \sqrt{\sigma_B^2} = \sqrt{0,015} = 0,1225$$

$$E(R_p) = \sum_{i=1}^n w_i \cdot E(R_i)$$

$$E(R_p) = w_A \cdot E(R_A) + w_B \cdot E(R_B) = 0,50 \cdot 0,24 + 0,50 \cdot 0,20 = 0,22$$

$$COV(R_A, R_B) = \sum p_i \cdot [R_{Ai} - E(R_A)] \cdot [R_{Bi} - E(R_B)]$$

$$COV(R_A, R_B) = 0,60 \cdot (0,20 - 0,24)(0,30 - 0,20) + 0,40 \cdot (0,30 - 0,24)(0,05 - 0,20) = -0,0024 - 0,0036 = -0,006$$

$$\sigma_p^2 = w_A^2 \cdot \sigma_A^2 + w_B^2 \cdot \sigma_B^2 + 2 \cdot w_A \cdot w_B \cdot COV(R_A, R_B) = (0,50)^2 \cdot 0,0024 + (0,50)^2 \cdot 0,015 + 2 \cdot 0,50 \cdot 0,50(-0,006) =$$

$$\sigma_p^2 = 0,00675$$

$$\sigma_p = \sqrt{\sigma_p^2} = \sqrt{0,00675} = 0,082$$

$$\rho_{AB} = \frac{COV(R_A, R_B)}{\sigma_A \cdot \sigma_B} = \frac{-0,006}{0,049 \cdot 0,1225} = -10$$

Αυτό σημαίνει ότι υπάρχει αρνητική συσχέτιση μεταξύ των αποδόσεων των δύο επενδύσεων A και B. Όταν θα ανεβαίνει η απόδοση της μιας επένδυσης κατά 1 ποσοστιαία μονάδα θα μειωθεί η απόδοση της άλλης επένδυσης κατά 10 ποσοστιαίες μονάδες

### Άσκηση κατανόησης

Έστω ότι ένα χαρτοφυλάκιο απαρτίζεται από δύο μετοχές τη Γ και τη Δ με Προσδοκώμενη απόδοση 0,25 και 0,40 αντίστοιχα και τυπικές αποκλίσεις 0,20 και 0,10 αντίστοιχα. Να βρεθεί το ποσοστό που έχει επενδυθεί στη μετοχή Γ αν ο συντελεστής συσχέτισης των αποδόσεων των δύο μετοχών είναι  $\rho_{\Gamma, \Delta} = 0,40$

## ΛΥΣΗ

### Μεθοδολογία

Υπολογίζουμε το ποσοστό συμμετοχής του επενδυμένου κεφαλαίου στη μετοχή Γ στη συνολική αξία του κεφαλαίου από τον αντίστοιχο τύπο:

$$w_{\Gamma} = \frac{\sigma_{\Delta}^2 - \rho_{\Gamma, \Delta} \sigma_{\Gamma} \sigma_{\Delta}}{\sigma_{\Gamma}^2 + \sigma_{\Delta}^2 - 2\rho_{\Gamma, \Delta} \sigma_{\Gamma} \sigma_{\Delta}} = \frac{(0,10)^2 - 0,40 \cdot 0,20 \cdot 0,10}{(0,20)^2 + (0,10)^2 - 2 \cdot 0,40 \cdot 0,20 \cdot 0,10} = \frac{0,002}{0,034} = 0,588 \text{ ή } 58,8\%$$

