ΤΟΜΟΣ Δ ΔΙΑΧΕΙΡΙΣΗ ΧΑΡΤΟΦΥΛΑΚΙΟΥ

ΔΕΟ31

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 7ο

Θεωρία Κεφαλαιαγοράς

Θεωρία της Κεφαλαιαγοράς ή Αγοράς Κεφαλαίου (Capital Market Theory)

Η **θεωρία της κεφαλαιαγοράς ή αγοράς κεφαλαίου** (capital market theory) παρουσιάζει τον τρόπο με τον οποίο αποτιμώνται τα περιουσιακά στοιχεία στην αγορά από τους επενδυτές, χρησιμοποιώντας τη θεωρία χαρτοφυλακίου του Markowitz. Άρα, η θεωρία της κεφαλαιαγοράς βασίζεται στη θεωρία χαρτοφυλακίου του Markowitz.

Χαρτοφυλάκιο Ελάχιστης Διακύμανσης

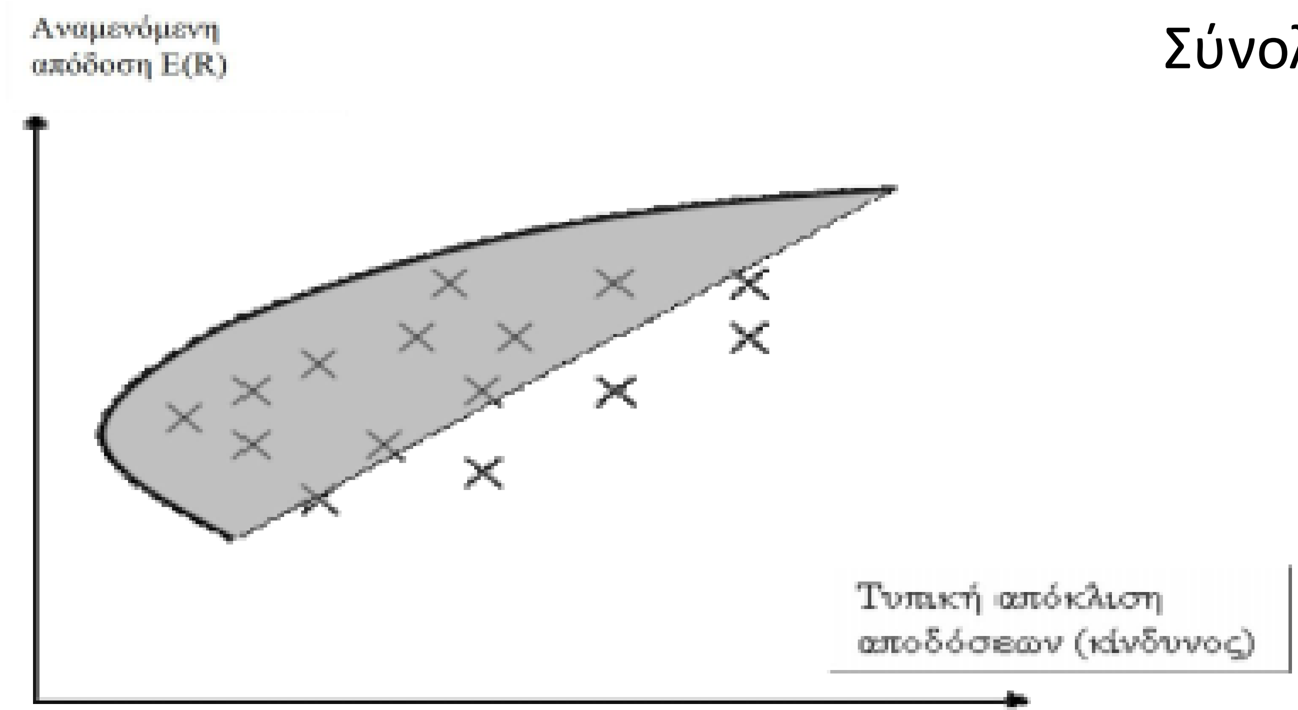
Χαρτοφυλάκιο ελάχιστης διακύμανσης (Minimum Variance Portfolio-MVP) είναι εκείνο το χαρτοφυλάκιο που με τέτοιο συνδυασμό ποσοστών συμμετοχής για καθένα από τα δύο χρεόγραφα που το αποτελούν, **ελαχιστοποιείται η τυπική απόκλισή του, ο κίνδυνός του δηλαδή.**

Εφικτό Σύνορο (Σύνολο)

Το **εφικτό σύνολο (attainable set)** είναι το σύνολο όλων των διαθέσιμων χαρτοφυλακίων **(δυνατοί συνδυασμοί αναμενόμενης απόδοσης και κινδύνου)**

Σύνολο Εφικτών Χαρτοφυλακίων

Σε ένα διάγραμμα, όπου στον οριζόντιο άξονα παριστάνεται η τυπική απόκλιση των αποδόσεων και στον κατακόρυφο η αναμενόμενη απόδοση όπως φαίνεται παρακάτω, με Χ συμβολίζονται όλες οι μεμονωμένες μετοχές (ή εν γένει όλα τα περιουσιακά στοιχεία σε μια οικονομία που εμπεριέχουν κίνδυνο).



Χαρτοφυλάκια **εκτός** της σκιασμένης περιοχής δεν είναι εφικτά (δηλαδή δεν υπάρχουν μετοχές των οποίων ο συνδυασμός να δίνει χαρτοφυλάκια με αναμενόμενη απόδοση για κάθε επίπεδο κινδύνου υψηλότερη από εκείνη που ορίζεται πάνω από την καμπύλη γραμμή του γραφήματος). Η καμπύλη είναι κυρτή στο κάτω μέρος της και κοίλη στο επάνω διότι οι αποδόσεις του συνόλου των αξιογράφων που μπορούν να σχηματίσουν χαρτοφυλάκια δεν είναι τέλεια συσχετισμένες.

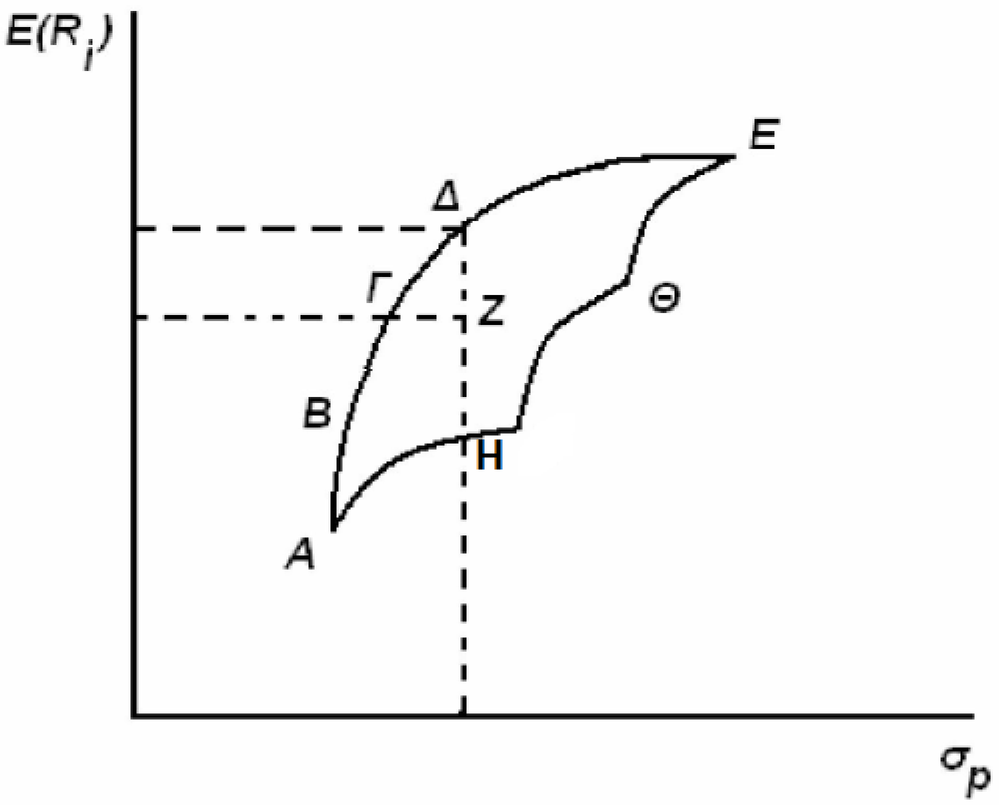
Αποτελεσματικό Χαρτοφυλάκιο

Αποτελεσματικό είναι ένα **χαρτοφυλάκιο** που :

- για δεδομένο επίπεδο κινδύνου έχει μεγαλύτερη απόδοση ή
- για δεδομένο επίπεδο απόδοσης έχει μικρότερο κίνδυνο (διακύμανση ή τυπική απόκλιση).

Ο επενδυτής θα προτιμήσει μεταξύ των χαρτοφυλακίων αυτά που είναι πιο αποδοτικά γι αυτόν, δηλαδή τα καλύτερα.

