ΤΟΜΟΣ Β & Δ ΕΠΑΝΑΛΗΨΗ

ΔΕΟ31

Σύνοψη

- Μελλοντική Αξία ενός σημερινού ποσού ανατοκιζόμενου $$FV_n = PV(1+r)^n$$
- Παρούσα Αξία ενός μελλοντικού ποσού $$PV = \frac{FV_n}{(1+r)^n}$$
- Μελλοντική Αξία σταθερών χρηματικών ποσών - ΜΑ Ράντας (πχ δόση δανείου) $$\mathrm{FV} = A * \left[\frac{(1+r)^n - 1}{r}\right]$$
- Παρούσα Αξία σταθερών χρηματικών ποσών – ΠΑ Ράντας (πχ δόση δανείου) και μας δίνει το αρχικό ποσό δανείου χωρίς τους τόκους $$\mathrm{PV} = A\left[\frac{1 - \frac{1}{(1+r)^n}}{r}\right]$$
- Παρούσα Αξία ενός σταθερού ποσού που θα δίνεται για πάντα – ΠΑ Διηνεκοί Ράντας $$PV = \frac{CF}{r}$$

ΠΑ σειράς μελλοντικών ποσών (Cash Flows CF)

Πολλές φορές θα έχουμε ως στόχο τον υπολογισμό της ΠΑ (PV) επενδύσεων όπου κάθε έτος ή άλλη χρονική περίοδο έχουμε διαφορετικές ή ίσες* Μελλοντικές αξίες (δηλαδή χρηματοροές CF) τότε:

$$PV = \frac{CF_1}{(1+r)^1} + \frac{CF_2}{(1+r)^2} + \cdots \frac{CF_n}{(1+r)^n}$$

$$PV = \frac{CF}{(1+r)^1} + \frac{CF}{(1+r)^2} + \cdots \frac{CF}{(1+r)^n}$$

*Στη περίπτωση που έχουμε ίσες Μελλοντικές Αξίες, την παρούσα αξία τους μπορούμε να τη βρούμε εναλλακτικά με τη χρήση του τύπου της Ράντας (βλ παρακάτω)

Εύλογη ή δίκαιη ή εσωτερική ή οικονομική αξία (fair value or reasonable value or intrinsic value) ή Τιμή Ομολόγου

Η Τιμή μιας Ομολογίας (P_0) ή **Εύλογη ή δίκαιη ή εσωτερική ή οικονομική αξία Ομολόγου** (reasonable value ή fair value ή intrinsic value IV) ισούται με το άθροισμά των προεξοφλημένων Ταμειακών Ροών από την ομολογία, οι οποίες αφορούν στην αξία των **τοκομεριδίων C** που λαμβάνει ο κάτοχος σε συγκεκριμένα χρονικά διαστήματα και την Ονομαστική Αξία (Face Value FV) που λαμβάνει ο κάτοχος στο τέλος της ζωής της ομολογίας.

IV ή $P_0 = \frac{C}{(1+k)^1} + \frac{C}{(1+k)^2} + \cdots + \frac{C}{(1+k)^n} + \frac{FV}{(1+k)^n}$

Όπου:

FV= ονομαστική αξία (ποσό δανείου χωρίς τόκους)

C= c*FV τοκομερίδια ή κουπόνια

c= εκδοτικό επιτόκιο

k= απαιτούμενη απόδοση ή προεξοφλητικό επιτόκιο ή κόστος ευκαιρίας

Μετοχές

Οι μετοχές είναι τίτλοι οι οποίοι αντιπροσωπεύουν, τα ισόποσα μερίδια στα οποία διαιρείται το μετοχικό κεφάλαιο μίας εταιρείας. Οι μετοχές μπορεί να είναι κοινές ή προνομιούχες και ονομαστικές ή ανώνυμες. Η Τιμή μίας μετοχής προσδιορίζεται σαν το **άθροισμα των προεξοφλημένων Ταμειακών Ροών της μετοχής, οι οποίες αφορούν στο Μέρισμα ανά μετοχή που λαμβάνει ο μέτοχος**.

Όπου:

P_0 = Θεωρητικά δίκαιη ή εύλογη (rational) ή εσωτερική τιμή ή Οικονομική Αξία ή τιμή μετοχής

dn = Το Μέρισμα ανά μετοχή που καταβάλει η εταιρεία στους μετόχους.

κμ = Η απόδοση που απαιτούν οι μέτοχοι, η οποία είναι συνάρτηση του κινδύνου της μετοχής.

$$P_0 = \frac{d_1}{(1+K_\mu)} + \frac{d_2}{(1+K_\mu)^2} + \frac{d_3}{(1+K_\mu)^3} + \cdots .. + \frac{d_n}{(1+K_\mu)^n}$$

Αποτίμηση Μετοχών με Μέρισμα στο Διηνεκές

Όταν προβλέπουμε ότι τα μερίσματα που θα εισπράττουμε από την μετοχή αυξάνονται με σταθερό ρυθμό g κάθε χρόνο (δυναμική μετοχή), τότε ο προηγούμενος τύπος γίνεται:

$$P = \frac{D_0(1+g)}{1+\kappa\mu} + \frac{D_0(1+g)^2}{(1+\kappa\mu)^2} + \frac{D_0(1+g)^3}{(1+\kappa\mu)^3} + ... + \frac{D_0(1+g)^\infty}{(1+\kappa\mu)^\infty}$$

Αποτίμηση Μετοχών με Μέρισμα στο Διηνεκές

SOS ΣΕΛΙΔΑ!!!

όπου D_0 είναι το τρέχον μέρισμα ανά μετοχή (δλδ το μέρισμα που πληρώθηκε φέτος).

- Υποθέτοντας ότι $\kappa_\mu > g$, τότε ο τελευταίος τύπος γίνεται:

τιμή ή PV μετοχής

$$P_0 = \frac{D_1}{\kappa\mu - g}$$

$D_1 = D_0 \cdot (1+g)$

Αυτός λέγεται τύπος του Gordon.

- Στην ειδική περίπτωση που το μέρισμα παραμένει σταθερό (ίδιο) όλα τα μελλοντικά έτη, τότε g=0 και ο τύπος του Gordon παίρνει τη μορφή (διηνεκής ράντα):

$$P = \frac{D_1}{\kappa\mu}$$

$D_1 = D_0 \cdot (1+g)$
αν g=0 τότε:
D1= D0

$$P_0 = \frac{d_1}{\kappa\mu - g}$$

do= ΜΑΜ τρέχον μέρισμα ανα μετοχή= κέρδη που διανέμονται/μετοχές

Απόδοση στη λήξη YTM (Yield To maturity): Είναι μια υποσχόμενη απόδοση

Η απόδοση στη λήξη είναι η απόδοση που θα έχει ο ομολογιούχος εάν αγοράσει την ομολογία στην τρέχουσα τιμή αγοράς της και την κρατήσει μέχρι τη λήξη της. Η απόδοση στη λήξη θα επιτευχθεί μόνο εάν ο ομολογιούχος κρατήσει την ομολογία μέχρι τη λήξη της και επανεπενδύσει τα τοκομερίδια με επιτόκιο ίσο με την απόδοση στη λήξη.

$$P_0 = IV = \frac{C}{(1+YTM)^1} + \frac{C}{(1+YTM)^2} + \ldots + \frac{C}{(1+YTM)^n} + \frac{FV}{(1+YTM)^n} \qquad (4.2)$$

όπου P_0 = η τρέχουσα τιμή της ομολογίας στη αγορά και YTM = η απόδοση στη λήξη.

Πώληση στο άρτιο

Αν:

Εκδοτικό επιτόκιο c = απόδοση στη λήξη k ή YTM

Τότε λέμε η ομολογία πωλείται στο άρτιο και ισχύει:

Τιμή αγοράς της ομολογίας= Ονομαστική αξία της ομολογίας

Δηλαδή:

P= FV

Πώληση ΥΠΕΡ το άρτιο

Αν:

Εκδοτικό επιτόκιο c > απόδοση στη λήξη k ή YTM

Τότε λέμε η ομολογία πωλείται ΥΠΕΡ το άρτιο και ισχύει:

Τιμή αγοράς της ομολογίας> Ονομαστική αξία της ομολογίας

Δηλαδή:

P> FV

Πώληση ΥΠΟ το άρτιο

Αν:

Εκδοτικό επιτόκιο c < απόδοση στη λήξη k ή YTM

Τότε λέμε η ομολογία πωλείται ΥΠΟ το άρτιο και ισχύει:

Τιμή αγοράς της ομολογίας< Ονομαστική αξία της ομολογίας

Δηλαδή:

P< FV

Διάρκεια ομολογίας (duration)

Διάρκεια D είναι ο σταθμικός μέσος όρος των ετών ο οποίος απαιτείται για να εισπράξει ο κάτοχος μιας ομολογίας την ονομαστική της αξία και τα τοκομερίδια της όπου οι σταθμίσεις αντιπροσωπεύουν τη σχετική παρούσα αξία της κάθε ταμειακής εισροής. Ουσιαστικά μετρά τον κίνδυνο της ομολογίας.

$$\mathrm{D}=\frac{\dfrac{C}{(1+YTM)}+2\times\dfrac{C}{(1+YTM)^2}+3\times\dfrac{C}{(1+YTM)^3}+\ldots+n\times\dfrac{C}{(1+YTM)^n}+n\times\dfrac{FV}{(1+YTM)^n}}{P}$$

Ποσοστιαία μεταβολή τιμής μιας ομολογίας και διάρκεια D

Έχει αποδειχτεί θεωρητικά αλλά και στην πράξη ότι οι κινήσεις των τιμών των ομολογιών μεταβάλλονται αντιστρόφως ανάλογα με τη διάρκεια, όταν οι μεταβολές των επιτοκίων είναι μικρές. Ειδικότερα, η ποσοστιαία μεταβολή της τιμής μιας ομολογίας είναι κατά προσέγγιση ίση με:

$$\frac{\Delta P}{P_0} \approx \frac{-D}{\left(1+\frac{k_0}{m}\right)} \times \Delta k \times 100$$

όπου $\Delta P = (P_1 - P_0)$ = η μεταβολή στη τιμή της ομολογίας, P_0 = η αρχική τιμή της ομολογίας, P_1 = η νέα τιμή της ομολογίας, D = η διάρκεια του Macaulay, m = ο αριθμός των πληρωμών που καταβάλλονται μέσα σε ένα έτος (στην περίπτωση των ομολογιών ο αριθμός αυτός κυμαίνεται συνήθως από 1 έως 2, καθώς τα τοκομερίδια καταβάλλονται κάθε εξάμηνο ή δωδεκάμηνο), k_0 = η απόδοση στη λήξη που αντιστοιχεί στο αρχικό επιτόκιο, k_1 = το νέο επιτόκιο, $\Delta k = (k_1 - k_0)$ = η μεταβολή των επιτοκίων σε δεκαδική μορφή (εάν, για παράδειγμα, τα επιτόκια αυξηθούν από 10% σε 10,5%, τότε $\Delta k = 0{,}105 - 0{,}100 = 0{,}005$).

Ποσοστιαία μεταβολή τιμής μιας ομολογίας και διάρκεια D

Η παραπάνω σχέση καταδεικνύει ότι η μεταβλητότητα των τιμών των ομολογιών είναι αντιστρόφως ανάλογη με τη διάρκειά τους. Κατά συνέπεια, οι τιμές στην αγορά δύο ομολογιών που έχουν την ίδια διάρκεια θα υποστούν την ίδια ποσοστιαία μεταβολή λόγω μιας μεταβολής των επιτοκίων.

Τρέχουσα Απόδοση (Current Yield) μιας Ομολογίας

Η Τρέχουσα Απόδοση (Current Yield) μιας Ομολογίας είναι η διαίρεση του **ετήσιου τοκομεριδίου (κουπονιού – coupon) C** που παρέχει η ομολογία δια την **τρέχουσα τιμή P της ομολογίας στην αγορά**:

Τρέχουσα Απόδοση (Current Yield) μιας Ομολογίας= $\boldsymbol{\frac{C}{P}}$

Μερισματική απόδοση

Η μερισματική απόδοση είναι η διαίρεση του τελευταίου ετήσιου μερίσματος ανά μετοχή που έδωσε μία εταιρεία διά την τρέχουσα τιμή που έχει η μετοχή της εταιρείας αυτής στο χρηματιστήριο.

$$\mu\varepsilon\rho\iota\sigma\mu\alpha\tau\iota\kappa\eta \ \text{Απόδοση} = \frac{\text{ΤΡΕΧΟΝ ΜΕΡΙΣΜΑ}}{\text{ΤΡΕΧΟΥΣΑ ΤΙΜΗ ΜΕΤΟΧΗΣ ΧΡΗΜΑΤΙΣΤΗΡΙΟΥ}} = \frac{D_0}{P_0}$$

$$\mu\varepsilon\rho\iota\sigma\mu\alpha\tau\iota\kappa\eta \ \text{Απόδοση} = \frac{D_0}{P_0}$$

Θέλετε να αγοράσετε ένα καινούργιο αυτοκίνητο και έχετε 2 επιλογές για την πληρωμή του:
i. να **πληρώσετε σήμερα** €18.000, ή
ii. να το αποπληρώσετε **σε 5 ετήσιες δόσεις** των €4.000, όπου οι δόσεις καταβάλλονται στο τέλος του 1ου, 2ου, 3ου,4ου, 5ου αντίστοιχα.