## ΜΟΝΟΠΑΡΑΓΟΝΤΙΚΟ ΥΠΟΔΕΙΓΜΑ Ή ΥΠΟΔΕΙΓΜΑ ΤΟΥ ΕΝΟΣ ΔΕΙΚΤΗ

**Τύπος**  $R_i = a + \beta_i * R_m$

$R_i$ : η απόδοση του  $i$  αξιόγραφου

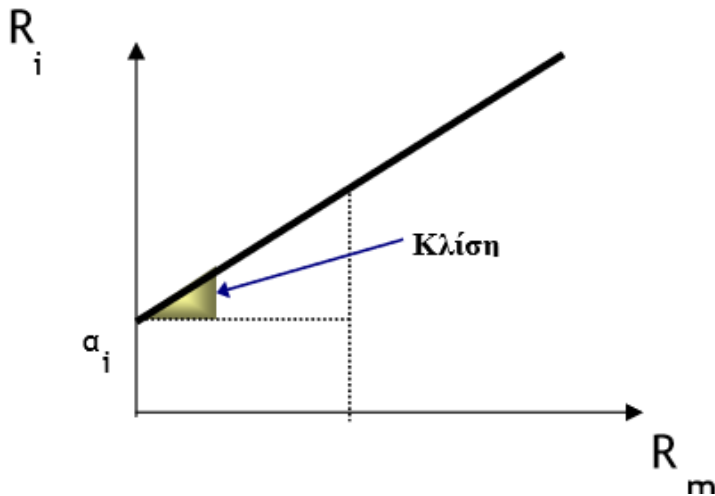
$a$ : μετρά την απόδοση που είναι ανεξάρτητη από τις μεταβολές των αποδόσεων του χαρτοφυλακίου της αγοράς. Ουσιαστικά η απόδοση ενός αξιόγραφου όταν η απόδοση της αγοράς είναι μηδενική. Είναι ένα τμήμα της απόδοσης του αξιόγραφου.

$\beta_i$ : ο συντελεστής βήτα του αξιόγραφου που μετρά την ελαστικότητα (ευαισθησία) των αποδόσεων του αξιόγραφου στις μεταβολές της αγοράς, δηλαδή την κλίση της χαρακτηριστικής γραμμής

$R_m$ : η απόδοση του δείκτη της αγοράς



ΧΑΡΑΚΤΗΡΙΣΤΙΚΗ ΓΡΑΜΜΗ ΑΞΙΟΓΡΑΦΩΝ (SECURITY CHARACTERISTIC LINE)



Απεικονίζει διαγραμματικά το υπόδειγμα του ενός δείκτη

Μετρά την απόδοση ενός αξιόγραφου έναντι της απόδοσης του χαρτοφυλακίου της αγοράς.

Καθορίζει πώς η απόδοση ενός αξιόγραφου συσχετίζεται με την απόδοση του δείκτη της αγοράς.

Έχει σαν κλίση το συντελεστή  $\beta$ , τον οποίο και εκτιμά.

Είναι μια γραμμή παλινδρόμησης που μετράει την αλληλεπίδραση δύο μεταβλητών

## ΣΥΝΤΕΛΕΣΤΗΣ ΒΗΤΑ ΤΟΥ ΑΞΙΟΓΡΑΦΟΥ

### ΣΟΣ ΘΕΩΡΙΑ

$$\text{ΤΥΠΟΣ } \beta_i = \frac{\text{COV}(R_i, R_m)}{\sigma_m^2} = \frac{\sigma_i \cdot \rho_{i,m}}{\sigma_m}$$

Μετρά το συστηματικό ή μη διαφοροποιήσιμο κίνδυνο του αξιόγραφου.

Είναι ένα μέτρο της ευαισθησίας των αποδόσεων του αξιόγραφου στις μεταβολές των αποδόσεων της αγοράς.

Δείχνει τη θετική ή αρνητική συστηματική κίνηση της απόδοσης του αξιόγραφου σε σχέση με τον κίνδυνο της αγοράς.

Δείχνει την κλίση της χαρακτηριστικής γραμμής του αξιόγραφου.

Εάν  $\beta_i < 1$  είναι μικρότερος από τη μονάδα, το αξιόγραφο χαρακτηρίζεται ως αμυντικό και έχει μικρότερη απόδοση και μικρότερο συστηματικό κίνδυνο από τα αντίστοιχα της αγοράς.

Εάν  $\beta_i > 1$  είναι μεγαλύτερος από τη μονάδα, το αξιόγραφο χαρακτηρίζεται ως επιθετικό και έχει μεγαλύτερη απόδοση και μεγαλύτερο συστηματικό κίνδυνο από τα αντίστοιχα της αγοράς.

### ΠΑΡΑΤΗΡΗΣΕΙΣ

Το  $\beta=1$  όταν σε εκφώνηση άσκησης θα λέει ότι το περιουσιακό στοιχείο έχει τον ίδιο συστηματικό κίνδυνο με την αγορά, δηλαδή οι αποδόσεις έχουν τέλεια συσχέτιση με τις αποδόσεις της αγοράς. Έτσι άλλη έκφραση υπάρχει μετοχή με τέλεια συσχέτιση με την αγορά τότε για εσάς θα είναι  $\beta=1$ . Άλλη έκφραση η μετοχή έχει τον ίδιο συστηματικό κίνδυνο με την αγορά.