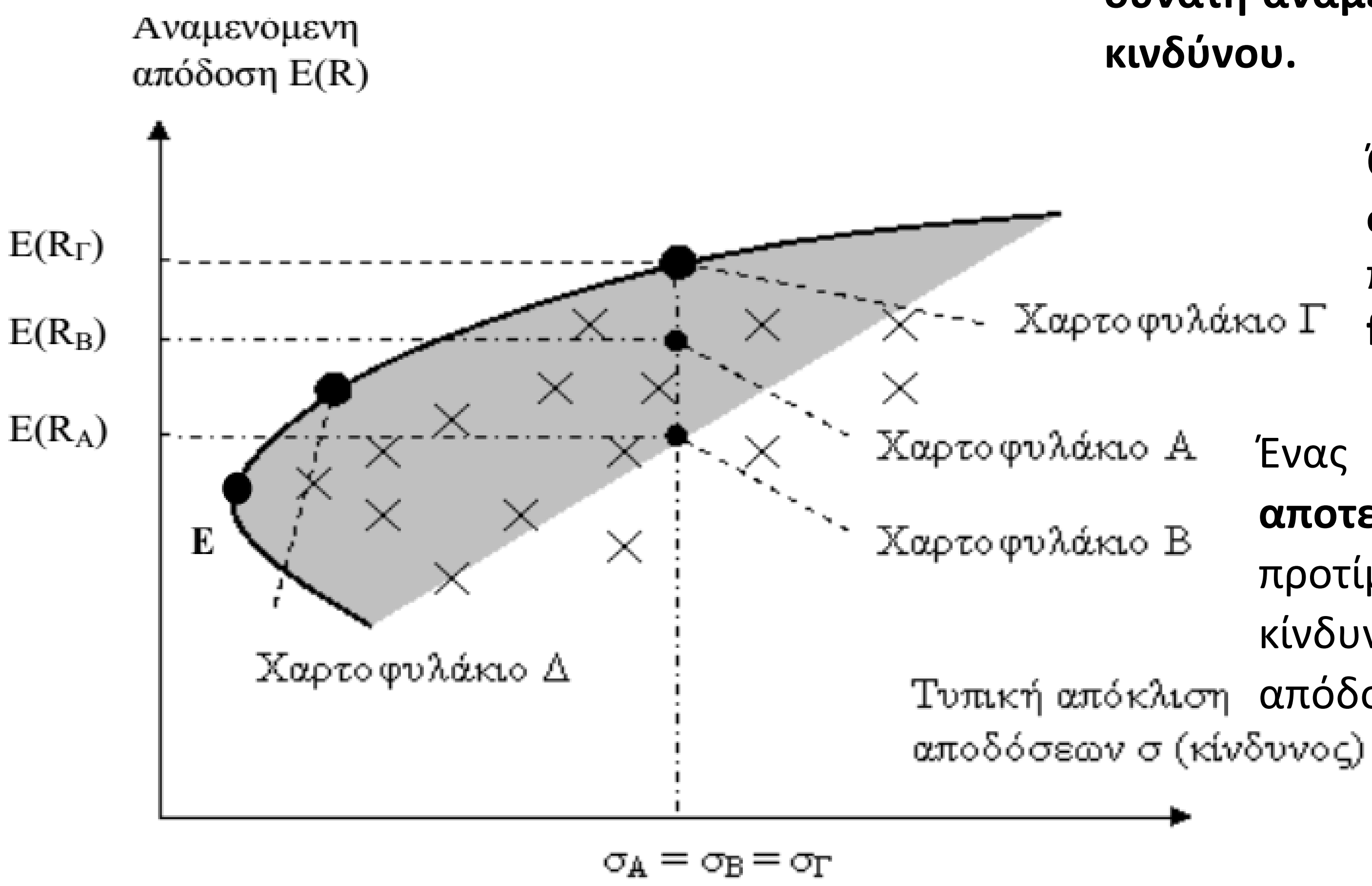
Σύνορα Αποτελεσματικών Συνδυασμών



Στο Διάγραμμα σχηματίζονται όλα τα δυνατά χαρτοφυλάκια όπως αυτά διαγράφονται βάση των σχέσεων αναμενόμενης απόδοσης και κινδύνου. Το σύνολο αυτών των εφικτών συνδυασμών έχει την μορφή ομπρελάς στους άξονες της αναμενόμενης απόδοσης (κάθετος άξονας) και του κινδύνου (οριζόντιος άξονας). Τα σημεία Α,Β,Γ,Δ,Ε,Ζ,Η,Θ δείχνουν μερικά από τα χαρτοφυλάκια. Από όλα τα χαρτοφυλάκια πιο αποδοτικά είναι εκείνα που βρίσκονται στο "βορειοδυτικότερο" μέρος της καμπύλης των αποτελεσματικών χαρτοφυλακίων μεταξύ Α και Ε. Όλα τα αλλά χαρτοφυλάκια είναι αναποτελεσματικά. Για παράδειγμα, το Γ χαρτοφυλάκιο υπερέχει του Ζ γιατί προσφέρει την ίδια απόδοση με μικρότερο κίνδυνο. Αντίστοιχα το Δ χαρτοφυλάκιο υπερέχει του Η γιατί προσφέρει μεγαλύτερη απόδοση στο ίδιο επίπεδο κινδύνου.

Αποτελεσματικό Χαρτοφυλάκιο – Γραφική Αναπαράσταση

Όπως φαίνεται στο σχήμα, το χαρτοφυλάκιο Γ έχει τον ίδιο κίνδυνο με τα Α και Β αλλά μεγαλύτερη απόδοση από αυτά και φυσικά είναι προτιμητέο. Λέμε ότι το χαρτοφυλάκιο Γ είναι **αποτελεσματικό (efficient) διότι επιτυγχάνει τη μεγαλύτερη δυνατή αναμενόμενη απόδοση για το συγκεκριμένο επίπεδο κινδύνου.**



Όλα **τα αποτελεσματικά χαρτοφυλάκια** βρίσκονται **πάνω στην καμπύλη γραμμή του σχήματος από το σημείο Ε** και πάνω που ονομάζεται **αποτελεσματικό σύνορο (efficient frontier)**

Ένας επενδυτής θα **επιλέξει ανάμεσα στα δύο αποτελεσματικά χαρτοφυλάκια Γ και Δ** ανάλογα με την προτίμησή κινδύνου του (risk aversion). Το Δ έχει μικρότερο κίνδυνο από το Γ και συνεπώς μικρότερη αναμενόμενη απόδοση.

Άριστο Χαρτοφυλάκιο - Markowitz

Το **«άριστο» χαρτοφυλάκιο** αποτελείται από μετοχές ή από άλλες επενδύσεις που εμπεριέχουν κίνδυνο, το οποίο **προσφέρει στον επενδυτή την καλύτερη δυνατή σχέση κινδύνου – απόδοσης**

Επιλογή Άριστου Χαρτοφυλακίου

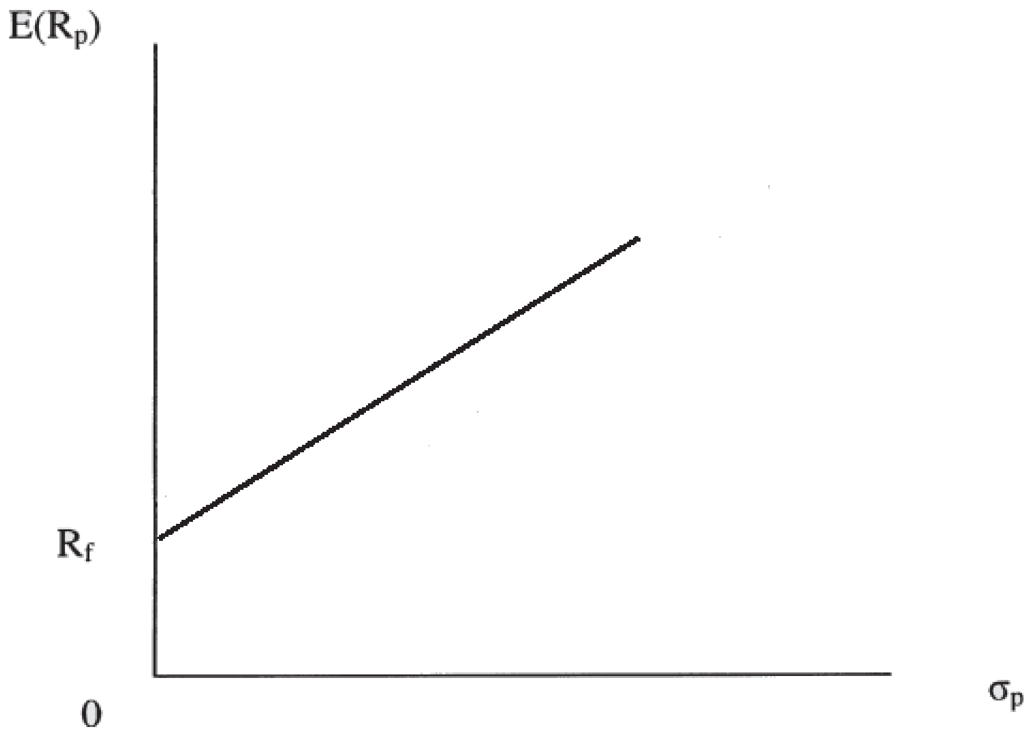
Το **καλύτερο χαρτοφυλάκιο από όλα τα αποτελεσματικά**, το οποίο θα πρέπει να διατηρεί ένας επενδυτής λέγεται **άριστο ή βέλτιστο χαρτοφυλάκιο (optimal portfolio)** και **εξαρτάται από τις προτιμήσεις** του συγκεκριμένου επενδυτή ως προς την ανταλλαγή **μεταξύ απόδοσης και κινδύνου.**

Άριστο Χαρτοφυλάκιο

Άριστο χαρτοφυλάκιο είναι ένα χαρτοφυλάκιο που έχει τη **μεγαλύτερη χρησιμότητα** για έναν ορθολογικό (rational) επενδυτή.