Εάν η τράπεζα σας προσφέρει επιτόκιο 5% ετησίως στα χρήματά σας, συμφέρει **να το πληρώσετε τοις μετρητοίς ή με δόσεις;**
Λύση:
Προκειμένου να δούμε ποια επιλογή είναι πιο συμφέρουσα, **θα χρειαστεί να βρούμε την Παρούσα Αξία (Present Value PV) της ετήσιας καταβολής CF των 4.000€ και να την συγκρίνουμε με το ποσό των 18.000€** που θα δίναμε μετρητοίς σήμερα.

Α Τρόπος: Υπολογιστικά: Παρούσα Αξία Χρηματοροών

Θα βρούμε την παρούσα αξία των ετήσιων χρηματοροών με CF= 4.000 και r= 0,05

$$PV = \frac{CF_1}{(1+r)^1} + \frac{CF_2}{(1+r)^2} + \cdots . + \frac{CF_n}{(1+r)^n}$$

$$PV = \frac{4.000}{(1+0{,}05)^1} + \frac{4.000}{(1+0{,}05)^2} + \frac{4.000}{(1+0{,}05)^3} + \frac{4.000}{(1+0{,}05)^4} + \frac{4.000}{(1+0{,}05)^5}$$

$$PV = 17.317{,}91$$

Θέλετε να αγοράσετε ένα καινούργιο αυτοκίνητο και έχετε 2 επιλογές για την πληρωμή του:
i. να **πληρώσετε σήμερα** €18.000, ή
ii. να το αποπληρώσετε **σε 5 ετήσιες δόσεις** των €4.000, όπου οι δόσεις καταβάλλονται στο τέλος του 1ου, 2ου, 3ου,4ου, 5ου αντίστοιχα.

Εάν η τράπεζα σας προσφέρει επιτόκιο 5% ετησίως στα χρήματά σας, συμφέρει **να το πληρώσετε τοις μετρητοίς ή με δόσεις;**
Λύση:

<u>Β Τρόπος: Υπολογιστικά: Παρούσα Αξία Ράντας</u>

Επειδή όλες οι μελλοντικές χρηματοροές είναι ίσες δηλ CF= 4.000, για να βρούμε την παρούσα αξία τους εναλλακτικά μπορούμε να κάνουμε χρήση του τύπου της Παρούσας Αξίας μιας σειράς ποσών (ράντας):

$$\mathbf{PV} = \boldsymbol{A} * \left[\frac{\mathbf{1}-\frac{\mathbf{1}}{(\mathbf{1}+\boldsymbol{r})^{\boldsymbol{n}}}}{\boldsymbol{r}}\right] = \mathbf{4.000} * \left[\frac{\mathbf{1}-\frac{\mathbf{1}}{(\mathbf{1+0,05})^{\mathbf{5}}}}{\mathbf{0,05}}\right] = \mathbf{17.317,91}$$

Θέλετε να αγοράσετε ένα καινούργιο αυτοκίνητο και έχετε 2 επιλογές για την πληρωμή του:
i. να **πληρώσετε σήμερα** €18.000, ή
ii. να το αποπληρώσετε **σε 5 ετήσιες δόσεις** των €4.000, όπου οι δόσεις καταβάλλονται στο τέλος του 1ου, 2ου, 3ου,4ου, 5ου αντίστοιχα.

Εάν η τράπεζα σας προσφέρει επιτόκιο 5% ετησίως στα χρήματά σας, συμφέρει **να το πληρώσετε τοις μετρητοίς ή με δόσεις;**
Λύση:

Γ Τρόπος: Με χρήση Πίνακα Παρούσας Αξίας σειράς πληρωμών μιας νομισματικής Μονάδας (Ράντας)

Περίοδοι	1%	2%	3%	4%	5%
1	0,9901	0,9804	0,9709	0,9615	0,9524
2	1,9704	1,9416	1,9135	1,8861	1,8594
3	2,9410	2,8839	2,8286	2,7751	2,7232
4	3,9020	3,8077	3,7171	3,6299	3,5460
5	4,8534	4,7135	4,5797	4,4518	4,3295

$$\mathbf{PV} = \boldsymbol{A} * \left[\frac{1-\frac{1}{(1+r)^n}}{r}\right]$$

$$\mathbf{PV} = \mathbf{4.000} * \mathbf{4,3295} = \mathbf{17.318}$$

Θέλετε να αγοράσετε ένα καινούργιο αυτοκίνητο και έχετε 2 επιλογές για την πληρωμή του:
i. να **πληρώσετε σήμερα** €18.000, ή
ii. να το αποπληρώσετε **σε 5 ετήσιες δόσεις** των €4.000, όπου οι δόσεις καταβάλλονται στο τέλος του $1_{ου}$, $2_{ου}$, $3_{ου}$,$4_{ου}$, $5_{ου}$ αντίστοιχα.

Εάν η τράπεζα σας προσφέρει επιτόκιο 5% ετησίως στα χρήματά σας, συμφέρει **να το πληρώσετε τοις μετρητοίς ή με δόσεις;**
Λύση:

Επειδή:

$$\mathbf{PV_{τιμής\ μετρητοίς} = 18.000 < 17.317,91 = Pv_{δόσεων}}$$

Συμφέρει να αγοράσουμε το αυτοκίνητο με δόσεις!

Αν έχω μια επένδυση πχ 2 ετών και θέλω να δω τι ***ποσοστιαία*** απόδοση HPY έπιασα **μεταξύ του σήμερα και μετά από 2 χρόνια**, τότε είναι:
$HPY = \frac{ΤΕΛΙΚΗ\ ΑΞΙΑ\ ΤΗΣ\ ΕΠΕΝΔΥΣΗΣ - ΑΡΧΙΚΗ\ ΑΞΙΑ\ ΤΗΣ\ ΕΠΕΝΔΥΣΗΣ}{ΑΡΧΙΚΗ\ ΑΞΙΑ\ ΤΗΣ\ ΕΠΕΝΔΥΣΗΣ}$
ή
$HPY = \frac{ΤΕΛΙΚΗ\ ΑΞΙΑ\ ΤΗΣ\ ΕΠΕΝΔΥΣΗΣ}{ΑΡΧΙΚΗ\ ΑΞΙΑ\ ΤΗΣ\ ΕΠΕΝΔΥΣΗΣ} - 1$
ή
$HPY = HPR - 1$

ΠΟΣΟΣΤΙΑΙΑ Απόδοση της περιόδου διακράτησης: Holding Period Yield – HPY)

Αν έχω μια επένδυση πχ 2 ετών και θέλω να δω τι ***ποσοστιαία*** απόδοση HPY έπιασα **μεταξύ του σήμερα και μετά από 2 χρόνια**, τότε είναι:

$$HPY = \frac{ΤΕΛΙΚΗ\ ΑΞΙΑ\ ΤΗΣ\ ΕΠΕΝΔΥΣΗΣ - ΑΡΧΙΚΗ\ ΑΞΙΑ\ ΤΗΣ\ ΕΠΕΝΔΥΣΗΣ}{ΑΡΧΙΚΗ\ ΑΞΙΑ\ ΤΗΣ\ ΕΠΕΝΔΥΣΗΣ}$$

ή

$$HPY = \frac{ΤΕΛΙΚΗ\ ΑΞΙΑ\ ΤΗΣ\ ΕΠΕΝΔΥΣΗΣ}{ΑΡΧΙΚΗ\ ΑΞΙΑ\ ΤΗΣ\ ΕΠΕΝΔΥΣΗΣ} - 1$$

ή

$$HPY = HPR - 1$$

<u>*ΕΤΗΣΙΑ ΠΟΣΟΣΤΙΑΙΑ*</u> Απόδοση της περιόδου διακράτησης: Holding Period Yield – HPY)

Αν έχω μια επένδυση πχ 2 ετών και θέλω να δω τι <u>***ποσοστιαία***</u> απόδοση HPY έπιασα **ετησίως**, τότε είναι:

$$HPY_{\text{ΕΤΗΣΙΑ}} = \sqrt[n]{\frac{ΤΕΛΙΚΗ\ ΑΞΙΑ\ ΤΗΣ\ ΕΠΕΝΔΥΣΗΣ - ΑΡΧΙΚΗ\ ΑΞΙΑ\ ΤΗΣ\ ΕΠΕΝΔΥΣΗΣ}{ΑΡΧΙΚΗ\ ΑΞΙΑ\ ΤΗΣ\ ΕΠΕΝΔΥΣΗΣ}}$$

ή

$$HPY_{\text{ΕΤΗΣΙΑ}} = \sqrt[n]{\frac{ΤΕΛΙΚΗ\ ΑΞΙΑ\ ΤΗΣ\ ΕΠΕΝΔΥΣΗΣ}{ΑΡΧΙΚΗ\ ΑΞΙΑ\ ΤΗΣ\ ΕΠΕΝΔΥΣΗΣ}} - 1$$

ή

$$HPY_{\text{ΕΤΗΣΙΑ}} = \sqrt[n]{\text{HPR}} - 1$$

Επενδυτής αγόρασε την 20/11/2018 ομολογία διάρκειας 5 ετών, με ετήσιο τοκομερίδιο 4%, ονομαστική αξία €1.000 και απόδοση στη λήξη 1,2%. Την 20/11/2019 και 20/11/2020 έλαβε τοκομερίδια τα οποία κατέθεσε σε τράπεζα με ετήσιο επιτόκιο 0,2%. Η απόδοση στη λήξη της ομολογίας την 20/11/2020 είχε διαμορφωθεί στο -0,02%. **Ποια είναι η ετησιοποιημένη απόδοση** που πέτυχε ο επενδυτής κατά τη διάρκεια των δύο ετών;

Λύση:

Προκειμένου να βρούμε την **ετήσια απόδοση HPY (Holding Period Yield)** που κατάφερε ο επενδυτής στο έτος 2 θα κάνουμε χρήση του τύπου:

$$HPY_{\text{ΕΤΗΣΙΑ}} = \sqrt[n]{\frac{ΤΕΛΙΚΗ\ ΑΞΙΑ\ ΤΗΣ\ ΕΠΕΝΔΥΣΗΣ - ΑΡΧΙΚΗ\ ΑΞΙΑ\ ΤΗΣ\ ΕΠΕΝΔΥΣΗΣ}{ΑΡΧΙΚΗ\ ΑΞΙΑ\ ΤΗΣ\ ΕΠΕΝΔΥΣΗΣ}}$$

Ή

$$HPY_{\text{ΕΤΗΣΙΑ}} = \sqrt[n]{\frac{ΤΕΛΙΚΗ\ ΑΞΙΑ\ ΤΗΣ\ ΕΠΕΝΔΥΣΗΣ}{ΑΡΧΙΚΗ\ ΑΞΙΑ\ ΤΗΣ\ ΕΠΕΝΔΥΣΗΣ}} - 1$$

Επειδή **η περίοδος που εξετάζουμε αποτελείται από 2 περιόδους** (έτη) θα έχουμε:

$$HPY_{\text{ΕΤΗΣΙΑ}} = \sqrt[2]{\frac{ΤΕΛΙΚΗ\ ΑΞΙΑ\ ΤΗΣ\ ΕΠΕΝΔΥΣΗΣ_{ΣΤΟ\ ΕΤΟΣ\ 2020}}{ΑΡΧΙΚΗ\ ΑΞΙΑ\ ΤΗΣ\ ΕΠΕΝΔΥΣΗΣ}} - 1$$

Επενδυτής αγόρασε την 20/11/2018 ομολογία διάρκειας 5 ετών, με ετήσιο τοκομερίδιο 4%, ονομαστική αξία €1.000 και απόδοση στη λήξη 1,2%. Την 20/11/2019 και 20/11/2020 έλαβε τοκομερίδια τα οποία κατέθεσε σε τράπεζα με ετήσιο επιτόκιο 0,2%. Η απόδοση στη λήξη της ομολογίας την 20/11/2020 είχε διαμορφωθεί στο -0,02%. **Ποια είναι η ετησιοποιημένη απόδοση** που πέτυχε ο επενδυτής κατά τη διάρκεια των δύο ετών;