$$E(R)_i = E(R_m)$$

## ΣΥΣΤΗΜΑΤΙΚΟΣ ΚΑΙ ΜΗ ΣΥΣΤΗΜΑΤΙΚΟΣ ΚΙΝΔΥΝΟΣ

**Συστηματικός κίνδυνος** ενός χρεογράφου είναι ο κίνδυνος που δε μπορεί να διαφοροποιηθεί δηλαδή να εξαλειφθεί ή να μειωθεί. Είναι ο κίνδυνος που προέρχεται από παράγοντες της αγοράς (κίνδυνος επιτοκίων, πολιτικός κίνδυνος, συναλλαγματικός κίνδυνος, κίνδυνος πληθωρισμού).

Είναι ίδιος και σταθερός για όλα τα αξιόγραφα - είναι αναπόφευκτος.

Μετρείται από το  $\sigma_m$  που είναι η τυπική απόκλιση των αποδόσεων της αγοράς και το  $\beta_i$  που είναι ο συντελεστής κινδύνου ενός χρεογράφου  $i$ .

Είναι ο κίνδυνος για τον οποίο ο επενδυτής πρέπει να ανταμειφθεί.

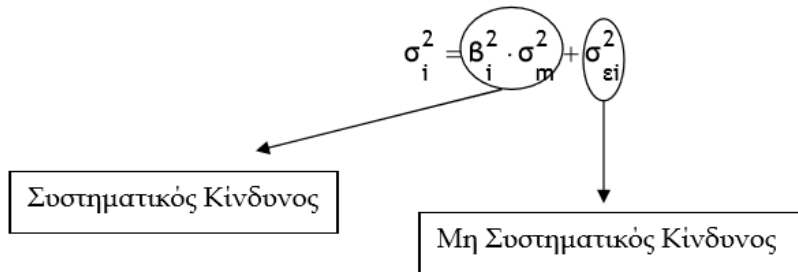
**Μη συστηματικός κίνδυνος** είναι ο κίνδυνος που οφείλεται σε παράγοντες που αφορούν την επιχείρηση. Είναι ο κίνδυνος που μπορεί να διαφοροποιηθεί, να μειωθεί (κάνοντας πιο αποτελεσματικό το στοιχείο), είναι ένα μέρος της μεταβλητότητας των αποδόσεων ενός αξιόγραφου.

Είναι ο κίνδυνος των καταλοίπων (διαφορά πραγματοποιηθείσας και αναμενόμενης απόδοσης) του αξιόγραφου  $\sigma_{ei}$  και με την προσθήκη πολλών αξιόγραφων στο χαρτοφυλάκιο (διαφοροποίηση) τείνει στο μηδέν (μπορεί να εξουδετερωθεί).

Είναι ο κίνδυνος για τον οποίος ο επενδυτής δε χρειάζεται να ανταμειφθεί.

Ο συστηματικός και ο μη συστηματικός κίνδυνος μας δίνουν τον συνολικό κίνδυνο ενός χρεογράφου :

Συνολικός κίνδυνος = Συστηματικός κίνδυνος + μη Συστηματικός Κίνδυνος



## ΔΕΙΚΤΕΣ SHARPE & TREYNOR

Για την κατάταξη 2 η περισσότερων Χαρτοφυλακίων , Αμοιβαίων Κεφαλαίων κλπ., χρησιμοποιούμε τους παρακάτω δείκτες, οι οποίοι ταξινομούν από τα Χαρτοφυλάκια από το καλύτερο (αυτό που έχει τη μεγαλύτερη τιμή του Δείκτη) προς το λιγότερο καλό (αυτό που έχει τη μικρότερη τιμή του δείκτη).

### Δείκτης Sharpe

$$S_i = \frac{\bar{R}_i - \bar{R}_f}{\sigma_i}$$

### Δείκτης Treynor

$$T_i = \frac{\bar{R}_i - \bar{R}_f}{\beta_i}$$

Δείκτης Sharpe

$$S_p = \frac{\overline{R_p} - \overline{R_f}}{\sigma_p}$$

Το μέτρο αυτό υπολογίζει την ανταμοιβή του κινδύνου του εξεταζόμενου Χαρτοφυλακίου (risk premium) ανά μονάδα του συνολικού κινδύνου.

$\overline{R_p}$  = η μέση απόδοση του Χαρτοφυλακίου κατά τη διάρκεια της εξεταζόμενης περιόδου.