- Είναι το καλύτερο για τον επενδυτή ανάμεσα στα αποδοτικά χαρτοφυλάκια και μπορεί να είναι διαφορετικό για κάθε επενδυτή. Μεγιστοποιεί **την συνολική ωφέλειά του.**
- Καθορίζεται λοιπόν από το σημείο τομής της ***υψηλότερης δυνατής καμπύλης αδιαφορίας του ορθολογικού επενδυτή με το αποτελεσματικό σύνορο.***
- Εξαρτάται από τις προτιμήσεις του όσον αφορά τον **κίνδυνο και την αναμενόμενη απόδοση** (συντηρητικός ή επιθετικός επενδυτής). Από τις προτιμήσεις που έχει ένας επενδυτής ως προς την ανταλλαγή μεταξύ απόδοσης και κινδύνου (συνάρτηση χρησιμότητας – utility function). **Μπορεί να είναι διαφορετικό για κάθε διαφορετικό επενδυτή το άριστο χαρτοφυλάκιο ανάλογα με τη συμπεριφορά του έναντι του κινδύνου που θέλει να αναλάβει.**

Γραμμή Κεφαλαιαγοράς (Capital Market Line – CML)



Η **Γραμμή Κεφαλαιαγοράς (Capital Market Line – CML) δείχνει τους όρους ανταλλαγής** (trade off) **προσδοκώμενης απόδοσης** και **συνολικού κινδύνου σ** για αποτελεσματικά χαρτοφυλάκια, οι οποίοι προσφέρονται όταν η αγορά βρίσκεται σε κατάσταση ισορροπίας

Γραμμή Κεφαλαιαγοράς (Capital Market Line – CML)

Η γραμμή κεφαλαιαγοράς μπορεί να απεικονιστεί και αλγεβρικά με την εξής μορφή:

$$E(R_p) = R_f + \frac{[E(R_m) - R_f]}{\sigma_m} \sigma_p \qquad (7.1)$$

όπου $E(R_p)$ = η αναμενόμενη απόδοση ενός αποτελεσματικού χαρτοφυλακίου p, R_f = η απόδοση του στοιχείου χωρίς κίνδυνο, $E(R_m)$ = η αναμενόμενη απόδοση του χαρτοφυλακίου της αγοράς m, σ_m = η τυπική απόκλιση του χαρτοφυλακίου της αγοράς και σ_p = η τυπική απόκλιση του χαρτοφυλακίου p.

Κλίση Γραμμής Κεφαλαιαγοράς

Η κλίση της Γραμμής Κεφαλαιαγοράς (Capital Market Line – CML) δίνεται αλγεβρικά από τον τύπο :

$$\left[\frac{E(R_m)-R_f}{\sigma_m}\right]$$

- Η **Κλίση της Γραμμής Κεφαλαιαγοράς αναφέρεται** ως η **τιμή του κινδύνου στην αγορά** (market price of risk) των αποτελεσματικών χαρτοφυλακίων
- Ο **αριθμητής** είναι η **αναμενόμενη απόδοση του χαρτοφυλακίου της αγοράς πέραν της απόδοσης που έχει το στοιχείο χωρίς κίνδυνο**. Είναι μία **αποζημίωση** που παίρνει ο κάτοχος του χαρτοφυλακίου της αγοράς για την ανάληψη κινδύνου και λέγεται **ανταμοιβή του κινδύνου του χαρτοφυλακίου της αγοράς (market risk premium)**

Κλίση Γραμμής Κεφαλαιαγοράς

Η κλίση της Γραμμής Κεφαλαιαγοράς (Capital Market Line – CML) δίνεται αλγεβρικά από τον τύπο :

$$\left[\frac{E(R_m) - R_f}{\sigma_m}\right]$$

- Ο παρονομαστής είναι ο κίνδυνος του χαρτοφυλακίου της αγοράς
- Άρα, Η **Κλίση** της Γραμμής Κεφαλαιαγοράς **μετρά** την **ανταμοιβή ανά μονάδα κινδύνου του χαρτοφυλακίου της αγοράς**

Άσκηση

- **Άσκηση**: **B.** Ας θεωρήσουμε ότι το χαρτοφυλάκιο της ‘αγοράς’ αποτελείται από τα αξιόγραφα Α και Β.
- Η προσδοκώμενη απόδοση του Α είναι 10% και του Β 15%.
- Η τυπική απόκλιση του Α είναι 20% και του Β 28%.
- Το ποσοστό συμμετοχής του Α και του Β στο χαρτοφυλάκιο της αγοράς είναι 40% και 60%, αντίστοιχα.
- Εάν ο συντελεστής συσχέτισης είναι 30% ανάμεσα στις αποδόσεις των δύο αυτών χρεογράφων και το επιτόκιο μηδενικού κινδύνου είναι 5%, προσδιορίστε την εξίσωση της γραμμής κεφαλαιαγοράς (CML).

Άσκηση

Λύση:

- Ο τύπος (7.1) του βιβλίου σελίδα 147 μας δίνει την εξίσωση της γραμμής κεφαλαιαγοράς, CML:
- $E(Rp) = Rf + \{[E(Rm) – Rf] / \sigma m\}\ \sigma p$
- Η προσδοκώμενη απόδοση του χαρτοφυλακίου, ισούται με:
- $E(Rm) = 0{,}4\ (0{,}10) + 0{,}6\ (0{,}15) =$ **13%**
- Η διακύμανση ισούται με:
- $\sigma\ m^2 = 0{,}4^2\ (0{,}20)^2 + 0{,}6^2\ (0{,}28)^2 + 2\ (0{,}4)\ (0{,}6)\ (0{,}3)\ (0{,}20)\ (0{,}28) \Rightarrow \sigma m^2 = 0{,}042849 \Rightarrow \sigma m = 0{,}207 =$ **20,7%**
- Άρα:
- CML : $E(Rp) = 0{,}05 + [(0{,}13\text{-}0{,}05) / 0{,}207]\ \sigma p \Rightarrow$
- $E(Rp) = 0{,}05 + 0{,}39\ \sigma p$

Άσκηση

Εάν η προσδοκώμενη απόδοση ενός χαρτοφυλακίου είναι 14% που έχει τυπική απόκλιση ίση με 0,08:

(α) Είναι υπερτιμημένο ή υποτιμημένο δεδομένου ότι το χρεόγραφο χωρίς κίνδυνο έχει απόδοση 3%, ο κίνδυνος του χαρτοφυλακίου της αγοράς είναι 0,10 και η αναμενόμενη απόδοσή του 18%;

(β) Βρείτε το συστηματικό κίνδυνο του χαρτοφυλακίου.

(γ) Ποια είναι η κλίση της Γραμμής Κεφαλαιαγοράς και τι δείχνει; Να σχεδιαστεί.