Λύση:

Η τρέχουσα αξία της επένδυσης **(ΑΡΧΙΚΗ ΑΞΙΑ ΕΠΕΝΔΥΣΗΣ)** όπως αυτή αποτυπώνεται με την αγορά του ομολόγου στο έτος 2018, είναι ίση με την αξία της ομολογίας στο εν λόγω έτος:

$$ΑΡΧΙΚΗ\ ΑΞΙΑ\ ΤΗΣ\ ΕΠΕΝΔΥΣΗΣ = ΤΙΜΗ\ ΟΜΟΛΟΓΟΥ\ ΣΤΟ\ ΕΤΟΣ\ 2018\ P_{2018}\ (1)$$

Η **τελική αξία της επένδυσης** στο έτος 2020 είναι:

$$ΤΕΛΙΚΗ\ ΑΞΙΑ\ ΤΗΣ\ ΕΠΕΝΔΥΣΗΣ_{ΣΤΟ\ ΕΤΟΣ\ 2020} =$$

$$ΜΕΛΛΟΝΤΙΚΗ\ ΑΞΙΑ\ ΤΟΚΟΜΕΡΙΔΙΩΝ\ ΣΤΟ\ ΕΤΟΣ\ 2 + ΑΞΙΑ\ ΟΜΟΛΟΓΙΑΣ\ ΣΤΟ\ ΕΤΟΣ\ 2020\ (2)$$

Επενδυτής αγόρασε την 20/11/2018 ομολογία διάρκειας 5 ετών, με ετήσιο τοκομερίδιο 4%, ονομαστική αξία €1.000 και απόδοση στη λήξη 1,2%. Την 20/11/2019 και 20/11/2020 έλαβε τοκομερίδια τα οποία κατέθεσε σε τράπεζα με ετήσιο επιτόκιο 0,2%. Η απόδοση στη λήξη της ομολογίας την 20/11/2020 είχε διαμορφωθεί στο -0,02%. **Ποια είναι η ετησιοποιημένη απόδοση** που πέτυχε ο επενδυτής κατά τη διάρκεια των δύο ετών;

Λύση:

Υπολογισμός Αρχικής αξίας της επένδυσης ή της τιμής Ομολογίας το 2018 P_{2018}

$$P_{2018} = \frac{C}{(1+r)^1} + \frac{C}{(1+r)^2} + \frac{C}{(1+r)^3} + \frac{C}{(1+r)^4} + \frac{C}{(1+r)^5} + \frac{FV}{(1+r)^5} \quad (3)$$

Όπου C: ετήσιο κουπόνι (ή τοκομερίδιο) το οποίο είναι:

C= c*FV= 0,04*1.000= 40

c: εκδοτικό επιτόκιο και FV: ονομαστική αξία (Face Value)

για r= 0,012 και n= 5 η (3) γίνεται:

$$P_{2018} = \frac{C}{(1+r)^1} + \frac{C}{(1+r)^2} + \frac{C}{(1+r)^3} + \frac{C}{(1+r)^4} + \frac{C}{(1+r)^5} + \frac{FV}{(1+r)^5}$$

$$P_{2018} = \frac{40}{(1+0{,}012)^1} + \frac{40}{(1+0{,}012)^2} + \frac{40}{(1+0{,}012)^3} + \frac{40}{(1+0{,}012)^4} + \frac{40}{(1+0{,}012^5} + \frac{1.000}{(1+0{,}012)^5}$$

$$P_{2018} = \mathbf{1.135{,}10}$$

Επενδυτής αγόρασε την 20/11/2018 ομολογία διάρκειας 5 ετών, με ετήσιο τοκομερίδιο 4%, ονομαστική αξία €1.000 και απόδοση στη λήξη 1,2%. Την 20/11/2019 και 20/11/2020 έλαβε τοκομερίδια τα οποία κατέθεσε σε τράπεζα με ετήσιο επιτόκιο 0,2%. Η απόδοση στη λήξη της ομολογίας την 20/11/2020 είχε διαμορφωθεί στο -0,02%. **Ποια είναι η ετησιοποιημένη απόδοση** που πέτυχε ο επενδυτής κατά τη διάρκεια των δύο ετών;

Λύση:

Έτη (περίοδοι)	Χρηματοροές	Συντελεστής Παρούσας Αξίας	Παρούσα αξία επιμέρους χρηματοροών
1	40	0,988142292	39,53
2	40	0,97642519	39,06
3	40	0,964847026	38,59
4	40	0,953406152	38,14
5	1.040	0,942100941	979,78
Απόδοση στη λήξη r	0,012	Τιμή Ομολογίας το 2018 P_{2018}	1.135,10

Επενδυτής αγόρασε την 20/11/2018 ομολογία διάρκειας 5 ετών, με ετήσιο τοκομερίδιο 4%, ονομαστική αξία €1.000 και απόδοση στη λήξη 1,2%. Την 20/11/2019 και 20/11/2020 έλαβε τοκομερίδια τα οποία κατέθεσε σε τράπεζα με ετήσιο επιτόκιο 0,2%. Η απόδοση στη λήξη της ομολογίας την 20/11/2020 είχε διαμορφωθεί στο -0,02%. **Ποια είναι η ετησιοποιημένη απόδοση** που πέτυχε ο επενδυτής κατά τη διάρκεια των δύο ετών;

Λύση:

Υπολογισμός Μελλοντικής αξίας της επένδυσης στο έτος 2020

Η μελλοντική αξία της επένδυσης το 2020 θα είναι:

$$\mathbf{ΜΕΛΛΟΝΤΙΚΗ}\ \boldsymbol{ΑΞΙΑ\ ΤΗΣ\ ΕΠΕΝΔΥΣΗΣ}_{\boldsymbol{ΣΤΟ\ ΕΤΟΣ}\ 2020} =$$

$$\boldsymbol{ΜΕΛΛΟΝΤΙΚΗ\ ΑΞΙΑ\ ΤΟΚΟΜΕΡΙΔΙΩΝ\ ΣΤΟ\ ΕΤΟΣ}\ \mathbf{2020} + \boldsymbol{ΑΞΙΑ\ ΟΜΟΛΟΓΙΑΣ\ ΣΤΟ\ ΕΤΟΣ}\ \mathbf{2020}\ \mathbf{(2)}$$

Όμως:

$$\boldsymbol{ΜΕΛΛΟΝΤΙΚΗ\ ΑΞΙΑ\ ΤΟΚΟΜΕΡΙΔΙΩΝ\ ΣΤΟ}\ \mathbf{2020} = \mathbf{40} * \mathbf{1,002} + \mathbf{40} = \mathbf{80,08€}\ \mathbf{(3)}$$

Επενδυτής αγόρασε την 20/11/2018 ομολογία διάρκειας 5 ετών, με ετήσιο τοκομερίδιο 4%, ονομαστική αξία €1.000 και απόδοση στη λήξη 1,2%. Την 20/11/2019 και 20/11/2020 έλαβε τοκομερίδια τα οποία κατέθεσε σε τράπεζα με ετήσιο επιτόκιο 0,2%. Η απόδοση στη λήξη της ομολογίας την 20/11/2020 είχε διαμορφωθεί στο -0,02%. **Ποια είναι η ετησιοποιημένη απόδοση** που πέτυχε ο επενδυτής κατά τη διάρκεια των δύο ετών;

Λύση:

Η τιμή του ομολόγου το έτος 2020 (3 περίοδοι πριν το 2023 που λήγει) με r= -0,0002, θα είναι:

$$P_{2020} = \frac{C}{(1+r)^1} + \frac{C}{(1+r)^2} + \frac{C}{(1+r)^3} + \frac{FV}{(1+r)^3}$$

$$P_{2020} = \frac{40}{(1-0{,}0002)^1} + \frac{40}{(1-0{,}0002)^2} + \frac{40}{(1-0{,}0002)^3} + \frac{1.000}{(1-0{,}0002)^3}$$

$$\boldsymbol{P_{2020} = 1.120{,}65 \quad (4)}$$

Οπότε, από (3) και (4) η (2) γίνεται:

$$\boldsymbol{ΤΕΛΙΚΗ\ ΑΞΙΑ\ ΤΗΣ\ ΕΠΕΝΔΥΣΗΣ_{ΣΤΟ\ ΕΤΟΣ\ 2020}} = 80{,}8 + 1.120{,}65 = 1.200{,}73€$$

Κατά συνέπεια, η ετησιοποιημένη απόδοση του επενδυτή θα είναι:

$$\boldsymbol{HPY_{ΕΤΗΣΙΑ} = \sqrt[2]{\frac{1.200{,}73}{1.135{,}10}} - 1 = 0{,}028503381 \text{ ή } 2{,}85\%}$$

Η εταιρία ΚΑΠΠΑ ΑΕ επιτυγχάνει κέρδος ανά μετοχή της τάξης των €2,7 κατά το τρέχον έτος. Το ανωτέρω κέρδος ανά μετοχή υπολογίζεται ότι θα αυξάνεται σταθερά κατά 6,3% ετησίως. Παράλληλα η εταιρία αποφασίζει ποσοστό παρακράτησης κερδών της τάξης του 34%. Σημειώνεται ότι η απαιτούμενη από τους επενδυτές ετήσια απόδοση της μετοχής της εταιρίας ΚΑΠΠΑ ΑΕ είναι 11,5% και η εταιρία αναμένεται να συνεχίσει την υφιστάμενη πορεία κερδών.

Να υπολογιστεί η τιμή της μετοχής της εταιρίας ΚΑΠΠΑ ΑΕ: (α) σε 1 έτος από σήμερα, (β) σε 3 έτη από σήμερα, (γ) σε 5 έτη από σήμερα.

Λύση:

Επειδή δεν προσδιορίζεται χρονικά μέχρι πότε θα αυξάνονται τα κέρδη και άρα τα μερίσματα, τεκμαίρεται ότι η διαδικασία αυτή θα συνεχίζεται αενάως. Οποτε, θα κάνουμε χρήση του τύπου του Gordon:

Στο ερώτημα α) ζητείται: $P_1 = \frac{D_2}{k_\mu - g}$

Στο ερώτημα β) ζητείται: $P_3 = \frac{D_4}{k_\mu - g}$

Στο ερώτημα γ) ζητείται: $P_5 = \frac{D_6}{k_\mu - g}$

Η εταιρία ΚΑΠΠΑ ΑΕ επιτυγχάνει κέρδος ανά μετοχή της τάξης των €2,7 κατά το τρέχον έτος. Το ανωτέρω κέρδος ανά μετοχή υπολογίζεται ότι θα αυξάνεται σταθερά κατά 6,3% ετησίως. Παράλληλα η εταιρία αποφασίζει ποσοστό παρακράτησης κερδών της τάξης του 34%. Σημειώνεται ότι η απαιτούμενη από τους επενδυτές ετήσια απόδοση της μετοχής της εταιρίας ΚΑΠΠΑ ΑΕ είναι 11,5% και η εταιρία αναμένεται να συνεχίσει την υφιστάμενη πορεία κερδών.

Να υπολογιστεί η τιμή της μετοχής της εταιρίας ΚΑΠΠΑ ΑΕ: (α) σε 1 έτος από σήμερα, (β) σε 3 έτη από σήμερα, (γ) σε 5 έτη από σήμερα.