$\overline{R_f}$  = η μέση απόδοση του περιουσιακού στοιχείου χωρίς κίνδυνο κατά τη διάρκεια της εξεταζόμενης περιόδου.

$\sigma_p$  = η τυπική απόκλιση των αποδόσεων του χαρτοφυλακίου κατά την εξεταζόμενη περίοδο.

$[\overline{R_p} - \overline{R_f}]$  = η ανταμοιβή του κινδύνου του Χαρτοφυλακίου.

Όσο μεγαλύτερη τιμή έχει ο δείκτης, τόσο καλύτερη απόδοση είχε το Χαρτοφυλάκιο κατά την εξεταζόμενη περίοδο.

Δείκτης Treynor

$$T_p = \frac{\overline{R_p} - \overline{R_f}}{\beta_p}$$

Το μέτρο αυτό υπολογίζει την ανταμοιβή του κινδύνου του εξεταζόμενου Χαρτοφυλακίου (risk premium) ανά μονάδα του συστηματικού κινδύνου.

$\overline{R_p}$  = η μέση απόδοση του Χαρτοφυλακίου κατά τη διάρκεια της εξεταζόμενης περιόδου.

$\overline{R_f}$  = η μέση απόδοση του περιουσιακού στοιχείου χωρίς κίνδυνο κατά τη διάρκεια της εξεταζόμενης περιόδου.

$\beta_p$  = ο συντελεστής βήτα του χαρτοφυλακίου.

$[\overline{R_p} - \overline{R_f}]$  = η ανταμοιβή του κινδύνου του Χαρτοφυλακίου.

Όσο μεγαλύτερη τιμή έχει ο δείκτης, τόσο καλύτερη απόδοση είχε το Χαρτοφυλάκιο κατά την εξεταζόμενη περίοδο.

## ΚΕΦΑΛΑΙΟ 7ο

### ΚΕΦΑΛΑΙΑΓΟΡΑ

#### ΧΑΡΤΟΦΥΛΑΚΙΟ ΕΛΑΧΙΣΤΗΣ ΔΙΑΚΥΜΑΝΣΗΣ

Χαρτοφυλάκιο ελάχιστης διακύμανσης (Minimum Variance Portfolio-MVP) είναι εκείνο το χαρτοφυλάκιο που με τέτοιο συνδυασμό ποσοστών συμμετοχής για καθένα από τα δύο χρεόγραφα που το αποτελούν, ελαχιστοποιείται η τοπική απόκλιση του, ο κίνδυνός του δηλαδή.

#### ΕΦΙΚΤΟ ΣΥΝΟΡΟ (ΣΥΝΟΛΟ)

Το εφικτό σύνολο (attainable set) είναι το σύνολο όλων των διαθέσιμων χαρτοφυλακίων (δυνατοί συνδυασμοί αναμενόμενης απόδοσης και κινδύνου)

#### ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΙΚΟ ΧΑΡΤΟΦΥΛΑΚΙΟ

Αποτελεσματικό είναι ένα χαρτοφυλάκιο που :

- ο για δεδομένο επίπεδο κινδύνου έχει μεγαλύτερη απόδοση ή
- ο για δεδομένο επίπεδο απόδοσης έχει μικρότερο κίνδυνο (διακύμανση ή τοπική απόκλιση).

Ο επενδυτής θα προτιμήσει μεταξύ των χαρτοφυλακίων αυτά που είναι πιο αποδοτικά γι αυτόν, δηλαδή τα καλύτερα.

### ΑΡΙΣΤΟ ΧΑΡΤΟΦΥΛΑΚΙΟ

Άριστο χαρτοφυλάκιο είναι ένα χαρτοφυλάκιο που έχει τη μεγαλύτερη χρησιμότητα για έναν ορθολογικό (rational) επενδυτή.

- Είναι το καλύτερο για τον επενδυτή ανάμεσα στα αποδοτικά χαρτοφυλάκια και μπορεί να είναι διαφορετικό για κάθε επενδυτή. Μεγιστοποιεί την **συνολική ωφέλειά του**.
- Καθορίζεται λοιπόν από το σημείο τομής της **υψηλότερης δυνατής καμπύλης αδιαφορίας του ορθολογικού επενδυτή με το αποτελεσματικό σύνορο**.
- Εξαρτάται από τις προτιμήσεις του όσον αφορά τον **κίνδυνο και την αναμενόμενη απόδοση** (συντηρητικός ή επιθετικός επενδυτής). Από τις προτιμήσεις που έχει ένας επενδυτής ως προς την ανταλλαγή μεταξύ απόδοσης και κινδύνου (συνάρτηση χρησιμότητας - utility function). **Μπορεί να είναι διαφορετικό για κάθε διαφορετικό επενδυτή το άριστο χαρτοφυλάκιο ανάλογα με τη συμπεριφορά του έναντι του κινδύνου που θέλει να αναλάβει**.