(δ) Ποιό είναι το πριμ κινδύνου;

Άσκηση

(α) $E(R_p) = R_f + \sigma_p \cdot \left[\frac{E(R_m) - R_f}{\sigma_m}\right] = 0,03 + 0,08 \cdot \left[\frac{0,18 - 0,03}{0,10}\right] = 0,03 + 0,12 \Rightarrow E(R_p) = 0,15$

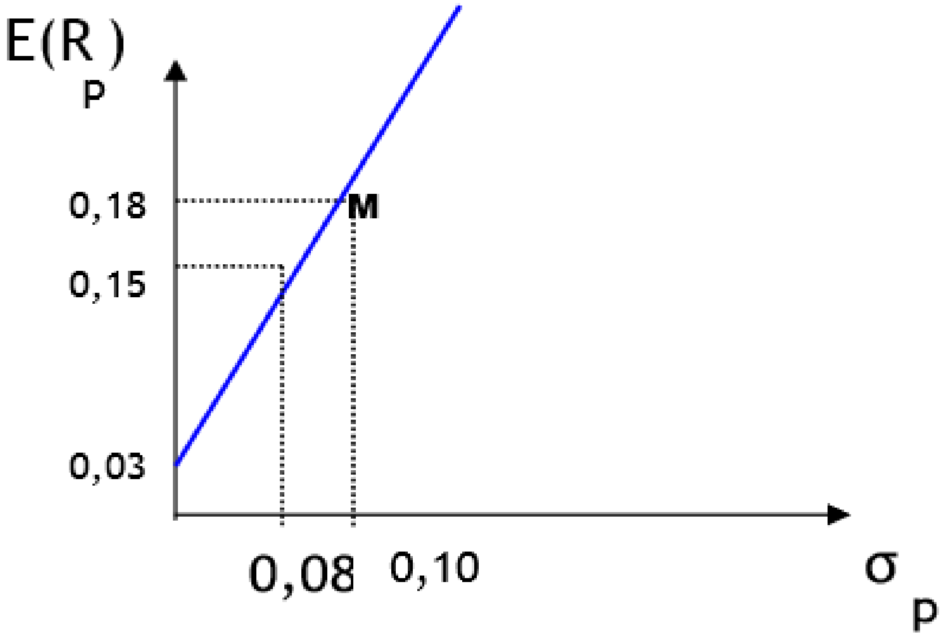
Άρα το χαρτοφυλάκιο είναι υπερτιμημένο.

(β) $B_p = \frac{\sigma_p}{\sigma_m} = \frac{0,08}{0,10} = 0,8$

(γ) $\left[\frac{E(R_m) - R_f}{\sigma_m}\right] = \frac{0,18 - 0,03}{0,10} = 1,5$

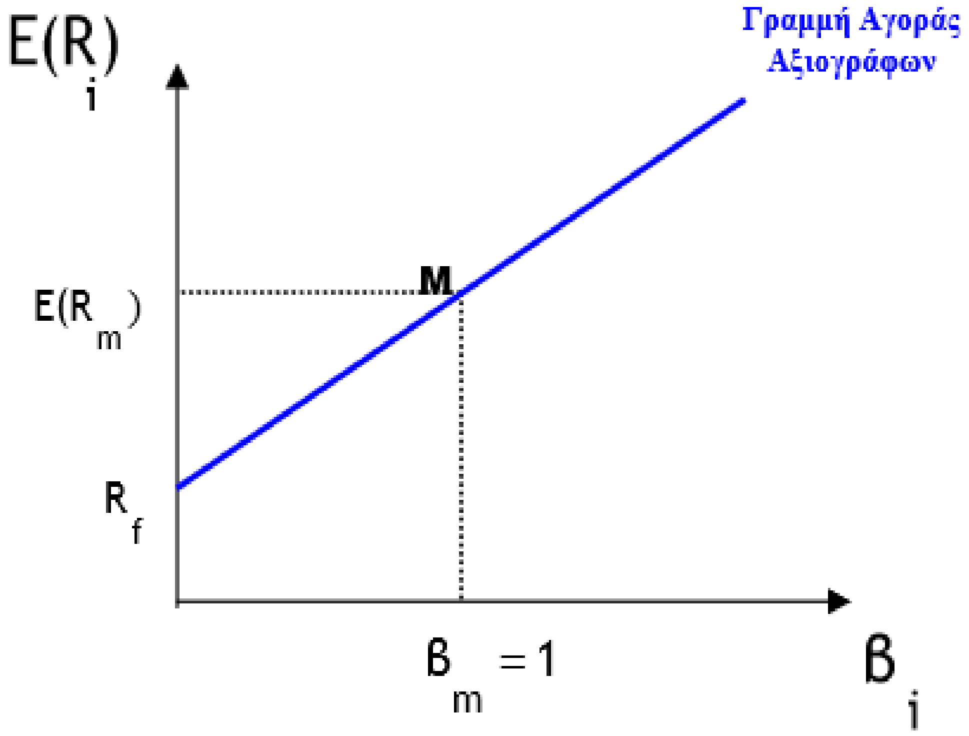
Δείχνει ότι για μια μονάδα κινδύνου που αναλαμβάνει ο επενδυτής θα ανταμειφθεί με 1,5 μονάδα απόδοσης.

Άσκηση



(δ) Το πριμ κινδύνου δίνεται από τον τύπο : $\left[E(R_m) - R_f\right] = 0,18 - 0,03 = 0,15$

Γραμμή Αγοράς Αξιογράφων (Security Market Line – SML)



- Δείχνει τους **συνδυασμούς** ανταλλαγής **προσδοκώμενης απόδοσης** και **κινδύνου** του κάθε αξιόγραφου χρησιμοποιώντας το συντελεστή βήτα.

- Δηλαδή καθορίζει τη γραμμική **συνάρτηση** μεταξύ **απαιτούμενης απόδοσης και συστηματικού κινδύνου** για κάθε αξιόγραφο.

- Είναι η ευθεία επί της οποίας βρίσκονται όλα τα περιουσιακά στοιχεία οι τιμές των οποίων είναι σε ισορροπία.

Γραμμή Αγοράς Αξιογράφων (Security Market Line – SML)

Κι επειδή **η αναμενόμενη απόδοση ενός αξιόγραφου είναι θετική συνάρτηση του κινδύνου** από ότι βλέπουμε και διαγραμματικά, **όσο μικρότερος ο κίνδυνος τόσο μικρότερη και η αναμενόμενη (ή προσδοκώμενη) απόδοση** και αντίστροφα.

Όλη η αγορά κινείται προς κάποια κατεύθυνση και σχεδόν όλα τα αξιόγραφα αντιδρούν με κάποιο τρόπο. Άρα οι αποδόσεις των αξιόγραφων μπορούν να κινούνται προς την ίδια κατεύθυνση όχι λόγω της συνδιακύμανσης αλλά λόγω της αντίδρασής τους ως προς έναν κοινό παράγοντα που είναι το χαρτοφυλάκιο της αγοράς.

Υπόδειγμα Αποτίμησης Περιουσιακών Στοιχείων (Capital Asset Pricing Model – CAPM) – Αλγεβρική απεικόνιση της SML

Η γραμμή αγοράς αξιογράφου, όμως, μπορεί να απεικονιστεί και αλγεβρικά με την εξής μορφή:

$$E(R_i) = R_f + [E(R_m) - R_f]\beta_i \tag{7.2}$$

Mossin[5]. Γενικά, το υπόδειγμα αποτίμησης περιουσιακών στοιχείων αναφέρει ότι ένας επενδυτής απαιτεί η αναμενόμενη απόδοση ενός περιουσιακού στοιχείου με κίνδυνο να είναι ίση με την απόδοση ενός στοιχείου χωρίς κίνδυνο πλέον μιας ανταμοιβής για τον συστηματικό κίνδυνο που αναλαμβάνει με την αγορά του συγκεκριμένου περιουσιακού στοιχείου. Η ανταμοιβή αυτή είναι μεγαλύτερη, όσο μεγαλύτερος είναι ο συστηματικός κίνδυνος που ενέχει το περιουσιακό στοιχείο.

Υπόδειγμα Αποτίμησης Περιουσιακών Στοιχείων (Capital Asset Pricing Model – CAPM) – Αλγεβρική απεικόνιση της SML

Με άλλα λόγια, η προσδοκώμενη απόδοση ενός χρεογράφου (**πχ μετοχής αλλά και ολόκληρου χαρτοφυλακίου**) με κίνδυνο ισούται με το επιτόκιο μηδενικού κινδύνου R_f + ένα ασφάλιστρο κινδύνου:

Ασφάλιστρο κινδύνου= $(E_{(r_m)} - R_f) * \beta_i$

Το Ασφάλιστρο κινδύνου καθορίζεται από τον **συστηματικό κίνδυνο β του χρεογράφου i** και από **το ασφάλιστρο κινδύνου της αγοράς** $E_{(r_m)} - R_f$

$$E(R_i) = R_f + [E(R_m) - R_f]\beta_i$$

το CAPM ουσιαστικά είναι το κόστος κεφαλαίου ή η απαιτούμενη απόδοση των μετόχων: το γνωστό μας K_μ

Υπόδειγμα Αποτίμησης Περιουσιακών Στοιχείων (Capital Asset Pricing Model – CAPM) – συντελεστής β

$$\beta_i = \frac{COV(r_i, r_m)}{\sigma_m^2}$$

$COV(r_i, r_m)$: συνδιακύμανση αποδόσεων του χρεογράφου i με τις αποδόσεις του χαρτοφυλακίου της αγοράς m

Όμως:

$$COV(r_i, r_m) = \rho_{i,m} * \sigma_i * \sigma_m$$

Άρα:

$$\beta_i = \frac{COV(r_i, r_m)}{\sigma_m^2} = \frac{\rho_{i,m} * \sigma_i * \sigma_m}{\sigma_m^2}$$

$$\beta_i = \frac{\sigma_i}{\sigma_m} * \rho_{i,m}$$

Υπόδειγμα Αποτίμησης Περιουσιακών Στοιχείων (Capital Asset Pricing Model – CAPM) - Παρατηρήσεις

Πως η αγορά – επενδυτές αποτιμούν το χαρτοφυλάκιό μας ή τη μετοχή μας.