Λύση:

Επειδή ενδιαφερόμαστε να υπολογίσουμε την τιμή της μετοχής την περίοδο 1 (έτος 1) θα είναι:

$$P_1 = \frac{D_2}{k_\mu - g} \ (1)$$

Όμως:

$$D_2 = D_1 * (1+g) \ (2)$$

$$D_1 = d * KAM_1$$

d= 1 – b= 1 – 0,34= 0,66 ή 66%

$$D_1 = 0{,}66 * KAM_1$$

Η εταιρία ΚΑΠΠΑ ΑΕ επιτυγχάνει κέρδος ανά μετοχή της τάξης των €2,7 κατά το τρέχον έτος. Το ανωτέρω κέρδος ανά μετοχή υπολογίζεται ότι θα αυξάνεται σταθερά κατά 6,3% ετησίως. Παράλληλα η εταιρία αποφασίζει ποσοστό παρακράτησης κερδών της τάξης του 34%. Σημειώνεται ότι η απαιτούμενη από τους επενδυτές ετήσια απόδοση της μετοχής της εταιρίας ΚΑΠΠΑ ΑΕ είναι 11,5% και η εταιρία αναμένεται να συνεχίσει την υφιστάμενη πορεία κερδών.
Να υπολογιστεί η τιμή της μετοχής της εταιρίας ΚΑΠΠΑ ΑΕ: (α) σε 1 έτος από σήμερα, (β) σε 3 έτη από σήμερα, (γ) σε 5 έτη από σήμερα.
Λύση:

Υπολογισμός ετήσιων Κερδών Ανά Μετοχή:

$$KAM_t = KAM_{t-1} * (1+g)$$

Για το έτος 1 θα είναι:

$$KAM_1 = KAM_0 * (1+g) \xRightarrow[\substack{g=0{,}063 \\ KAM_0=2{,}7}]{} $$

$$KAM_1 = 2{,}7 * (1 + 0{,}063)$$

$$KAM_1 = 2{,}87$$

Ομοίως για τα επόμενα έτη προκύπτει:

$$KAM_2 = 3{,}05$$

$$KAM_3 = 3{,}24$$

$$KAM_4 = 3{,}45$$

$$KAM_5 = 3{,}66$$

$$KAM_6 = 3{,}90$$

Η εταιρία ΚΑΠΠΑ ΑΕ επιτυγχάνει κέρδος ανά μετοχή της τάξης των €2,7 κατά το τρέχον έτος. Το ανωτέρω κέρδος ανά μετοχή υπολογίζεται ότι θα αυξάνεται σταθερά κατά 6,3% ετησίως. Παράλληλα η εταιρία αποφασίζει ποσοστό παρακράτησης κερδών της τάξης του 34%. Σημειώνεται ότι η απαιτούμενη από τους επενδυτές ετήσια απόδοση της μετοχής της εταιρίας ΚΑΠΠΑ ΑΕ είναι 11,5% και η εταιρία αναμένεται να συνεχίσει την υφιστάμενη πορεία κερδών.
Να υπολογιστεί η τιμή της μετοχής της εταιρίας ΚΑΠΠΑ ΑΕ: (α) σε 1 έτος από σήμερα, (β) σε 3 έτη από σήμερα, (γ) σε 5 έτη από σήμερα.
Λύση:

Έτσι λοιπόν, το μέρισμα ανά μετοχή του έτους 1 θα είναι:

$$D_1 = 0{,}66 * KAM_1$$

$$D_1 = 0{,}66 * 2{,}87$$

$$D_1 = 1{,}89$$

Ομοίως για τα επόμενα έτη έχουμε:

$$D_2 = 2{,}01$$

$$D_3 = 2{,}14$$

$$D_4 = 2{,}28$$

$$D_5 = 2{,}42$$

$$D_6 = 2{,}57$$

Η εταιρία ΚΑΠΠΑ ΑΕ επιτυγχάνει κέρδος ανά μετοχή της τάξης των €2,7 κατά το τρέχον έτος. Το ανωτέρω κέρδος ανά μετοχή υπολογίζεται ότι θα αυξάνεται σταθερά κατά 6,3% ετησίως. Παράλληλα η εταιρία αποφασίζει ποσοστό παρακράτησης κερδών της τάξης του 34%. Σημειώνεται ότι η απαιτούμενη από τους επενδυτές ετήσια απόδοση της μετοχής της εταιρίας ΚΑΠΠΑ ΑΕ είναι 11,5% και η εταιρία αναμένεται να συνεχίσει την υφιστάμενη πορεία κερδών.

Να υπολογιστεί η τιμή της μετοχής της εταιρίας ΚΑΠΠΑ ΑΕ: (α) σε 1 έτος από σήμερα, (β) σε 3 έτη από σήμερα, (γ) σε 5 έτη από σήμερα.

Λύση:

Έτσι λοιπόν, η τιμή της μετοχής στο έτος 1 είναι:

$$P_1 = \frac{D_2}{k_\mu - g} \xRightarrow[g=0{,}063]{k_\mu=0{,}115}$$

$$\boldsymbol{P_1 = \frac{2{,}01}{0{,}115-0{,}063} = 38{,}72}$$

Στα έτη 3 και 5 οι αντίστοιχες τιμές είναι:

Θέμα 3γβ)

$$P_3 = \frac{D_4}{0{,}115-0{,}063}$$

$$\boldsymbol{P_3 = \frac{2{,}28}{0{,}115-0{,}063} = 43{,}76}$$

Θέμα 3γγ)

$$P_5 = \frac{D_6}{0{,}115-0{,}063}$$

$$\boldsymbol{P_5 = \frac{2{,}57}{0{,}115-0{,}063} = 49{,}44}$$

Έτος	0	1	2	3	4	5	6
Κέρδη Ανά Μετοχή ΚΑΜ	2,7	2,87	3,05	3,24	3,45	3,66	3,90
Ρυθμός Μεγέθυνσης Κερδών g		6,3%	6,3%	6,3%	6,3%	6,3%	6,3%
% Παρακράτηση ς κερδών b		34%					
% Διανομής κερδών d		66%	66%	66%	66%	66%	66%
Απαιτούμενη Απόδοση kμ	11,5%						
Μέρισμα Ανά Μετοχή ΜΑΜ D		1,89	2,01	2,14	2,28	2,42	2,57
Τιμή Μετοχής P_1		**38,72**					
Τιμή Μετοχής P_3				**43,76**			
Τιμή Μετοχής P_5						**49,44**	

Τραπεζικό Δάνειο – απόσβεση δανείου

<u>Παράδειγμα</u>

Έστω ότι δανειστήκατε \$10.000 και απαιτείται να το αποπληρώσετε σε τρεις ετήσιες δόσεις. Το επιτόκιο είναι 10%.

- Ποια θα πρέπει να είναι η δόση;
- Δημιουργείστε τον πίνακα απόσβεσης δανείου

PV = \$10.000, n = 3, i = 10%

<u>Λύση</u>

Από τον τύπο της παρούσας αξίας, θα υπολογίσουμε τη δόση του δανείου:

10.000 = CF/(1+0,1) + CF/(1+0,1)^2 + CF/(1+0,1)^3 = $CF\left[\frac{(1+r)^n-1}{r(1+r)^n}\right]$ ⇨ CF=\$4.021,15

Ο πίνακας απόσβεσης θα είναι:

{ουσιαστικά είναι το ίδιο με τον τύπο της ράντας: PVράντας=CF*ΣΠΑΡ(n=3, i= 0,1)}

Τραπεζικό Δάνειο – απόσβεση δανείου

Χρόνος	Κεφάλαιο	Δόση	Τόκος	Αποπληρωμή κεφαλαίου	Υπόλοιπο δανείου
0					10.000
1	10.000	4.021,15	1.000	3.021,15	6.978,85
2	6.978,85	4.021,15	697,89	3.323,26	3.655,59
3	3.655,59	4.021,15	365,56	3.655,59	0

Αν ΔΕΝ έχω δανεισμό, Καθαρή Ταμειακή Ροή ΚΤΡ: Μεθοδολογία ασκήσεων 1/3

1 Στόχος είναι ο υπολογισμός των ΚΤΡ

Αλγεβρικά η Καθαρή Ταμειακή Ροή εκφράζεται ως η διαφορά, μεταξύ Ταμειακών Εισροών και Ταμειακών Εκροών, προσδιοριζόμενες τη χρονική περίοδο που πραγματοποιούνται.

ΚΤΡ= Ταμειακές Εισροές – Ταμειακές Εκροές

2 Εύρεση ταμειακών εισροών και εκροών

SOS: Οι παρακάτω εισροές – εκροές, απορρέουν από την επένδυση:

ΚΤΡ= Έσοδα – Κόστος Λειτουργίας – Φόροι – Μεταβολές στο Κεφάλαιο κίνησης – Κόστος Επένδυσης + Καθαρή Επίδραση Υπολειμματικής Αξίας

3 Υπολογισμός φόρου

Φόροι = Κέρδη Προ Φόρων (ΚΠΦ) x Φορολογικός Συντελεστής (ΦΣ)

Τον φορολογικό συντελεστή μας το δίνει συνήθως η εκφώνηση

Αν ΔΕΝ έχω δανεισμό, Καθαρή Ταμειακή Ροή ΚΤΡ: Μεθοδολογία ασκήσεων 2/3

4 **Υπολογισμός κερδών προ φόρων ή φορολογητέων κερδών**

ΦΚ = έσοδα – λειτουργικά έξοδα – αποσβέσεις – τόκοι

Οι τόκοι= 0 καθώς δεν έχω δάνειο

Ευθεία ή Σταθερή μέθοδος Απόσβεσης:

Ετήσιες αποσβέσεις= $\frac{\alpha\rho\chi\iota\kappa\eta\ \alpha\xi\iota\alpha\ \mu\eta\chi\alpha\nu\eta\mu\alpha\tau\omicron\varsigma - \upsilon\pi\omicron\lambda\epsilon\iota\mu\mu\alpha\tau\iota\kappa\eta\ \alpha\xi\iota\alpha}{\epsilon\tau\eta\ \omega\varphi\epsilon\lambda\iota\mu\eta\varsigma\ \zeta\omega\eta\varsigma}$

Αν ΔΕΝ έχω δανεισμό, Καθαρή Ταμειακή Ροή ΚΤΡ: Μεθοδολογία ασκήσεων 3/3

5 Κεφάλαιο Κίνησης

Το Κεφάλαιο Κίνησης μιας επιχείρησης είναι η διαφορά ανάμεσα στο Κυκλοφορούν Ενεργητικό και τις Βραχυπρόθεσμες Υποχρεώσεις (που απορρέουν από επένδυση):

ΚΚ= Χρήματα που μας χρωστάνε – Χρήματα που εμείς χρωστάμε
ΚΚ= Κυκλοφορούν Ενεργητικό (πχ γραμμάτια εισπρακτέα) – Βραχυπρόθεσμες Υποχρεώσεις (πχ υποχρεώσεις σε προμηθευτές)

Ουσιαστικά το Κεφάλαιο Κίνησης δημιουργείται λόγω της χρονικής υστέρησης που προκύπει ανάμεσα στη στιγμή της παραγωγής ενός προιόντος και τη στιγμή πώλησης του ή εξόφλησης της αξίας του τιμολογίου.

SOS

Η αύξηση του Κεφαλαίου Κίνησης νοείται ως Ταμειακή Εκροή ενώ η Μείωση του Κεφαλαίου Κίνησης ως Ταμειακή Εισροή.

Αν ΕΧΩ δανεισμό, Καθαρή Ταμειακή Ροή ΚΤΡ: Μεθοδολογία ασκήσεων

Έχουμε 2 Προσεγγίσεις:

Προσέγγιση 1

❖ **Είτε** οι **τόκοι λαμβάνονται** υπόψη κατά τον υπολογισμό των Φορολογητέων Κερδών **και** το κόστος κεφαλαίου είναι όπως μου το δίνει η εκφώνηση.

ΦΚ = έσοδα – λειτουργικά έξοδα – αποσβέσεις – τόκοι

Προσέγγιση 2

❖ **Είτε** οι **τόκοι δεν** λαμβάνονται υπόψη κατά τον υπολογισμό των Φορολογητέων Κερδών:

ΦΚ = έσοδα – λειτουργικά έξοδα – αποσβέσεις

και

το **κόστος δανεισμού κδ** μετά φόρων γίνεται:

$$\boldsymbol{\kappa\delta_{\mu\varphi} = \kappa\delta_{\pi\varphi} * (1 - \Phi_{\Sigma})}$$

2017-2018 Τελικές Εξετάσεις Θ2

eclass4U ΥΠΗΡΕΣΙΕΣ ΨΗΦΙΑΚΗΣ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗΣ

Μια εταιρία τεχνοβλαστών **έλαβε χρηματοδότηση 50.000** ευρώ από το ΕΣΠΑ **προκειμένου να μελετήσει την δυνατότητα ανάπτυξης ιπτάμενων οχημάτων** για μεταφορά αντικειμένων μέχρι 10 κιλών και σε ακτίνα 20 χιλιομέτρων. Η μελέτη έδειξε ότι για την παραγωγή των τηλεκατευθυνόμενων οχημάτων απαιτούνται **€150.000 για αγορά μηχανημάτων**, **€2.000 για έξοδα μεταφοράς** και **€3.000 για έξοδα εγκατάστασης** των μηχανημάτων. Η διάρκεια ζωής της νέας επένδυσης καθορίζεται στα **δύο έτη** διότι πρόκειται για προϊόν συνδεδεμένο με τεχνολογία αιχμής και η ωφέλιμη διάρκεια ζωής των μηχανημάτων ορίζεται επίσης στα δύο έτη. Η προτεινόμενη μελέτη εκτιμάει ότι στο **τέλος του δεύτερου έτους τα μηχανήματα θα πωληθούν αντί € 50.000 (υπολειμματική αξία).** Στον παρακάτω πίνακα παρουσιάζονται τα προβλεπόμενα οικονομικά στοιχεία για την αξία των πωλήσεων, του μεταβλητού κόστους, τις δαπάνες διοίκησης και διάθεσης και τις ανάγκες σε κεφάλαιο κίνησης.