### ΓΡΑΜΜΗ ΚΕΦΑΛΑΙΑΓΟΡΑΣ

Η Γραμμή Κεφαλαιαγοράς (Capital Market Line - CML) είναι μια ευθεία που ορίζεται από το **άριστο χαρτοφυλάκιο** κι από το **χρεόγραφο χωρίς κίνδυνο**. Απεικονίζεται αλγεβρικά από τη γραμμική σχέση:

$$E(R_p) = R_f + \beta_p \cdot [E(R_m) - R_f] \Rightarrow E(R_p) = R_f + \sigma_p \cdot \left[ \frac{E(R_m) - R_f}{\sigma_m} \right]$$

$E(R_p)$  : η αναμενόμενη (προσδοκώμενη) απόδοση του χαρτοφυλακίου.

$R_f$  : η απόδοση του χρεογράφου μηδενικού κινδύνου.

$\beta_p$  : ο συντελεστής βήτα που μετρά το συστηματικό κίνδυνο του χαρτοφυλακίου.

$[E(R_m) - R_f]$  : το ασφάλιστρο (πριμ ή ανταμοιβή του) κινδύνου.

$$\text{όπου } \beta_p = \frac{\sigma_p}{\sigma}$$

ΚΛΙΣΗ ΤΗΣ ΓΡΑΜΜΗΣ ΚΕΦΑΛΑΙΑΓΟΡΑΣ

Η κλίση της Γραμμής Κεφαλαιαγοράς (Capital Market Line - CML) δίνεται αλγεβρικά από τον τύπο :

$$\left[ \frac{E(R_m) - R_f}{\sigma_m} \right]$$

Διαγραμματικά απεικονίζεται παραπάνω από το γκρι σκιασμένο τμήμα και μας δείχνει :

- Την τιμή του κινδύνου στην αγορά των αποτελεσματικών χαρτοφυλακίων.
- Δηλαδή τον επιπλέον κίνδυνο που πρέπει να αναλάβουμε για να πετύχουμε μια επιπλέον μονάδα απόδοσης.
- Η' πόσο επιπλέον απόδοση  $[E(R_m) - R_f]$  θα λάβει ο επενδυτής για τον κίνδυνο που αναλαμβάνει  $\sigma_p$  (ανταμοιβή risk premium ανά μονάδα συνολικού κινδύνου).
- Την ανταμοιβή του επενδυτή για κάθε μονάδα κινδύνου που αναλαμβάνει.

**ΠΑΡΑΤΗΡΗΣΗ 1 ΣΟΣ**

Ένα χαρτοφυλάκιο είναι αποτελεσματικό όταν αντικαθιστώντας στην εξίσωση της γραμμής CML κεφαλαιαγοράς όπου  $\sigma_p$  και η αναμενόμενη απόδοση που προκύπτει ταυτίζεται με την αναμενόμενη απόδοση του χαρτοφυλακίου μας

**Παρατήρηση 2 ΣΟΣ** θα λέει στην εκφώνηση ότι υπάρχει μια μετοχή με μηδενικό συστηματικό κίνδυνο ( τότε  $\beta=0$  ) και η απόδοση είναι 2% τότε  $R_f = 2\%$

Άλλη έκφραση η απόδοση της αγοράς δεν συσχετίζεται καθόλου με τη αγορά ( $\beta=0$ ) και είναι 3% τότε  $R_f = 3\%$



## Άσκηση

Εάν η προσδοκώμενη απόδοση ενός χαρτοφυλακίου είναι 14% που έχει τυπική απόκλιση ίση με 0,08:

(α) Είναι υπερτιμημένο ή υποτιμημένο δεδομένου ότι το χρεόγραφο χωρίς κίνδυνο έχει απόδοση 3%, ο κίνδυνος του χαρτοφυλακίου της αγοράς είναι 0,10 και η αναμενόμενη απόδοσή του 18%;

(β) Βρείτε το συστηματικό κίνδυνο του χαρτοφυλακίου.