Εδώ ουσιαστικά συγκρίνω την απόδοση που αναμένει η αγορά δηλαδή οι λοιποί επενδυτές από το χαρτοφυλάκιό μας μέσω του CAPM με τη δική μου αναμενόμενη απόδοση $E(r_p)$ με δεδομένο επίπεδο συστηματικού κινδύνου β.

Δηλαδή συγκρίνω:

CAPM (αναμενόμενη απόδοση του χαρτοφυλακίου μου από αγορά):

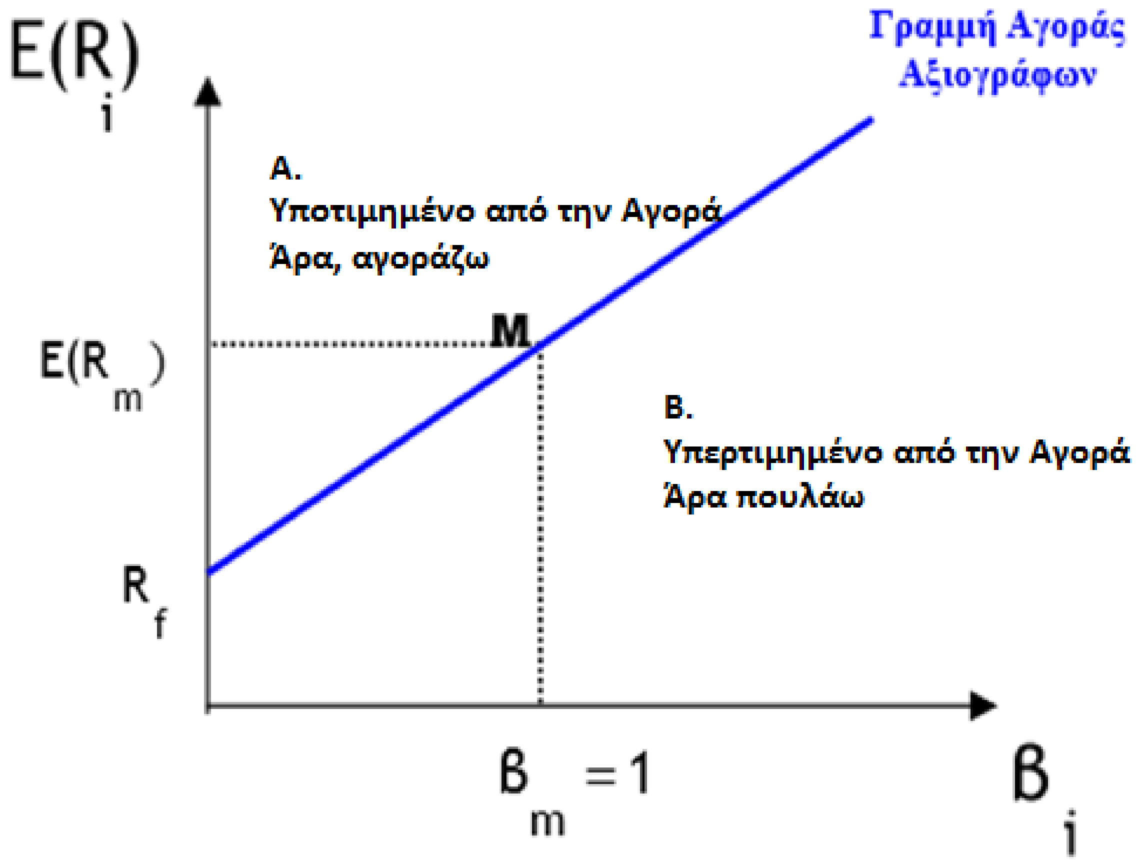
$$E(R_p) = R_f + (E(R_m) - R_f)\beta_P$$

Με

Αναμενόμενη απόδοση του χαρτοφυλακίου από εμένα:

$$E(r_p) = w_x * E_{(r_x)} + w_y * E_{(r_y)}$$

Υπόδειγμα Αποτίμησης Περιουσιακών Στοιχείων (Capital Asset Pricing Model – CAPM) - Παρατηρήσεις



Αν CAPM > δική μου εκτίμηση για την αναμενόμενη απόδοση, τότε υπερτιμημένο το χαρτοφυλάκιό μου από αγορά και πουλάω

Αν CAPM < δική μου εκτίμηση για την αναμενόμενη απόδοση, τότε υποτιμημένο το χαρτοφυλάκιό μου από αγορά και αγοράζω

Άσκηση

Έστω ότι έχουμε τις παρακάτω μετοχές :

	Αναμενόμενη Απόδοση	Διακύμανση
A	20	225
B	30	1156

Από ιστορικά δεδομένα, το επιτόκιο μηδενικού κινδύνου είναι 3% και η μέση απόδοση της αγοράς υπολογίζεται σε 7%, η διακύμανση των αποδόσεων του χαρτοφυλακίου της αγοράς είναι 289. Ο συντελεστής συσχέτισης των δύο μετοχών με την αγορά είναι 0,8.

(α) Ποιο είναι το πριμ (ή ασφάλιστρο) κινδύνου της αγοράς ;

(β) Να βρεθεί ο συντελεστής κινδύνου (βήτα) των μετοχών. Ποια από τις δύο είναι προτιμότερη;

(γ) Ποια είναι η απαιτούμενη απόδοση καθεμίας από τις παραπάνω μετοχές; Θα επιλέγαμε κάποια για επένδυση βάσει αυτού του κριτηρίου;

(δ) Να σχεδιαστεί διαγραμματικά η Γραμμή Αγοράς Αξιόγραφων (SML).

Άσκηση

(α) Ποιο είναι το πριμ (ή ασφάλιστρο) κινδύνου της αγοράς ;

Λύση:

(α) Πριμ κινδύνου = $\left[E(R_m) - R_f\right] = 0{,}07 - 0{,}03 = 0{,}04$

Άσκηση

(β) Να βρεθεί ο συντελεστής κινδύνου (βήτα) των μετοχών. Ποια από τις δύο είναι προτιμότερη;

Λύση:

Ο συντελεστής β είναι:

$$\beta_i = \frac{\sigma_i}{\sigma_m} * \rho_{i,m}$$

Θα χρειαστεί πρώτα να βρω την τυπική απόκλιση των επενδύσεων Α και Β:

$$\sigma = \sqrt{\sigma^2}$$

Οπότε: $\sigma_A = \sqrt{\sigma_A^2} = \sqrt{225} = 15$, $\sigma_B = \sqrt{\sigma_B^2} = \sqrt{1156} = 34$ και $\sigma_m = \sqrt{\sigma_m^2} = \sqrt{289} = 17$

Άσκηση

Άρα:

$$\beta_A = \frac{\sigma_A}{\sigma_m} \cdot \rho_{A,m} = \frac{15}{17} \cdot 0{,}8 \Rightarrow \beta_A = 0{,}7$$

$$\beta_B = \frac{\sigma_B}{\sigma_m} \cdot \rho_{B,m} = \frac{34}{17} \cdot 0{,}8 \Rightarrow \beta_A = 1{,}6$$

Προτιμότερη είναι η μετοχή με το μικρότερο κίνδυνο, άρα με το μικρότερο συστηματικό κίνδυνο. Επειδή η μετοχή Α έχει μικρότερο συντελεστή κινδύνου (βήτα) από τη μετοχή Β (0,7 < 1,6), ως επενδυτές που αποστρεφόμαστε τον κίνδυνο θα επιλέξουμε να αγοράσουμε τη μετοχή Α.

Η μετοχή Β χαρακτηρίζεται ως **επιθετικό χρεόγραφο** επειδή έχει συντελεστή βήτα μεγαλύτερο από αυτό της αγοράς (β = 1,2 > 1), ενώ **η μετοχή Α** ως **αμυντικό χρεόγραφο**.

Θέλουμε να έχουμε όσο το δυνατόν μεγαλύτερη προσδοκώμενη απόδοση και μικρότερο κίνδυνο. Δηλαδή θέλουμε να έχουμε όσο το δυνατόν μικρότερο ανά μονάδα αναμενόμενης απόδοσης κίνδυνο. Βάσει αναμενόμενης απόδοσης επιλέγουμε τη μετοχή Β, ενώ βάσει κινδύνου επιλέγουμε τη μετοχή Α.