Ο φορολογικός συντελεστής ανέρχεται σε 40%.
Η εταιρία **στο τέλος των 2 ετών θεωρεί ότι θα αποδεσμευθεί το κεφάλαιο κίνησης.**

Πίνακας: Προβλεπόμενα οικονομικά στοιχεία (σε €)

	Έτος 1	Έτος 2
Πωλήσεις	120.000	150.000
Μεταβλητό κόστος	30.000	40.000
Έξοδα διοίκησης & διάθεσης	5.500	6.000
Κεφάλαιο κίνησης	20.000	25.000

Πίνακας: Υπολογισμός Τελικών Καθαρών Ταμειακών Ροών ανά Έτος

	0	Έτος 1	Έτος 2
(Α) Έσοδα			
Πωλήσεις		120.000	150.000
(Β) Έξοδα			
Μεταβλητό κόστος		30.000	40.000
Έξοδα διοίκησης & διάθεσης		5.500	6.000
(Γ) Αποσβέσεις		52.500	52.500
Φορολογητέα κέρδη = [(Α) - (Β) - (Γ)]		32.000	51.500
(Δ) Φόρος (40%)		12.800	20.600
ΚΤΡ$_{μετά\ φόρου}$ = [(Α) - (Β) - (Δ)]		71.700	83.400
(Ε) (-) Μεταβολή σε κεφάλαιο κίνησης		20.000	5.000
(ΣΤ) (+) Προβλεπόμενη υπολειμματική αξία μηχανήματος			50.000
(Ζ) (+) Απελευθέρωση κεφαλαίου κίνησης			25.000
ΚΤΡ$_{1\&2}$ = ΚΤΡ $_{μετά\ φόρου}$ – (Ε)+(ΣΤ)+(Ζ)		51.700	153.400
Τελικές ΚΤΡ	-155.000	51.700	153.400

2017-2018 Τελικές Εξετάσεις Θ2

Για την χρηματοδότηση της νέας επένδυσης θα απαιτηθεί νέο **μετοχικό κεφάλαιο (με έκδοση μετοχών) κατά το 1/3** και κατά **τα 2/3 νέο ομολογιακό δάνειο (με έκδοση ομολόγων). Το κόστος του μετοχικού κεφαλαίου είναι 12%** και το **κόστος του δανεισμού προ φόρων είναι 7,5%**

α) Να υπολογίσετε το μέσο σταθμικό κόστος κεφαλαίου (ΜΣΚΚ – WACC), αν η διάρθρωση κεφαλαίου της εταιρίας είναι ίδια με αυτή της χρηματοδότησης του παραπάνω επενδυτικού έργου.

Λύση:

Το Συνολικό ή το Μέσο Σταθμικό Κόστος Κεφαλαίου WACC είναι:

$$\mathrm{WACC} = \kappa\mu * \frac{\mathrm{MK}}{\mathrm{MK} + \Delta\mathrm{K}} + \mathrm{K}_{\delta}(1 - \Phi\Sigma) * \frac{\Delta\mathrm{K}}{\mathrm{MK} + \Delta\mathrm{K}}$$

$$\left(\frac{1}{3}\right) * 0{,}12 + \left(\frac{2}{3}\right) * 0{,}075 * (1 - 0{,}40) = 7\%$$

β) Να υπολογίσετε τις καθαρές ταμειακές ροές για κάθε ένα από τα 2 έτη της επένδυσης.

Λύση:

ΚΤΡ= Έσοδα – Αρχικό Κόστος Επένδυσης K_0 – Κόστος Λειτουργίας – Φόροι – Μεταβολές στο Κεφάλαιο Κίνησης + Υπολειμματική Αξία

β) Το αρχικό κόστος για την υλοποίηση της νέας επένδυσης περιλαμβάνει οποιαδήποτε δαπάνη πραγματοποιήσει η εταιρία και το οποίο παγιοποιείται δηλ. τιμή αγοράς, έξοδα μεταφοράς και έξοδα εγκατάστασης. Επομένως:

Κόστος εγκατάστασης = 150.000 + 2.000 + 3.000 = €155.000 (K_0).

Η χρηματοδότηση από το ΕΣΠΑ αξίας €50.000 ευρώ είναι ανεξάρτητη από την πραγματοποίηση ή όχι της προτεινόμενης επένδυσης. Ως εκ τούτου δεν λαμβάνεται υπόψη στην αξιολόγηση της επένδυσης. (Βλέπε Τόμο Β, ενότητα 2.1.3. σελ. 50).

Για τον υπολογισμό του φόρου. Οι φόροι επί των κερδών υπολογίζονται από την σχέση (Βλέπε Τόμο Β, ενότητα 2.2, σελ. 54):

Φόροι = ΦΚ x ΦΣ

όπου: ΦΚ = Φορολογητέα Κέρδη = Έσοδα – Λειτουργικά Έξοδα – Αποσβέσεις και

ΦΣ = Φορολογικό Συντελεστή = 40%

Η ετήσια απόσβεση δίδεται από τη σχέση:

$$\frac{\text{κόστος εγκατάστασης - υπολειμματική αξία}}{\text{έτη λειτουργίας}}$$

Επομένως (155.000 – 50.000) / 2 = €52.500.

2017-2018 Τελικές Εξετάσεις Θ2

β) Να υπολογίσετε τις καθαρές ταμειακές ροές για κάθε ένα από τα 2 έτη της επένδυσης.

Λύση:

ΚΤΡ= Έσοδα – Αρχικό Κόστος Επένδυσης K_0 – Κόστος Λειτουργίας – Φόροι – Μεταβολές στο Κεφάλαιο Κίνησης + Υπολειμματική Αξία

Πίνακας: Υπολογισμός Τελικών Καθαρών Ταμειακών Ροών ανά Έτος

	0	Έτος 1	Έτος 2
(Α) Έσοδα			
Πωλήσεις		120.000	150.000
(Β) Έξοδα			
Μεταβλητό κόστος		30.000	40.000
Έξοδα διοίκησης & διάθεσης		5.500	6.000
(Γ) Αποσβέσεις		52.500	52.500
Φορολογητέα κέρδη = [(Α) - (Β) - (Γ)]		32.000	51.500
(Δ) Φόρος (40%)		12.800	20.600
$KTP_{\text{μετά φόρου}}$ = [(Α) - (Β) - (Δ)]		71.700	83.400
(Ε) (-) Μεταβολή σε κεφάλαιο κίνησης		20.000	5.000
(ΣΤ) (+) Προβλεπόμενη υπολειμματική αξία μηχανήματος			50.000
(Ζ) (+) Απελευθέρωση κεφαλαίου κίνησης			25.000
$KTP_{1\&2}$ = $KTP_{\text{μετά φόρου}}$ – (Ε)+(ΣΤ)+(Ζ)		51.700	153.400
Τελικές ΚΤΡ	-155.000	51.700	153.400

2017-2018 Τελικές Εξετάσεις Θ2

γ) Να αξιολογήσετε την επένδυση με την μέθοδο της Καθαρής Παρούσας Αξίας (ΚΠΑ) και να σχολιάσετε τα αποτελέσματα

Καθαρή Παρούσα Αξία (NPV) προκύπτει από:

$$ΚΠΑ = \sum_{t=1}^{\nu} \frac{KTP_t}{(1+i)^t} - K_0$$

$$\text{NPV} = -155.000 + \frac{51.700}{1+0,07} + \frac{153.400}{(1+0,07)^2} = 27.303,26>0$$

Από τα παραπάνω προκύπτει ότι η υπό εξέταση επένδυση εμφανίζει θετική Καθαρή Παρούσα Αξία και επομένως θα πρέπει να πραγματοποιηθεί.

2 Κατηγορίες Κινδύνων (sos)

1. Στον συστηματικό κίνδυνο (systematic risk) ή κίνδυνος της αγοράς (market risk)

Είναι ο κίνδυνος της επένδυσης ο οποίος συσχετίζεται με την συνολική αγορά και ο οποίος **δεν μπορεί να εξαλειφθεί με την διαφοροποίηση** του χαρτοφυλακίου. Ο κίνδυνος αυτός **οφείλεται σε δυνάμεις της αγοράς** που είναι ανεξάρτητες από την κάθε ξεχωριστή επένδυση που περιέρχεται στο χαρτοφυλάκιο του επενδυτή. Στην κατηγορία αυτή μπορούμε να πούμε ότι περιλαμβάνεται **ο κίνδυνος των επιτοκίων**, **ο κίνδυνος της αγοράς**, ο **κίνδυνος του πληθωρισμού**.

2. Στο μη συστηματικό κίνδυνο (unsystematic risk)

Είναι εκείνος ο κίνδυνος που οφείλεται **σε λόγους ιδιαίτερους για την κάθε ξεχωριστή επένδυση** και επομένως **μπορεί να εξαλειφθεί με την διαφοροποίηση** του χαρτοφυλακίου. Στην κατηγορία αυτή περιλαμβάνεται ο **επιχειρηματικός κίνδυνος, ο χρηματοοικονομικός κίνδυνος και ο κίνδυνος ρευστότητας.**

3. Συνολικός Κίνδυνος= Συστηματικός Κίνδυνος + Μη Συστηματικό Κίνδυνο

Συντελεστής μεταβλητότητας (Coefficient of Variation – CV): Σχετική μέτρηση του κινδύνου

Ο **συντελεστής μεταβλητότητας** Coefficient of Variation – **CV μετρά τον κίνδυνο ανά μονάδα αναμενόμενης απόδοσης** και καθορίζεται από το πηλίκο της διαίρεσης της τυπικής απόκλισης δια την αναμενόμενη απόδοση:

$$CV = \sigma/E(r)$$

Ο CV **χρησιμοποιείται** στις περιπτώσεις που οι επενδυτές **θέλουν να συγκρίνουν τον κίνδυνο επενδύσεων αλλά οι αναμενόμενες αποδόσεις τους παρουσιάζουν σημαντικές διαφορές**.

Σε αυτές τις περιπτώσεις, η διακύμανση και η τυπική απόκλιση είναι απόλυτες μετρήσεις της διασποράς και μπορεί να οδηγήσουν σε εσφαλμένα συμπεράσματα

Στην περίπτωση που έχουμε έναν ορθολογικό επενδυτή ενώπιον πχ δύο επενδύσεων και η μία του δίνει υψηλότερη απόδοση ενώ η άλλη του δίνει χαμηλότερο κίνδυνο.

Άσκηση

Ένας επενδυτής θέλει να αγοράσει μια από τις δυο μετοχές ποια θα πρέπει να διαλέξει ;

Δυνητική απόδοση μετοχής Α	Πιθανότητα	Δυνητική απόδοση μετοχής Β	Πιθανότητα
0,40	0,80	0,10	0,40
0,30	0,20	0,15	0,60

Λύση:

Άσκηση

ΥΠΗΡΕΣΙΕΣ ΨΗΦΙΑΚΗΣ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗΣ

Δυνητική απόδοση μετοχής Α	Πιθανότητα	Δυνητική απόδοση μετοχής Β	Πιθανότητα
0,40	0,80	0,10	0,40
0,30	0,20	0,15	0,60

Υπολογισμός Αναμενόμενης Απόδοσης: $E(r) = \sum_{i=1}^{n} r_i \cdot P_i$

Οπότε: $E(r_A) = (0{,}40 \cdot 0{,}80) + (0{,}30 \cdot 0{,}20) = 0{,}38$ και $E(r_B) = (0{,}10 \cdot 0{,}40) + (0{,}15 \cdot 0{,}60) = 0{,}13$

Υπολογισμός Κινδύνου: $\sigma = \sqrt{\sigma^2}$ και $\sigma^2 = \sum_{i=1}^{n} \left(r_i - E(r)\right)^2 \cdot P_i$

Οπότε: $\sigma_A^2 = (0{,}40 - 0{,}38)^2 0{,}8 + (0{,}30 - 0{,}38)^2 0{,}2 = 0{,}00032 + 0{,}00128 = 0{,}0016$

Άρα: $\sigma_A = \sqrt{\sigma_A^2} = \sqrt{0{,}0016} = 0{,}04$

Επίσης: $\sigma_B^2 = (0,10-0,13)^2 0,4 + (0,15-0,13)^2 0,6 = 0,00036 + 0,00024 = 0,0006$

Άρα: $\sigma_B = \sqrt{\sigma_B^2} = \sqrt{0,0006} = 0,0245$

Επένδυση	E(R)	σ
A	0,38	0,04
B	0,13	0,0245

Βάσει της αναμενόμενης απόδοσης θα επιλέξουμε την επένδυση με τη μεγαλύτερη προσδοκώμενη απόδοση, την επένδυση Α ενώ βάσει του κριτηρίου του κινδύνου θα επιλέξουμε την επένδυση με τη μικρότερη τυπική απόκλιση την επένδυση Β.