(γ) Ποια είναι η κλίση της Γραμμής Κεφαλαιαγοράς και τι δείχνει; Να σχεδιαστεί.

(δ) Ποιό είναι το πρωμ κινδύνου;

### Λύση

#### Μεθοδολογία

- Βρίσκουμε την αναμενόμενη απόδοση του χαρτοφυλακίου βάσει του τύπου και τη συγκρίνουμε με αυτή που μας δίνεται.
- Υπολογίζουμε το συντελεστή  $\beta$  που μετρά το συστηματικό κίνδυνο του χαρτοφυλακίου.
- Βρίσκουμε την κλίση της Γραμμής Κεφαλαιαγοράς από το γνωστό τύπο και τη σχεδιάζουμε.
- Υπολογίζουμε το ασφάλιστρο κινδύνου.

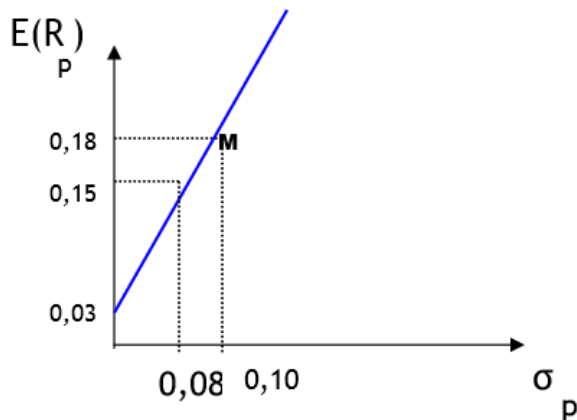
$$(α) E(R_p) = R_f + \sigma_p \cdot \left[ \frac{E(R_m) - R_f}{\sigma_m} \right] = 0,03 + 0,08 \cdot \left[ \frac{0,18 - 0,03}{0,10} \right] = 0,03 + 0,12 \Rightarrow E(R_p) = 0,15$$

Άρα το χαρτοφυλάκιο είναι υποτιμημένο.

$$(β) \beta = \frac{\sigma_p}{\sigma_m} = \frac{0,08}{0,10} = 0,8$$

$$(γ) \left[ \frac{E(R_m) - R_f}{\sigma_m} \right] = \frac{0,18 - 0,03}{0,10} = 1,5$$

Δείχνει ότι για μια μονάδα κινδύνου που αναλαμβάνει ο επενδυτής θα ανταμειφθεί με 1,5 μονάδα απόδοσης.



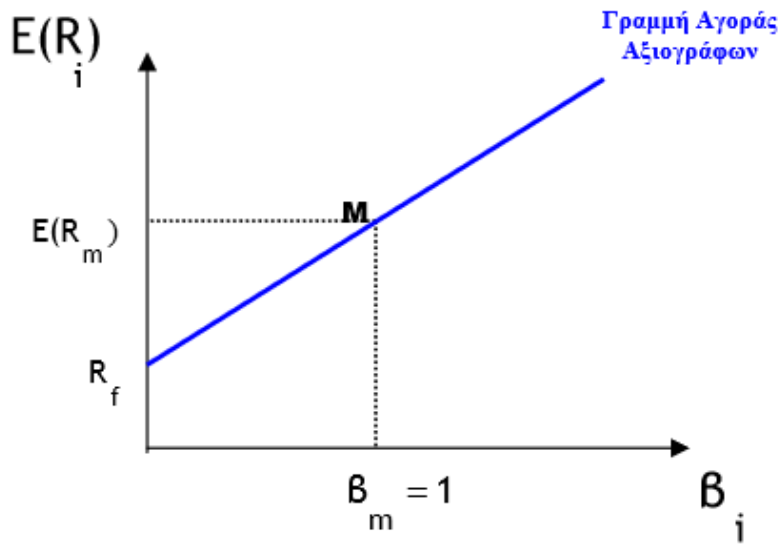
(δ) Το πριμ κινδύνου δίνεται από τον τύπο :  $[E(R_m) - R_f] = 0,18 - 0,03 = 0,15$

#### ΓΡΑΜΜΗ ΑΓΟΡΑΣ ΑΞΙΟΓΡΑΦΩΝ SML

Δείχνει τους συνδυασμούς ανταλλαγής προσδοκώμενης απόδοσης και κινδύνου του κάθε αξιόγραφου χρησιμοποιώντας το συντελεστή βήτα.