Επιλέγουμε τη μετοχή με το μικρότερο ανά μονάδα προσδοκώμενης απόδοσης κίνδυνο, δηλαδή **με το μικρότερο συντελεστή μεταβλητότητας** οπότε **τη μετοχή Α.**

Άσκηση

(γ) Ποια είναι η απαιτούμενη απόδοση καθεμίας από τις παραπάνω μετοχές; Θα επιλέγαμε κάποια για επένδυση βάσει αυτού του κριτηρίου;

Λύση:

(γ) Η απαιτούμενη απόδοση καθεμίας μετοχής είναι η προσδοκώμενη απόδοσή της αποτιμημένη σύμφωνα με το ΥΑΠΣ (CAPM) :

$$E(R_i) = R_f + B_i \cdot \left[E(R_m) - R_f\right]$$

$$E(R_A) = R_f + B_A \cdot \left[E(R_m) - R_f\right] = 0{,}03 + 0{,}7(0{,}07 - 0{,}03) = 0{,}058 \text{ ή } 5{,}8\%$$

$$E(R_B) = R_f + B_B \cdot \left[E(R_m) - R_f\right] = 0{,}03 + 1{,}6(0{,}07 - 0{,}03) = 0{,}094 \text{ ή } 9{,}4\%$$

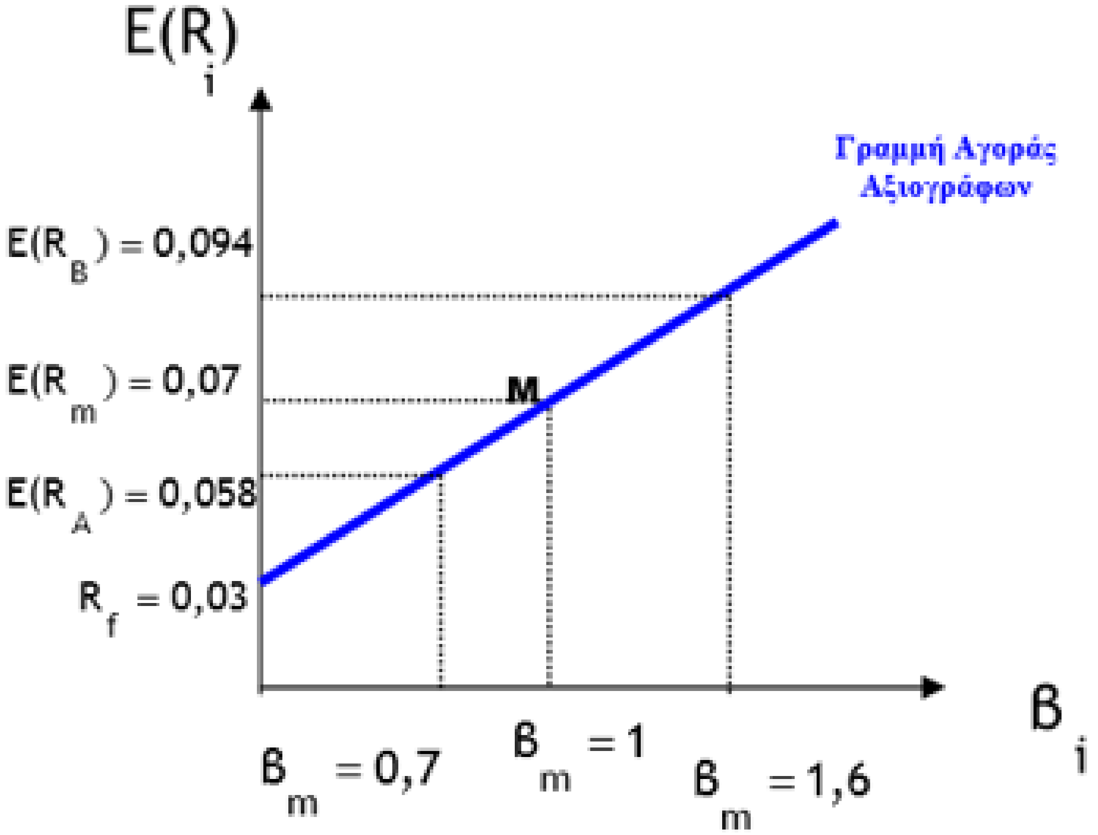
Επειδή οι απαιτούμενες αποδόσεις των μετοχών Α και Β (20 και 30% αντίστοιχα) είναι μεγαλύτερες από τις εκτιμημένες βάσει του CAPM αναμενόμενες αποδόσεις τους, **οι επενδύσεις σε αυτές τις μετοχές πρέπει να γίνουν γιατί είναι υποτιμημένες.**

Άσκηση

(δ) Να σχεδιαστεί διαγραμματικά η Γραμμή Αγοράς Αξιόγραφων (SML).

(δ)Γνωρίζοντας ότι $E(R_A) = 0{,}058$, $E(R_B) = 0{,}094$, $E(R_m) = 0{,}07$, $β_A = 0{,}7$ και $β_B = 1{,}6$

απεικονίζουμε διαγραμματικά τη Γραμμή Αγοράς Αξιόγραφων (SML):



Μέτρα αξιολόγησης χαρτοφυλακίου - **Μέτρο Treynor**

α) Το μέτρο του Treynor. Ο Treynor (1965) πρότεινε ως σύνθετο μέτρο της απόδοσης ενός χαρτοφυλακίου τη χρησιμοποίηση της πρόσθετης απόδοσης του εξεταζόμενου χαρτοφυλακίου (δηλαδή την πρόσθετη απόδοση που έχει το χαρτοφυλάκιο αυτό από την απόδοση ενός περιουσιακού στοιχείου χωρίς κίνδυνο) διά τον συντελεστή βήτα του χαρτοφυλακίου. Με άλλα λόγια, το μέτρο αυτό υπολογίζει την ανταμοιβή του κινδύνου του εξεταζόμενου χαρτοφυλακίου (risk premium) ανά μονάδα συστηματικού του κινδύνου. Το μέτρο του Treynor είναι ίσο με:

$$T_p = \frac{\overline{R_p} - \overline{R_f}}{\beta_p} \qquad (7.4)$$

όπου $\overline{R}_p$ = η μέση απόδοση του p χαρτοφυλακίου κατά τη διάρκεια της εξεταζόμενης περιόδου, $\overline{R}_f$ = η μέση απόδοση του περιουσιακού στοιχείου χωρίς κίνδυνο κατά τη διάρκεια της εξεταζόμενης περιόδου, β_p = ο συντελεστής βήτα του χαρτοφυλακίου και $[\overline{R}_p - \overline{R}_f]$ = η ανταμοιβή του κινδύνου του p χαρτοφυλακίου. Όσο μεγαλύτερη τιμή έχει ο δείκτης Treynor ενός χαρτοφυλακίου, τόσο καλύτερη απόδοση είχε το χαρτοφυλάκιο κατά την εξεταζόμενη περίοδο.

Μέτρα αξιολόγησης χαρτοφυλακίου - **Μέτρο** Sharpe

β) Το μέτρο του Sharpe. Ο Sharpe (1966) πρότεινε ως σύνθετο μέτρο της απόδοσης ενός χαρτοφυλακίου τη χρησιμοποίηση της πρόσθετης απόδοσης του εξεταζόμενου χαρτοφυλακίου (δηλαδή την πρόσθετη απόδοση που έχει το χαρτοφυλάκιο αυτό από την απόδοση ενός περιουσιακού στοιχείου χωρίς κίνδυνο) διά την τυπική απόκλιση των αποδόσεων του χαρτοφυλακίου. Με άλλα λόγια, το μέτρο αυτό υπολογίζει την ανταμοιβή του κινδύνου του εξεταζόμενου χαρτοφυλακίου (risk premium) ανά μονάδα συνολικού του κινδύνου. Το μέτρο του Sharpe είναι ίσο με:

$$S_p = \frac{\overline{R}_p - \overline{R}_f}{\sigma_p} \qquad (7.5)$$

όπου $\overline{R}_p$ = η μέση απόδοση του p χαρτοφυλακίου κατά τη διάρκεια της εξεταζόμενης περιόδου, $\overline{R}_f$ = η μέση απόδοση του περιουσιακού στοιχείου χωρίς κίνδυνο κατά τη διάρκεια της εξεταζόμενης περιόδου, σ_p = η τυπική απόκλιση των αποδόσεων του χαρτοφυλακίου κατά την εξεταζόμενη περίοδο και $[\overline{R}_p - \overline{R}_f]$ = η ανταμοιβή του κινδύνου του p χαρτοφυλακίου. Όσο μεγαλύτερη τιμή έχει ο δείκτης Sharpe ενός χαρτοφυλακίου, τόσο καλύτερη απόδοση είχε το χαρτοφυλάκιο κατά την εξεταζόμενη περίοδο.