Επένδυση Α

$$CV_A = \frac{\sigma_A}{E(r_A)} = \frac{0,04}{0,38} = 0,105$$

Επένδυση Β

$$CV_B = \frac{\sigma_B}{E(r_B)} = \frac{0,0245}{0,13} = 0,1885$$

Ο επενδυτής βάσει του συντελεστή μεταβλητότητας θα διαλέξει την επένδυση Α γιατί έχει μικρότερη διασπορά κίνδυνου ανά μονάδα αναμενομένης απόδοσης σε σχέση με την επένδυση Β

Καθαρή Παρούσα Αξία ΚΠΑ (NPV)

Ως **ΚΠΑ** ορίζουμε **τη διαφορά της παρούσας αξία των καθαρών ταμειακών ροών ΚΤΡ** που θα αποφέρει μια επένδυση σε μια επιχείρηση **με το αρχικό κόστος K_o** της εν λόγω επένδυσης:

$$NPV = \sum_{t=1}^{n} \frac{KTP_t}{(1+r)^t} - K_o$$

Όπου r: το προεξοφλητικό επιτόκιο ή κόστος ευκαιρίας δηλαδή η καλύτερη απόδοση σε κάποια εναλλακτική επένδυση. Συνεπώς οι επενδυτές αναζητούν από την εν λόγω επένδυση απόδοση μεγαλύτερη ή ίση με r.

Παρατηρούμε ότι η **ΚΠΑ** σχετίζεται **θετικά με τις ΚΤΡ** και **αρνητικά με το χρόνο που λαμβάνουν χώρα οι ΚΤΡ και του προεξοφλητικού επιτοκίου**.

Κριτήρια αξιολόγησης επενδύσεων με χρήση ΚΠΑ:

Αν ΚΠΑ>0, η επένδυση γίνεται αποδεκτή

Αν ΚΠΑ= 0, οι επενδυτές είναι αδιάφοροι

Αν ΚΠΑ<0, η επένδυση απορρίπτεται

Η ΜΕΘΟΔΟΣ ΤΟΥ ΕΣΩΤΕΡΙΚΟΥ ΒΑΘΜΟΥ ΑΠΟΔΟΣΗΣ (ΕΒΑ)

(Internal Rate of return-IRR)

Η **εσωτερική απόδοση** είναι το επιτόκιο που εξισώνει την παρούσα αξία των προβλεπόμενων μελλοντικών Καθαρών Ταμιακών Ροών (ΚΤΡ) με το αρχικό κόστος της επένδυσης K_0.

Με άλλα λόγια, IRR είναι εκείνο το επιτόκιο για το οποίο η NPV= 0 δηλαδή:

$$\sum_{t=1}^{n} \frac{KTP_t}{(1+r)^t} - K_0 = 0$$

ΚΤΡ*ΣΠΑ PV

$$K\Pi A = 0 \Leftrightarrow \sum_{t=1}^{n} \Pi A_i - K_0 = 0 \Leftrightarrow \sum_{t=1}^{n} \frac{KTP}{(1+\boldsymbol{i_{EBA}})^t} - K_0 = 0 \Leftrightarrow \sum_{t=1}^{n} \frac{KTP}{(1+\boldsymbol{i_{EBA}})^t} = K_0$$

Πρακτικά, είναι **εκείνο το επιτόκιο με το οποίο παίρνουμε ακριβώς τα λεφτά μας πίσω από μια επένδυση που κάναμε χωρίς να έχουμε κάποιο κέρδος**.

Για να βρούμε το IRR δοκιμάζουμε διάφορα επιτόκια μέχρι να βρούμε εκείνο που NPV= 0

Στην ουσία οι δύο μέθοδοι χρησιμοποιούν τον ίδιο μαθηματικό τρόπο, μόνο που στην ΚΠΑ γνωρίζουμε το επιτόκιο και βρίσκουμε την ΚΠΑ, ενώ στη μέθοδο του ΕΒΑ έχουμε δεδομένη τη ΚΠΑ και ίση με το μηδέν και βρίσκουμε την τιμή του R που μηδενίζει την ΚΠΑ.

Όταν υπολογίσουμε το i_{EBA} , τότε θα πρέπει να δούμε:
Αν i_{EBA} > r, τότε η επένδυση είναι δεκτή.
Αν i_{EBA} < r, τότε η επένδυση δεν είναι αποδεκτή.
Αν i_{EBA} = r, τότε η επένδυση είναι αδιάφορη.

Όπου r το κόστος κεφαλαίου της επένδυσης.

Η χρήση του ΕΒΑ έχει τα παρακάτω μειονεκτήματα:

- Μια επένδυση μπορεί να έχει **περισσότερα από ένα ΕΒΑ** ή ακόμα και κανένα.
- Ο ΕΒΑ **δεν** λαμβάνει υπόψη του **το μέγεθος της επένδυσης.**
- **Δεν** λαμβάνεται υπόψη **το κόστος ευκαιρίας του κεφαλαίου** δηλαδή η απόδοση σε εναλλακτική τοποθέτηση του κεφαλαίου
- Είναι πολύ **χρονοβόρος** ειδικά όταν έχουμε καθαρές ταμειακές ροές πολλών ετών

ΚΠΑ vs ΕΒΑ

1. Κάνοντας χρήση του **ΕΒΑ δεν λαμβάνεται υπόψη η μεταβολή του προεξοφλητικού επιτοκίου.** Αντίθετα, η **ΚΠΑ επηρεάζεται αρνητικά από την αύξηση** και θετικά από τη μείωση του επιτοκίου. **Δεν λαμβάνεται δηλαδή υπόψη το η απόδοση που χάνεται** από μη τοποθέτηση του κεφαλαίου σε εναλλακτική επένδυση.
2. Στην μέθοδο **ΕΒΑ**, το **προεξοφλητικό επιτόκιο ταυτίζεται με τον ΕΒΑ που σημαίνει ότι προσδιορίζεται ενδογενώς** καθώς συναρτάται με τις ΚΤΡ και τον χρόνο που λαμβάνουν χώρα. **Στην ΚΠΑ, το προεξοφλητικό επιτόκιο προσδιορίζεται εξωγενώς από την αγορά κεφαλαίου.**
3. Μια επένδυση μπορεί να έχει **περισσότερα από ένα ΕΒΑ** και να οδηγήσεις σε μη σωστές αποφάσεις. Αντίθετα, η ΚΠΑ έχει μια και μοναδική τιμή.
4. Σε **μη συμβατικές επενδύσεις όπου έχουμε εναλλαγή των θετικών και των αρνητικών ΚΤΡ, ενδείκνυται η χρήση της ΚΠΑ.** Ο **ΕΒΑ δίνει πολλαπλά αποτελέσματα** με κίνδυνο λάθους. Στις **συμβατικές ε**πενδύσεις όπου έχουμε μόνο μια εναλλαγή στα πρόσημα των ΚΤΡ, **η χρήση και των δύο μεθόδων οδηγεί σε ίδια αποτελέσματα**. Μια ΚΠΑ>0 με δεδομένο I, συνάγεται ότι και ο ΕΒΑ>i.

ΚΠΑ vs ΕΒΑ

5. Η **ΚΠΑ αποτελεί ένα απόλυτο νούμερο** ενώ ο **ΕΒΑ είναι ένα ποσοστό**. **Η ΚΠΑ υπολογίζεται βάσει της καλύτερης εναλλακτικής απόδοσης** στην αγορά κεφαλαίου. Αντίθετα με τον **ΕΒΑ** δεν έχουμε εικόνα για την αποδοτικότητα της επένδυσης καθώς, ως ποσοστό, **αγνοεί το μέγεθος της επένδυσης**.

6. Στη περίπτωση των **αμοιβαία αποκλειόμενων** επενδύσεων, επειδή ο **ΕΒΑ** δεν είναι νούμερο αλλά ένα ποσοστό, **δεν λαμβάνει υπόψη το μέγεθος του κεφαλαίου που απαιτείται** για την πραγματοποίηση της επένδυσης. Εδώ **ενδείκνυται η χρήση της ΚΠΑ** καθώς **Ο ΕΒΑ επειδή δεν εξετάζει απόλυτα μεγέθη** αλλά ποσοστά **μπορεί να οδηγήσει σε λανθασμένα συμπεράσματα**.

7. Επιπρόσθετα, όταν έχουμε **αμοιβαία αποκλειόμενες επενδύσεις με διαφορετική διάρκεια**, **ο ΚΠΑ και ο ΕΒΑ δύνανται να δώσουν αντικρουόμενα αποτελέσματα**. Θυμίζουμε ότι ο ΕΒΑ σχετίζεται θετικά με το ύψος των ΚΤΡ και αρνητικά με την χρονική διάρκεια της επένδυσης. Πιο συγκεκριμένα, ο ΕΒΑ της επένδυσης με το μικρότερο κέρδος δεν αποκλείεται να είναι μεγαλύτερος από τον ΕΒΑ της επένδυσης με το μεγαλύτερο κέρδος. Αν πάλι τα επιτόκια στην αγορά κεφαλαίου είναι χαμηλά, η ΚΠΑ μεταξύ αμοιβαία αποκλειόμενων επενδύσεων μπορεί να ιεραρχήσει διαφορετικά τις εναλλακτικές επενδύσεις από τον ΕΒΑ.

Υπολογισμός του ΕΒΑ (IRR)

Α’ Τρόπος

Αν θέλουμε να υπολογίσουμε τον ΕΒΑ με βάση τον τύπο,

$$\sum_{t=1}^{n} \frac{KTP_t}{(1+r)^t} - K_0 = 0$$

τότε δοκιμάζουμε διάφορα επιτόκια μέχρι να βρούμε εκείνο το επιτόκιο που εξισώνει την παρούσα αξία των ΚΤΡ με το αρχικό κόστος της επένδυσης K_0

Β’ Τρόπος

Ένας άλλος τρόπος για τον υπολογισμό του ΕΒΑ είναι να βρούμε ένα επιτόκιο (R_2) το οποίο θα μας δίνει την πρώτη πιο μικρή αρνητική ΚΠΑ (ΚΠΑ <0).

Οπότε:

Για R_1 έχουμε ΚΠΑ >0

Για R_2 έχουμε ΚΠΑ <0

Οπότε ο ΕΒΑ θα βρίσκεται κάπου ανάμεσα στα 2 επιτόκια Δηλαδή :

$$EBA = R_1 + \left[\left(\frac{R_2 - R_1}{K\Pi A_{R1} + |K\Pi A_{R2}|}\right) * K\Pi A_{R1}\right]$$

Άσκηση

Να βρεθεί η απόδοση ενός εξαετούς ομολόγου ονομαστικής αξίας 100€ και επιτοκίου έκδοσης 8% στην τιμή 110€.