Δηλαδή καθορίζει τη γραμμική συνάρτηση μεταξύ απαιτούμενης απόδοσης και συστηματικού κινδύνου για κάθε αξιόγραφο.

Είναι η ευθεία επί της οποίας βρίσκονται όλα τα περιουσιακά στοιχεία οι τιμές των οποίων είναι σε ισορροπία.



Κι επειδή η αναμενόμενη απόδοση ενός αξιόγραφου είναι θετική συνάρτηση του κινδύνου από ότι βλέπουμε και διαγραμματικά, όσο μικρότερος ο κίνδυνος τόσο μικρότερη και η αναμενόμενη (ή προσδοκώμενη) απόδοση και αντίστροφα. Όλη η αγορά κινείται προς κάποια κατεύθυνση και σχεδόν όλα τα αξιόγραφα αντιδρούν με κάποιο τρόπο. Άρα οι αποδόσεις των αξιόγραφων μπορούν να κινούνται προς την ίδια κατεύθυνση όχι λόγω της συνδιακύμανσης αλλά λόγω της αντίδρασής τους ως προς έναν κοινό παράγοντα που είναι το χαρτοφυλάκιο της αγοράς.

## ΑΝΑΜΕΝΟΜΕΝΗ (ΠΡΟΣΔΟΚΩΜΕΝΗ) ΑΠΟΔΟΣΗ ΑΞΙΟΓΡΑΦΟΥ

$$E(R_i) = R_f + \beta_i \cdot [E(R_m) - R_f]$$

$E(R_i)$ : η προσδοκώμενη (ή αναμενόμενη ή απαιτούμενη) απόδοση ενός αξιόγραφου  $i$ .

$R_f$ : το επιτόκιο μηδενικού κινδύνου ή το χωρίς κίνδυνο (ακίνδυνο) επιτόκιο.

$\beta_i$ : ο συντελεστής βήτα του αξιόγραφου.

$[E(R_m) - R_f]$ : το ασφάλιστρο (πριμ ή ανταμοιβή) κινδύνου.

$E(R_m)$ : η προσδοκώμενη απόδοση της αγοράς.

Η παραπάνω σχέση πρέπει να ισχύει για να είναι ορθά τιμολογημένο το χαρτοφυλάκιο σύμφωνα με το CAPM (Υπόδειγμα Αποτίμησης Περιουσιακών Στοιχείων - Capital Asset Pricing Model). Βρίσκει την απόδοση που πρέπει να έχει ένα αξιόγραφο βάσει του CAPM και που θα απαιτούν οι επενδυτές από το αξιόγραφο αυτό.

Έστω ότι έχουμε τις παρακάτω μετοχές :

	Αναμενόμενη Απόδοση	Διακύμανση
A	20	225
B	30	1156

Από ιστορικά δεδομένα, το επιτόκιο μηδενικού κινδύνου είναι 3% και η μέση απόδοση της αγοράς υπολογίζεται σε 7%, η διακύμανση των αποδόσεων του χαρτοφυλακίου της αγοράς είναι 289. Ο συντελεστής συσχέτισης των δύο μετοχών με την αγορά είναι 0,8.

- Ποιο είναι το πριμ (ή ασφάλιστρο) κινδύνου της αγοράς;
- Να βρεθεί ο συντελεστής κινδύνου (βήτα) των μετοχών. Ποια από τις δύο είναι προτιμότερη;
- Ποια είναι η απαιτούμενη απόδοση καθεμίας από τις παραπάνω μετοχές; Θα επιλέγαμε κάποια για επένδυση βάσει αυτού του κριτηρίου;
- Να σχεδιαστεί διαγραμματικά η Γραμμή Αγοράς Αξιόγραφων (SML).

Λύση

**Μεθοδολογία**

- Βρίσκουμε το πριμ κινδύνου της αγοράς από τον σχετικό τύπο.
- Αφού βρούμε τον κίνδυνο κάθε μετοχής και τον κίνδυνο της αγοράς (τυπική απόκλιση) υπολογίζουμε το συντελεστή βήτα κάθε μετοχής. Επιλέγουμε αυτή τη μετοχή με το μικρότερο συντελεστή β, δηλ. το μικρότερο συστηματικό κίνδυνο, δηλ. το μικρότερο συνολικό κίνδυνο ως ορθολογικοί επενδυτές που αποστρεφόμεστε τον κίνδυνο.
- Βρίσκουμε βάσει του CAPM (ΥΑΠΣ) τις αποδόσεις που θα έπρεπε να είχαν τα αξιόγραφα και επενδύουμε σε κάποια αν έχει μεγαλύτερη προσδοκώμενη απόδοση από αυτήν που θα έπρεπε να έχει και υπολογίσαμε βάσει του Υποδείγματος.
- Σχεδιάζουμε με βάση τα παραπάνω τα δεδομένα την SML απεικονίζοντάς τα.