Treynor Vs Sharpe

- Ο δείκτης **Sharpe** χρησιμοποιεί την **τυπική απόκλιση** των αποδόσεων, ενώ ο **δείκτης Treynor τον συντελεστή βήτα**, άρα ο δείκτης Sharpe αξιολογεί ένα χαρτοφυλάκιο και για την απόδοση και για την διαφοροποίησή του, ενώ ο δείκτης **Treynor δεν λαμβάνει υπ' όψη του την διαφοροποίησή του.**

- Για ένα **τελείως διαφοροποιημένο χαρτοφυλάκιο** οι **δύο δείκτες είναι ίσοι καθώς** η **συνολική διακύμανση** ενός τέτοιου χαρτοφυλακίου είναι **η συστηματική** του διακύμανση.

- Ένα **μη - καλά διαφοροποιημένο χαρτοφυλάκιο** θα έχει **πολύ καλό δείκτη Treynor** και **χαμηλό δείκτη Sharpe**. Έτσι οι δύο δείκτες αλληλοσυμπληρώνονται.

$$T_A = \frac{\bar{R}_A - \bar{R}_F}{\beta_A}$$

$$S_B = \frac{\bar{R}_B - \bar{R}_F}{\sigma_B}$$

Συνολικός Κίνδυνος= Συστηματικός Κίνδυνος + Μη Συστηματικό Κίνδυνο

Treynor Vs Sharpe

Από την παραπάνω ανάλυση γίνεται φανερό ότι η επιλογή του μέτρου αξιολόγησης εξαρτάται από το χαρτοφυλάκιο που αξιολογούμε. Εάν το αξιολογούμενο χαρτοφυλάκιο αντιπροσωπεύει τη συνολική επένδυση του επενδυτή, τότε το κατάλληλο μέτρο είναι ο δείκτης του Sharpe. Εάν το αξιολογούμενο χαρτοφυλάκιο αντιπροσωπεύει ένα υποσύνολο ενός μεγάλου χαρτοφυλακίου που διαθέτει ο επενδυτής (εάν, δηλαδή, ο επενδυτής διαθέτει και άλλα χαρτοφυλάκια), τότε το κατάλληλο μέτρο είναι ο δείκτης του Treynor, διότι ο μη συστηματικός κίνδυνος του χαρτοφυλακίου θα έχει εξαλειφθεί.

Υπόδειγμα του ενός δείκτη (Single Index Model) ή Μονοπαραγοντικό Υπόδειγμα – Sharpe (1963, 1964)

οποίες χρειάζονται για τον υπολογισμό του αποτελεσματικού συνόρου. Το υπόδειγμα αυτό υποθέτει ότι όλες οι μετοχές (και γενικά τα αξιόγραφα) σχετίζονται μεταξύ τους λόγω του ότι επηρεάζονται από τις γενικές οικονομικές συνθήκες και όχι λόγω των ιδιαίτερων χαρακτηριστικών τους. Επομένως, το υπόδειγμα υποθέτει ότι όλες οι μετοχές (και γενικά τα αξιόγραφα) έχουν μία κοινή αντίδραση στις μεταβολές της συνολικής αγοράς. Κατά συνέπεια, η απόδοση κάθε αξιογράφου μπορεί να παρουσιαστεί ως μία γραμμική συνάρτηση της απόδοσης ενός κοινού δείκτη, ο οποίος αντικατοπτρίζει τις μεταβολές της συνολικής αγοράς. Ο δείκτης αυτός μπορεί να είναι οποιαδήποτε μεταβλητή, αλλά στο υπόδειγμα συνήθως χρησιμοποιείται ένας χρηματιστηριακός δείκτης (όπως είναι, π.χ., ο γενικός δείκτης τιμών μετοχών του ΧΑΑ). Το υπόδειγμα του ενός δείκτη έχει την εξής μορφή:

Υπόδειγμα του ενός δείκτη (Single Index Model) ή Μονοπαραγοντικό Υπόδειγμα – Sharpe (1963, 1964)

Η αναμενόμενη απόδοση ενός αξιογράφου μπορεί να οριστεί σύμφωνα με το μοντέλο του απλού δείκτη ως (τύπος 6.14 του τόμου Δ):

$$E(R_i) = \alpha_i + \beta_i \, E(R_m)$$

όπου:

- R_i είναι το ποσοστό απόδοσης του αξιογράφου i για μια συγκεκριμένη χρονική περίοδο.
- α_i είναι το ποσοστό απόδοσης το οποίο είναι ανεξάρτητο από την κίνηση της κεφαλαιαγοράς, δεν επηρεάζεται δηλαδή από τις κινήσεις της κεφαλαιαγοράς.
- β_i είναι ο συντελεστής που μετρά την ευαισθησία των αποδόσεων του αξιογράφου i σε σχέση με την απόδοση της αγοράς R_m.
- R_m είναι το ποσοστό απόδοσης του δείκτη κεφαλαιαγοράς και κατ’ επέκταση κι ολόκληρης της κεφαλαιαγοράς

Υπόδειγμα του ενός δείκτη (Single Index Model) ή Μονοπαραγοντικό Υπόδειγμα – Sharpe (1963, 1964) – Συντελεστής β

Η αγορά έχει συντελεστή βήτα ίσο με τη μονάδα: **(βm=1)**, που σημαίνει ότι όποιο αξιόγραφο έχει συντελεστή βήτα ίσο με 1, η τιμή του τείνει να κινείται όμοια με την κίνηση του δείκτη της κεφαλαιαγοράς.

Όταν ο **συντελεστής βήτα ενός αξιογράφου είναι** μεγαλύτερος από τη μονάδα **(βi>1**) τότε συνεπάγεται ότι η τιμή αυτού του αξιογράφου έχει περισσότερες διακυμάνσεις από ότι ο δείκτης κεφαλαιαγοράς. Τότε **το αξιόγραφο αυτό θεωρούμε ότι έχει μεγαλύτερο κίνδυνο από την αγορά** και το ονομάζουμε **επιθετικό αξιόγραφο**.

Όταν ο **συντελεστής ενός αξιογράφου είναι** μικρότερος από τη μονάδα: **(βi<1)** τότε συνεπάγεται ότι η τιμή αυτού του αξιογράφου έχει λιγότερες διακυμάνσεις από ότι η αγορά. Τότε το **αξιόγραφο** αυτό θεωρούμε ότι **έχει μικρότερο κίνδυνο από ότι η αγορά** και το ονομάζουμε **αμυντικό** αξιόγραφο.

Υπόδειγμα του ενός δείκτη (Single Index Model) ή Μονοπαραγοντικό Υπόδειγμα – Sharpe (1963, 1964)

Το Υπόδειγμα (Μοντέλο) του Ενός Δείκτη έχει σαν **βασική υπόθεση**, ότι η **κύρια αιτία για τις κινήσεις (μεταβολές) των τιμών των αξιογράφων** είναι η **κίνηση των τιμών ολόκληρης της αγοράς.**

Υπόδειγμα του ενός δείκτη (Single Index Model) ή Μοναπαραγοντικό Υπόδειγμα: Αναμενόμενη Απόδοση & Συντελεστής β

Αναμενόμενη Απόδοση Αξιογράφου

$E(R_i) = \alpha_i + \beta_i E(R_m)$

Αναμενόμενη Απόδοση Χαρτοφυλακίου (έστω ότι έχω δυο αξιόγραφα στο χαρτοφυλάκιο)

$E(R_p) = \alpha_p + \beta_p E(R_m)$

Όπου:

β_p = ο συντελεστής βήτα του χαρτοφυλακίου,

$\beta_p = w_1\beta_1 + w_2\beta_2$

$\alpha_p = w_1\alpha_1 + w_2\alpha_2$

Υπόδειγμα του ενός δείκτη (Single Index Model) ή Μονοπαραγοντικό Υπόδειγμα: Συνολικός Κίνδυνος σ

Συνολικός Κίνδυνος ενός Αξιογράφου i σ_i

Συνολικός Κίνδυνος= Συστηματικός Κίνδυνος + **ΜΗ** Συστηματικό Κίνδυνο⇔

$\Leftrightarrow \sigma_i^2 = \beta_i^2 \sigma_m^2 + \sigma_{\varepsilon i}^2$

όπου σ_m^2 = Διακύμανση της απόδοσης του δείκτη της αγοράς,

$\sigma_{\varepsilon i}^2$ = Διακύμανση του σφάλματος

ε: τυχαίο σφάλμα, δηλαδή η διαφορά της πραγματικής απόδοσης από την αναμενόμενη απόδοση

Υπόδειγμα του ενός δείκτη (Single Index Model) ή Μονοπαραγοντικό Υπόδειγμα: Συνολικός Κίνδυνος σ

Συνολικός Κίνδυνος ενός Χαρτοφυλακίου p σ_p (έστω ότι έχω δυο αξιόγραφα στο χαρτοφυλάκιο)

Συνολικός Κίνδυνος= Συστηματικός Κίνδυνος + **ΜΗ** Συστηματικό Κίνδυνο⇔

⇔ $\sigma_p^2 = \beta_p^2 \sigma_m^2 + \sigma_{\varepsilon p}^2$

Όπου:

β_p = ο συντελεστής βήτα του χαρτοφυλακίου,

$\beta_p = w_1\beta_1 + w_2\beta_2$

$$\sigma_{\varepsilon p}^2 = w_1^2 * \sigma_{\varepsilon 1}^2 + w_2^2 * \sigma_{\varepsilon 2}^2$$

Υπόδειγμα του ενός δείκτη (Single Index Model) ή Μονοπαραγοντικό Υπόδειγμα: Συντελεστής β, Συνδιακύμανση, Συντελεστής Συσχέτισης

Συντελεστής β Αξιογράφου

$$\beta_i = \frac{\sigma_{i,m}}{\sigma_m^2}$$

Οπότε, **η Συνδιακύμανση του αξιογράφου i με τον δείκτη της αγοράς m είναι**:

$$\sigma_{i,m} = \beta_i * \sigma_m^2 (1)$$

Συντελεστής Συσχέτισης του αξιογράφου i με τον δείκτη της αγοράς m

$$\rho_{im} = \frac{\sigma_{i,m}}{\sigma_i * \sigma_m} \overset{(1)}{\Leftrightarrow}$$

$$\rho_{im} = \frac{\beta_i * \sigma_m^2}{\sigma_i * \sigma_m} \rightarrow$$

$$\rho_{im} = \frac{\beta_i * \sigma_m}{\sigma_i}$$

Παράδειγμα

Έστω ότι ο συντελεστής βήτα του αξιογράφου Α είναι 1,1, ο σταθερός όρος είναι 0,5% και η προσδοκώμενη απόδοση της αγοράς για τον επόμενο μήνα είναι 1,5%. Ποιά είναι η αναμενόμενη απόδοση του αξιογράφου Α για τον επόμενο μήνα;

Λύση

$$E(R_i) = \alpha_i + \beta_i \, E(R_m)$$

Με βάση την παραπάνω εξίσωση έχουμε:

$$E(r_i) = 0{,}005 + 1{,}1 \, *(0{,}015) \Rightarrow E(r_i) = 2{,}15\%$$

Άρα η αναμενόμενη απόδοση του αξιογράφου Α είναι 2,15% για τον επόμενο μήνα.

Άσκηση Αυτοαξιολόγησης 1 Κεφάλαιο 6

Η αναμενόμενη απόδοση ενός δείκτη της αγοράς είναι 12% και η τυπική απόκλιση των αποδόσεών του είναι 20%. Δίνονται, επίσης, οι παρακάτω πληροφορίες για τις μετοχές Κ και Η.

Μετοχές	α_i	β_i	σ^2_{ei}
Κ	15%	1,2	720
Η	4%	0,8	320

Χρησιμοποιώντας το υπόδειγμα του ενός δείκτη, απαντήστε στις παρακάτω ερωτήσεις:

Άσκηση Αυτοαξιολόγησης 1 Κεφάλαιο 6

α) Να υπολογίσετε την αναμενόμενη απόδοση κάθε μετοχής.

Λύση:

α) $E(R_i) = \alpha_i + \beta_i E(R_m) \Rightarrow$

$E(R_K) = 15 + (1{,}2) \times (12) = 29{,}4\%$

$E(R_H) = 4 + (0{,}8) \times (12) = 13{,}6\%$

Άσκηση Αυτοαξιολόγησης 1 Κεφάλαιο 6

β) Να υπολογίσετε τη διακύμανση και την τυπική απόκλιση των αποδόσεων κάθε μετοχής, καθώς επίσης τη συνδιακύμανση και τον συντελεστή συσχέτισης των αποδόσεών τους.

Λύση:

β) $\sigma_i^2 = \beta_i^2 \sigma_m^2 + \sigma_{ei}^2 \Rightarrow$

$\sigma_K^2 = (1,2)^2 \times (20)^2 + 720 = 1.296 \Rightarrow \sigma_K = 36\%.$

$\sigma_H^2 = (0,8)^2 \times (20)^2 + 320 = 576 \Rightarrow \sigma_H = 24\%.$

$\sigma_{ij} = \beta_i \beta_j \sigma_m^2 \Rightarrow \sigma_{KH} = (1,2) \times (0,8) \times (20)^2 = 384$

$\rho_{ij} = (\sigma_{ij} / \sigma_i \sigma_j) \Rightarrow \rho_{KH} = [384/(36) \times (24)] = 0,4444$

Άσκηση Αυτοαξιολόγησης 1 Κεφάλαιο 6

γ) Ποια από τις δύο μετοχές έχει μεγαλύτερο κίνδυνο, εάν επενδύσετε το σύνολο των κεφαλαίων σας σε μία από τις δύο μετοχές;

Λύση:

γ) Εάν επενδύσουμε το σύνολο των κεφαλαίων μας σε μία μετοχή, η Κ έχει τον μεγαλύτερο κίνδυνο, καθώς σ_K (= 36%) > σ_H (= 24%).

Άσκηση Αυτοαξιολόγησης 1 Κεφάλαιο 6

δ) Ποια μετοχή προσθέτει λιγότερο κίνδυνο, εάν προστεθεί σε ένα καλά διαφοροποιημένο χαρτοφυλάκιο;

Λύση:

δ) Εάν μία μετοχή προστεθεί σε ένα καλά διαφοροποιημένο χαρτοφυλάκιο, ο κίνδυνος του χαρτοφυλακίου αυξάνεται κατά τον συστηματικό κίνδυνο της μετοχής.

Επομένως, για να απαντήσουμε στην ερώτηση αυτή θα πρέπει να υπολογίσουμε τον συστηματικό κίνδυνο κάθε μετοχής.

Συστηματικός κίνδυνος $= \sigma_{syst,i}^2 = \beta_i^2 \sigma_m^2 \Rightarrow \sigma_{syst,i} = \beta_i \sigma_m$

$\sigma_{syst,K} = (1{,}2) \times (20) = 24\%.$

$\sigma_{syst,H} = (0{,}8) \times (20) = 16\%.$

Άρα, η μετοχή Η έχει μικρότερο συστηματικό κίνδυνο και, κατά συνέπεια, προσθέτει λιγότερο κίνδυνο εάν προστεθεί σε ένα καλά διαφοροποιημένο χαρτοφυλάκιο.

Άσκηση Αυτοαξιολόγησης 1 Κεφάλαιο 6

ε) Να υπολογίσετε την αναμενόμενη απόδοση και την τυπική απόκλιση των αποδόσεων ενός χαρτοφυλακίου του οποίου το 30% έχει επενδυθεί στη μετοχή Κ και το υπόλοιπο 70% στη μετοχή Η.

Λύση:

ε) $\alpha_p = \sum w_i \, \alpha_i = [(0{,}30) \times (15)] + [(0{,}70) \times (4)] = 7{,}3$

$\beta_p = \sum w_i \, \beta_i = [(0{,}30) \times (1{,}2)] + [(0{,}70) \times (0{,}8)] = 0{,}92$

Η αναμενόμενη απόδοση του χαρτοφυλακίου θα είναι ίση με:

$E(R_p) = \alpha_p + \beta_p \, E(R_m) \Rightarrow E(R_i) = (7{,}3) + [(0{,}92) \times (12)] = 18{,}34\%$

Άσκηση Αυτοαξιολόγησης 1 Κεφάλαιο 6

Λύση:

Ο κίνδυνος του χαρτοφυλακίου θα είναι ίσος με:

$$\sigma_p^2 = \beta_p^2\, \sigma_m^2 + \sum w_i^2\, \sigma_{ei}^2 \Rightarrow \sigma_p^2 = [(0{,}92)^2 \times (20)^2] + \{[(0{,}30)^2 \times (720)] + [(0{,}70)^2 \times (320)]\}$$

$$\Rightarrow \sigma_p^2 = 560{,}16 \Rightarrow \sigma_p = 23{,}67\%.$$

Άσκηση Αυτοαξιολόγησης 1 Κεφάλαιο 6

Ο κίνδυνος του χαρτοφυλακίου μπορεί να υπολογιστεί και από το υπόδειγμα του Markowitz, ως εξής:

$\sigma_p^2 = \sum w_i^2 \sigma_i^2 + \sum \sum w_i w_j \sigma_{ij}$ ή $\sigma_p^2 = \sum w_i^2 \sigma_i^2 + \sum \sum w_i w_j \rho_{ij} \sigma_i \sigma_j \Rightarrow$

$\sigma_p^2 = w_K^2 \sigma_K^2 + w_H^2 \sigma_H^2 + 2 w_K w_H \rho_{KH} \sigma_K \sigma_H \Rightarrow$

$\sigma_p^2 = \{[(0{,}30)^2 \times (36)^2] + [(0{,}70)^2 \times (24)^2]\} + [(2) \times (0{,}30) \times (0{,}70) \times (0{,}4444) \times (36) \times (24)] = 560{,}14 \Rightarrow \sigma_p = 23{,}67\%.$

(Σημείωση: η μικρή διαφορά στο αποτέλεσμα οφείλεται σε στρογγυλοποιήσεις που έγιναν κατά τη διάρκεια των υπολογισμών.)