Λύση:

Βρίσκουμε το κουπόνι $C = c * FV \Leftrightarrow C = 8\% * 100 \Leftrightarrow C = 8$

$$110 = \frac{8}{1+YTM} + \frac{8}{(1+YTM)^2} + \frac{8}{(1+YTM)^3} + \frac{8}{(1+YTM)^4} + \frac{8}{(1+YTM)^5} + \frac{8}{(1+YTM)^6} + \frac{100}{(1+YTM)^6} \Leftrightarrow$$

$$\frac{8}{1+YTM} + \frac{8}{(1+YTM)^2} + \frac{8}{(1+YTM)^3} + \frac{8}{(1+YTM)^4} + \frac{8}{(1+YTM)^5} + \frac{108}{(1+YTM)^5} - 110 = 0$$

Συγκεκριμένα για

$$R_1 = 5\%$$

$$K\Pi A_1 = \frac{8}{1+0,05} + \frac{8}{(1+0,05)^2} + \frac{8}{(1+0,05)^3} + \frac{8}{(1+0,05)^4} + \frac{8}{(1+0,05)^5} + \frac{108}{(1+0,05)^6} - 110 = 5,23$$

Επομένως θα πρέπει να δοκιμάσουμε ένα υψηλότερο επιτόκιο προκειμένου να μηδενίσουμε την ΚΠΑ.

$$R_2 = 6\%$$

$$K\Pi A_2 = \frac{8}{1+0,06} + \frac{8}{(1+0,06)^2} + \frac{8}{(1+0,06)^3} + \frac{8}{(1+0,06)^4} + \frac{8}{(1+0,06)^5} + \frac{108}{(1+0,06)^6} - 110 = -0,17$$

$$k = \mathrm{EBA} = R_1 + \frac{R_2 - R_1}{\mathrm{K\Pi A}_1 + |\mathrm{K\Pi A}_2|} * \mathrm{K\Pi A}_1$$

Άσκηση

Επομένως ο ΕΒΑ, δηλαδή η απόδοση στη λήξη είναι ίση με

$$k = 0,05 + \frac{0,06 - 0,05}{5,23 + \left|-0,17\right|} * 5,23 = 0,0597 = 5,97\%$$

Διηνεκής ομολογία (perpetual bond)

Διηνεκής ομολογία (perpetual bond) είναι μία ομολογία η οποία δεν λήγει ποτέ και πληρώνει σταθερό ποσό τόκου στον κάτοχό της κατά περιοδικά χρονικά διαστήματα (όπως, π.χ., η Βρετανική Consol). Η οικονομική αξία (IV) μιας διηνεκούς ομολογίας βρίσκεται από τον τύπο[2]:

$$IV = \frac{C}{k} \qquad (4.3)$$

Όπου:

C= το ετήσιο τοκομερίδιο

k= το προεξοφλητικό επιτόκιο

Παράδειγμα 2 βιβλίου

Να βρεθεί η οικονομική αξία μιας διηνεκούς ομολογίας, εάν είναι γνωστό ότι το εκδοτικό της επιτόκιο είναι 12%, η ονομαστική της αξία 100.000 δρχ. και η απόδοση που απαιτούν οι επενδυτές για να αγοράσουν ομολογίες με τα ίδια χαρακτηριστικά είναι 6%.

Απάντηση:

Το ετήσιο τοκομερίδιο της ομολογίας είναι ίσο με $(0{,}12 \times 100.000 =)$ 12.000 δρχ. Άρα, η οικονομική αξία της ομολογίας είναι ίση με $[IV = (12.000/0{,}06) =]$ 200.000 δρχ.

Προνομιούχος Μετοχή

Ίδιο με διηνεκή ομολογία. Αντί για κουπόνι και ομολογία έχω μέρισμα και μετοχή

Προνομιούχος μετοχή. Στις ΗΠΑ η οικονομική αξία (IV) μιας προνομιούχου μετοχής βασίζεται στη τακτική καταβολή σταθερού μερίσματος στον κάτοχό της και βρίσκεται από τον τύπο[3]:

$$IV = \frac{D}{k} \tag{4.4}$$

όπου D = το συγκεκριμένο ετήσιο μέρισμα ανά μετοχή που διανέμει η προνομιούχος μετοχή.

Παράδειγμα 3 βιβλίου

Να βρεθεί η οικονομική αξία μιας προνομιούχου μετοχής στις ΗΠΑ, η οποία έχει ονομαστική αξία 120 δολάρια και δίνει μέρισμα 7% της ονομαστικής της αξίας, το οποίο καταβάλλεται μία φορά τον χρόνο. Η απόδοση που απαιτούν οι επενδυτές για να αγοράσουν προνομιούχες μετοχές με τα ίδια χαρακτηριστικά είναι 5%.

Απάντηση:

Το ετήσιο μέρισμα της προνομιούχου μετοχής είναι ίσο με ($0,07 \times 120 =$) \$8,4. Άρα, η οικονομική αξία της μετοχής είναι ίση με [IV = (8,4/0,05) =] \$168.

Ρυθμός μεγέθυνσης κερδών και μερισμάτων g: υπολογισμός

g= b*ROE

ROE = αποδοτικότητα Ιδίων Κεφαλαίων (Return on Equity)

ROE= Κέρδη / Ιδία Κεφάλαια

b= ποσοστό των παρακρατούμενων κερδών

Άρα, ποσοστό διανεμηθέντων κερδών δηλαδή μερισμάτων d:

d= 1 - b

Άσκηση

Η εταιρεία ΟΠΑΠ Α.Ε. πραγματοποιεί κέρδη ανά μετοχή 1€ και επιτυγχάνει απόδοση ιδίων κεφαλαίων (ROE) 3%, ενώ η απόδοση εναλλακτικής τοποθέτησης ισοδύναμου κινδύνου είναι 5%.

(α) Εκτιμήστε την τιμή της μετοχής του ΟΠΑΠ όταν η εταιρεία διανέμει το 50% των ετήσιων κερδών της ως μέρισμα.

Λύση:

Μας δίνεται ότι:

ΚΑΜ= 1

ROE= 0,03

K_{μ}= 0,05

Άσκηση

Επειδή η άσκηση δεν οριοθετεί χρονικά την αύξηση των κερδών της, θεωρούμε ότι τα κέρδη της αυξάνονται με ένα ρυθμό g για **πάντα**. Κατά συνέπεια για την αποτίμηση της μετοχής, θα χρησιμοποιήσουμε τον τύπο του Gordon:

$$P_0 = \frac{d_1}{k_\mu - g}$$

Γνωρίζουμε ότι το μέρισμα d_1 της επόμενης περιόδου προκύπτει ως εξής:

$d_{1=}$ $d_0(1+g)$

Όμως:

d_0= ΚΑΜ*0,5= 1*0,5= 0,5

Άσκηση

ο ρυθμός μεγέθυνσης g δίνεται από:

g= b*ROE

Όπου b: το ποσοστό των παρακρατηθέντων κερδών= 1-d= 1-0,5= 0,5

Οπότε:

g= 0,5*0,03= 0,015

Και $d_{1=}$ d_0(1+g)= 0,5(1+0,015)= 0,5075

Κατά συνέπεια, η τιμή της μετοχής είναι:

$$P_0 = \frac{d_1}{k_\mu - g} = \frac{0,5075}{0,05-0,015} = \frac{0,5075}{0,05-0,015} = 14,5$$

Άσκηση

(β) Εκτιμήστε την τιμή της μετοχής του ΟΠΑΠ όταν η εταιρεία διανέμει το 100% των ετήσιων κερδών της ως μέρισμα

Λύση:

Από τη στιγμή μου διανέμει όλα της τα κέρδη:

d_0= ΚΑΜ*1= 1*1= 1

ο ρυθμός μεγέθυνσης g δίνεται από:

g= b*ROE= 0* ROE=0

Κατά συνέπεια, η τιμή της μετοχής είναι:

$$P_0 = \frac{d_1}{k_\mu - g} = \frac{1}{0{,}05 - 0} = 20$$

Άσκηση

(γ) Ένα η τιμή της μετοχής στο χρηματιστήριο είναι 10,2€ , τι συμπεράσματα βγάζετε για την αποτίμηση της μετοχής σε κάθε περίπτωση;
Λύση:

Σύμφωνα με την χρηματιστηριακή τιμή, η μετοχή είναι υποτιμημένη.

Ο δείκτης P/E (Price to Earning ratio – P/E) ή Πολλαπλασιαστής Κερδών (Earnings Multiplier) - Ορισμός

Ο δείκτης τιμή μετοχής προς κέρδη ανά μετοχή [price-to-earnings (P/E) ratio], ο οποίος λέγεται και **πολλαπλασιαστής κερδών** (earnings multiplier), υπολογίζεται ως η τρέχουσα τιμή της μετοχής της εταιρείας διά τα κέρδη των τελευταίων δώδεκα μηνών ανά μετοχή.

$$\text{Λόγος Τιμής προς Κέρδη ανά Μετοχή} = \frac{\text{Χρηματιστηριακή Τιμή ανά Μετοχή}}{\text{Κέρδη ανά Μετοχή}}$$

Πολλαπλασιαστής Κερδών: $\dfrac{P_{\text{ΧΡΗΜΑΤΙΣΤΗΡΙΟΥ (ΑΓΟΡΑΣ)}}}{E_0}$

Ο δείκτης P/E (Price to Earning ratio – P/E) ή Πολλαπλασιαστής Κερδών (Earnings Multiplier) – ΤΙ δείχνει

- Παρουσιάζει **πόσες φορές είναι διατεθειμένη η αγορά (δηλαδή οι επενδυτές) να πληρώσει τα κέρδη που αντιστοιχούν σε κάθε μία μετοχή**. Για αυτό λοιπόν ο δείκτης P/E ονομάζεται και πολλαπλασιαστής κερδών

- Δείχνει **πόσα χρόνια** χρειάζεται **ο επενδυτής για να ανακτήσει τα χρήματα που έδωσε για να αγοράσει τη μετοχή της εταιρείας** υπό την προϋπόθεση ότι τα κέρδη ανά μετοχή παραμένουν σταθερά διαχρονικά

Πχ αν P= 10€ και E= 5€ ανά έτος

Τα 5€ αντιστοιχούν σε	1 έτος
Τα 10€ αντιστοιχούν σε πόσα	Έτη Χ ? X= 10/5= 2 έτη

Ο δείκτης P/E (Price to Earning ratio – P/E) ή Πολλαπλασιαστής Κερδών (Earnings Multiplier) – ΤΙ δείχνει

- **Εάν** ο δείκτης P/E της μετοχής μιας εταιρείας είναι υψηλός σε σύγκριση με τον δείκτη P/E του κλάδου ή της συνολικής αγοράς **(P/E εταιρείας > P/E αγοράς)** τότε η εταιρεία ***<u>είτε</u>*** **προτιμάται από τους επενδυτές** γιατί θεωρείται ότι είναι μία από τις καλύτερες το κλάδου ***<u>είτε</u>*** η εταιρεία είναι **υπερτιμημένη συγκριτικά με τον αντίστοιχο δείκτη της αγοράς** διότι οι επενδυτές έχουν **υπερεκτιμήσει** τις δυνατότητές της.

- **Ένας** χαμηλός δείκτης P/E της μετοχής μιας εταιρείας **(P/E εταιρείας < P/E αγοράς)** υποδηλώνει ότι ***<u>είτε</u>*** η **εταιρεία δεν προτιμάται από τους επενδυτές** (το οποίο μπορεί να οφείλεται στο ότι η διοίκηση ή **οι προοπτικές της εταιρείας δεν είναι καλές**) **είτε** είναι **υποτιμημένη συγκριτικά με τον αντίστοιχο δείκτη της αγοράς** διότι οι επενδυτές έχουν **υποεκτιμήσει** τις δυνατότητές της.

Αποτίμηση με χρήση του δείκτη τιμή προς κέρδη (Price to Earning ratio – P/E)

Σε περίπτωση που θέλουμε να υπολογίσουμε την Οικονομική Αξία ή Εσωτερική ή Εύλογη Τιμή ή απλά την Τιμή P μιας μετοχής, τότε κάνουμε χρήση της παρακάτω σχέσης:

$$\left(\frac{P_{0\ \mathrm{ΑΓΟΡΑΣ}}}{\mathrm{E}_0}\right)_{\mathrm{ΔΕΙΚΤΗΣ\ ΑΓΟΡΑΣ}} = \frac{\mathrm{P}_{\mathrm{ΔΙΚΑΙΗ}}}{\mathrm{E}_1}$$

E_0=Κέρδη ανά μετοχή τρέχοντος έτους

E_1= Αναμενόμενα κέρδη ανά μετοχή επόμενης περιόδου

Αποτίμηση με χρήση του δείκτη τιμή προς κέρδη (Price to Earning ratio – P/E)

Ο λόγος $\frac{\mathrm{P}_{\mathrm{ΔΙΚΑΙΗ}}}{\mathrm{E}_1}$ **δείχνει την τιμή** που είναι διατεθειμένοι να **πληρώσουν οι επενδυτές** για να **αγοράσουν τη μετοχή για κάθε 1€ αναμενόμενων κερδών** της επιχείρησης.