(α) Πριμ κινδύνου =  $\left| E(R_m) - R_f \right| = 0,07 - 0,03 = 0,04$

(β)  $\beta_i = \frac{\sigma_i}{\sigma_m} \cdot \rho_{i,m}$

$$\sigma = \sqrt{\sigma^2}$$

$$\text{Οπότε: } \sigma_A = \sqrt{\sigma_A^2} = \sqrt{225} = 15, \sigma_B = \sqrt{\sigma_B^2} = \sqrt{1156} = 34 \text{ και } \sigma_m = \sqrt{\sigma_m^2} = \sqrt{289} = 17$$

Άρα:

$$\beta_A = \frac{\sigma_A}{\sigma_m} \cdot \rho_{A,m} = \frac{15}{17} \cdot 0,8 \Rightarrow \beta_A = 0,7$$

$$\beta_B = \frac{\sigma_B}{\sigma_m} \cdot \rho_{B,m} = \frac{34}{17} \cdot 0,8 \Rightarrow \beta_B = 1,6$$

Προτιμότερη είναι η μετοχή με το μικρότερο κίνδυνο, άρα με το μικρότερο συστηματικό κίνδυνο. Επειδή η μετοχή Α έχει μικρότερο συντελεστή κινδύνου (βήτα) από τη μετοχή Β ( $0,7 < 1,6$ ), ως επενδυτές που αποστρεφόμεστε τον κίνδυνο θα επιλέξουμε να αγοράσουμε τη μετοχή Α.

**Η μετοχή Β** χαρακτηρίζεται ως **επιθετικό χρεόγραφο** επειδή έχει συντελεστή βήτα μεγαλύτερο από αυτό της αγοράς ( $\beta = 1,2 > 1$ ), ενώ **η μετοχή Α** ως **αμυντικό χρεόγραφο**.

Θέλουμε να έχουμε όσο το δυνατόν μεγαλύτερη προσδοκώμενη απόδοση και μικρότερο κίνδυνο. Δηλαδή θέλουμε να έχουμε όσο το δυνατόν μικρότερο ανά μονάδα αναμενόμενης απόδοσης κίνδυνο. Βάσει αναμενόμενης απόδοσης επιλέγουμε τη μετοχή Β, ενώ βάσει κινδύνου επιλέγουμε τη μετοχή Α.

Επιλέγουμε τη μετοχή με το μικρότερο ανά μονάδα προσδοκώμενης απόδοσης κίνδυνο, δηλαδή με το μικρότερο συντελεστή μεταβλητότητας οπότε τη μετοχή Α.

(γ) Η απαιτούμενη απόδοση καθεμίας μετοχής είναι η προσδοκώμενη απόδοσή της αποτιμημένη σύμφωνα με το ΥΑΠΣ (CAPM) :

$$E(R_i) = R_f + \beta_i \cdot [E(R_m) - R_f]$$

$$E(R_A) = R_f + \beta_A \cdot [E(R_m) - R_f] = 0,03 + 0,7(0,07 - 0,03) = 0,058 \text{ ή } 5,8\%$$

$$E(R_B) = R_f + \beta_B \cdot [E(R_m) - R_f] = 0,03 + 1,6(0,07 - 0,03) = 0,094 \text{ ή } 9,4\%$$

Επειδή οι απαιτούμενες αποδόσεις των μετοχών Α και Β (20 και 30% αντίστοιχα) είναι μεγαλύτερες από τις εκτιμημένες βάσει του CAPM αναμενόμενες αποδόσεις τους, **οι επενδύσεις σε αυτές τις μετοχές πρέπει να γίνουν γιατί είναι υποτιμημένες.**

(δ) Γνωρίζοντας ότι  $E(R_A) = 0,058$ ,  $E(R_B) = 0,094$ ,  $E(R_m) = 0,07$ ,  $\beta_A = 0,7$  και  $\beta_B = 1,6$  απεικονίζουμε διαγραμματικά τη Γραμμή Αγοράς Αξιογράφων (SML):