Αποδεικνύεται ότι:

$$\frac{P_{ΔΙΚΑΙΗ}}{E_1} = \frac{1-b}{k_\mu - g}$$

Όπου d= 1 – b ποσοστό πληρωμής μερίσματος του επόμενου έτους

b: ποσοστό παρακρατούμενων κερδών του επόμενου έτους

E_1= αναμενόμενα κέρδη επόμενου έτους

Περίπτωση μηδενικής ανάπτυξης (no growth model) ο δείκτης P/E γίνεται:

$$\frac{\mathrm{P}}{E_1} = \frac{1-b}{k_\mu - g} \quad (1)$$

Αφού ο ρυθμός ανάπτυξης g= 0 συνεπάγεται ότι τα κέρδη και το μέρισμα παραμένουν Σταθερά δηλ:

$$E_1 = E$$

Επίσης, μηδενική ανάπτυξη σημαίνει ότι η επιχείρηση δεν πραγματοποιεί επενδύσεις είτε μέσω δανεισμού είτε Μέσω παρακράτησης κερδών δηλαδή: b= 0 οπότε,
η (1) γίνεται:

$$\frac{\mathrm{P}}{E_1} = \frac{1-b}{k_\mu - g} \underset{\substack{E_1=E \\ g=0 \\ b=0}}{\Longleftrightarrow} \frac{\mathrm{P}}{E} = \frac{1}{k_\mu}$$

Από τι εξαρτάται ο δείκτης τιμή προς κέρδη (Price to Earning ratio – P/E)

$$\frac{P_{\text{ΕΣΩΤΕΡΙΚΗ}}}{E_1} = \frac{1-b}{k_\mu - g}$$

- το αναμενόμενο ποσοστό των διανεμόμενων κερδών της εταιρείας (ή το ποσοστό των παρακρατούμενων κερδών της)·
- την απαιτούμενη από τους επενδυτές απόδοση της μετοχής της εταιρείας (η οποία συνδέεται με τα επιτόκια που επικρατούν στην αγορά)·
- το αναμενόμενο ποσοστό μεγέθυνσης των μερισμάτων της εταιρείας.

Αδυναμίες του δείκτη τιμή προς κέρδη (Price to Earning ratio – P/E)

Από τους παράγοντες αυτούς, εκείνοι οι οποίοι επηρεάζουν περισσότερο τον δείκτη P/E μιας εταιρείας είναι η απαιτούμενη απόδοση και το ποσοστό μεγέθυνσης των μερισμάτων. Μία, έστω και μικρή, μεταβολή σε έναν από τους παράγοντες αυτούς θα επιφέρει μία μεγάλη μεταβολή στον δείκτη P/E. Στο σημείο αυτό θα πρέπει να υπογραμμίσουμε ότι οι παράγοντες αυτοί πολλές φορές αλληλοεπηρεάζονται. Για παράδειγμα, μία αύξηση του ποσοστού των διανεμόμενων κερδών μιας εταιρείας θα επιφέρει αύξηση του δείκτη P/E, εάν όλα τα άλλα παραμείνουν σταθερά. Δυστυχώς, όμως, η ενέργεια αυτή της εταιρείας είναι πιθανό να μειώσει τις επενδύσεις της, και επομένως και τα μελλοντικά της κέρδη. Το αποτέλεσμα της μείωσης των μελλοντικών κερδών θα είναι η μείωση του ποσοστού μεγέθυνσης των μερισμάτων της εταιρείας. Το τελευταίο θα επιφέρει μείωση του δείκτη P/E της εταιρείας, και επομένως θα αντισταθμιστεί η θετική επίδραση στον δείκτη P/E που είχε η αρχική ενέργεια της εταιρείας.

$$\frac{\mathrm{P}}{E_1} = \frac{1-b}{k_\mu - g}$$

Αδυναμίες του δείκτη τιμή προς κέρδη (Price to Earning ratio – P/E)

- **Αδυναμία** του ίδιου του δείκτη **να λάβει υπόψη τη δυναμική πορεία και την ενδεχόμενη δυναμική μεγέθυνση μιας εισηγμένης στο Χρηματιστήριο εταιρείας**.
- Μια άλλη αδυναμία αποτελεί **η απουσία διαχωρισμού των πηγών των κερδών που χρησιμοποιούνται για τον υπολογισμό του δείκτη**. Κάποια από τα κέρδη που εμφανίζονται, **ενδέχεται να οφείλονται σε έκτακτα γεγονότα** και να **μην σχετίζονται με την κύρια παραγωγική δραστηριότητα** της εταιρείας, **με αποτέλεσμα τα κέρδη να εμφανίζονται αυξημένα.** Παρόμοια, είναι πιθανό τα κέρδη να εμφανίζονται μειωμένα λόγω έκτακτων ζημιών, οδηγώντας, λοιπόν, σε κάθε περίπτωση στην εξαγωγή εσφαλμένων συμπερασμάτων

Αδυναμίες του δείκτη τιμή προς κέρδη (Price to Earning ratio – P/E)

- Ακόμα, επειδή για την εξαγωγή συμπερασμάτων και τη λήψη αποφάσεων απαιτείται η σύγκριση του δείκτη με κάποιο δεδομένο πρότυπο (relative analysis) ο καθορισμός του κατάλληλου προτύπου μπορεί να είναι προβληματικός. Είναι **πιθανό ολόκληροι κλάδοι, σε συγκεκριμένες χρονικές περιόδους, να εμφανίζονται υπερτιμημένοι (overvalued)** από την αγορά. Στην περίπτωση αυτή, **μια επιχείρηση που έχει χαμηλότερο P/E συγκριτικά με τις ομοειδείς της εταιρείες, δεν σημαίνει πως η μετοχή της είναι «φθηνότερη» ή ενέχει κάποιο κίνδυνο, αφού ο κλάδος είναι σημαντικά υπερτιμημένος.**

Αδυναμίες του δείκτη τιμή προς κέρδη (Price to Earning ratio – P/E)

Επιπρόσθετα, ο δείκτης δεν είναι σε θέση να δώσει ορθή αξιολόγηση για εταιρίες με χαμηλά ή και μηδενικά κέρδη, καθώς τείνει να υποεκτιμά κατά την αξιολόγηση αυτές τις εταιρίες, μη λαμβάνοντας υπόψην την υψηλή πάγια περιουσία, την υψηλή τεχνογνωσία και άλλα στοιχεία που πιθανόν διαθέτουν.

Αδυναμίες του δείκτη τιμή προς κέρδη (Price to Earning ratio – P/E)

Ακόμη, αξιοσημείωτη είναι και η μείωση της αξίας του δείκτη στη σύγκριση μεταξύ δύο εταιριών σε περίπτωση που δε χρησιμοποιούν τον ίδιο τρόπο λογιστικής απεικόνισης το οποίο σημαίνει διαφορετικό τρόπο υπολογισμού αποσβέσεων, διαφορετική πολιτική κατά την κατάρτιση των προβλέψεων

Αδυναμίες του δείκτη τιμή προς κέρδη (Price to Earning ratio – P/E)

Τέλος, ο δείκτης αδυνατεί να αξιολογήσει σωστά εταιρίες που επενδύουν συνεχώς σε νέα προγράμματα, καθώς το κόστος χρηματοδότησης των επενδύσεων αλλά και οι υψηλές αποσβέσεις που εγγράφονται στους ισολογισμούς τους επηρεάζουν αρνητικά τα κέρδη στο μεσοπρόθεσμο διάστημα κι επομένως ο δείκτης φαίνεται να απαξιώνει εταιρίες με δυναμική ανάπτυξης στο μέλλον

Αποτίμηση με χρήση του δείκτη τιμή προς κέρδη (price to earnings ratio – P/E) – Παράδειγμα

Έστω η επιχείρηση Χ η οποία επανεπενδύει το 60% των κερδών της, ενώ η απόδοση

των ιδίων κεφαλαίων της είναι 15%. Εάν η απαιτούμενη απόδοση από τη μετοχή είναι

12,5% και ο αναμενόμενος μακροπρόθεσμος ρυθμός αύξησης των μερισμάτων είναι

9%, να υπολογιστούν: 1) ο λόγος P/E με τον οποίο πρέπει να διαπραγματεύεται

σήμερα η μετοχή και 2) η θεωρητικά σωστή τιμή της εάν τα φετινά κέρδη της είναι 2€

ανά μετοχή. Εάν ο ανακοινωμένος στον τύπο σήμερα λόγος P/E είναι 10, η μετοχή

θεωρείται αγοραστική ευκαιρία και με ποιες προϋποθέσεις;

b= 0,6

ROE= 0,15

K_{μ}= 0,125

g= 0,09

Φετινά κέρδη E= 2€

Λόγος που έχει ανακοινωθεί $\frac{P}{\mathrm{E}} = 10$

Αποτίμηση με χρήση του δείκτη τιμή προς κέρδη (price to earnings ratio – P/E) – Παράδειγμα

Να υπολογιστούν: 1) ο λόγος P/E με τον οποίο πρέπει να διαπραγματεύεται σήμερα η μετοχή.

Λύση:

$$\frac{P_{\text{ΕΣΩΤΕΡΙΚΗ}}}{E_1} = \frac{\overbrace{1-b}^{\mathbf{d}}}{k_{\mu} - g}$$

$$\frac{P}{E_1} = \frac{d}{k-g} = \frac{0{,}4}{0{,}125 - 0{,}09} = 11{,}4$$

Αποτίμηση με χρήση του δείκτη τιμή προς κέρδη (Price to Earnings ratio – P/E) – Παράδειγμα

και 2) η θεωρητικά σωστή τιμή της εάν τα φετινά κέρδη της είναι 2€ ανά μετοχή. Εάν ο ανακοινωμένος στον τύπο σήμερα λόγος P/E είναι 10, η μετοχή θεωρείται αγοραστική ευκαιρία και με ποιες προϋποθέσεις;

Λύση:

Γνωρίζοντας από το προηγούμενο ερώτημα ότι:

$$\frac{P}{E_1} = 11{,}4$$

η θεωρητικά σωστή τιμή P= E_1*11,4 (1)

Όμως, E_1= E*(1+g)= 2*(1+0,09)= 2,18

Οπότε, η (1) γίνεται: $P = 2{,}18 * 11{,}4 = 24{,}852$

Αποτίμηση με χρήση του δείκτη τιμή προς κέρδη (Price to Earnings ratio – P/E) – Παράδειγμα

Εάν ο ανακοινωμένος στον τύπο σήμερα λόγος P/E είναι 10, η μετοχή θεωρείται αγοραστική ευκαιρία και με ποιες προϋποθέσεις;

Λύση:

Αφού ο σημερινός λόγος P/E είναι 10, αυτό σημαίνει ότι η τιμή της μετοχής είναι:

$$\frac{P}{E} = 10 \Rightarrow P = 10 \times 2€ = 20€$$

Άρα **αποτελεί αγοραστική ευκαιρία**, με την **προϋπόθεση** ότι η **επενδυτική και μερισματική της πολιτική θα παραμείνει ίδια** και η απόδοση ιδίων κεφαλαίων της θα παραμείνει στο 15%, κάτι που θα διατηρήσει το ρυθμό αύξησης μερισμάτων στο 9% μακροπρόθεσμα.

Ερμηνεία του δείκτη P/E

εάν ο δείκτης P/E της μετοχής μιας εταιρείας είναι υψηλός σε σύγκριση με τον δείκτη P/E του κλάδου ή της συνολικής αγοράς, τότε είτε η εταιρεία προτιμάται από τους επενδυτές γιατί θεωρείται ότι είναι μία από τις καλύτερες του κλάδου είτε η εταιρεία είναι υπερτιμημένη διότι οι επενδυτές έχουν υπερεκτιμήσει τις δυνατότητές της. Αντίθετα, ένας χαμηλός δείκτης P/E της μετοχής μιας εταιρείας υποδηλώνει ότι είτε η εταιρεία δεν προτιμάται από τους επενδυτές (το οποίο μπορεί να οφείλεται στο ότι η διοίκηση ή οι προοπτικές της εταιρείας δεν είναι καλές) είτε είναι υποτιμημένη από την αγορά (διότι οι επενδυτές έχουν υποεκτιμήσει τις δυνατότητές της).

Αποτελεσματική Αγορά (Efficient Market)

Επομένως, ως **αποτελεσματική αγορά (efficient market)** ορίζουμε αυτήν την αγορά όπου η **αγοραία τιμή κάθε χρεογράφου** είναι **ίση με την εσωτερική** (ή επενδυτική ή οικονομική ή εύλογη ή δίκαιη) του αξία

Υπενθύμιση: **εσωτερική** (ή **επενδυτική** ή **οικονομική** ή **εύλογη** ή **δίκαιη**) αξία **είναι η τιμή** της μετοχής όπως αυτή προκύπτει από τους υπολογισμούς μας

Με άλλα λόγια, η **τιμή των αξιογράφων ενσωματώνει όλη την πληροφορία** που είναι διαθέσιμη στους επενδυτές σχετικά με την αξία τους.

Δηλαδή, **η αναζήτηση χρεογράφων που είναι υποτιμημένα**, είτε με τη βοήθεια της **τεχνικής ανάλυσης**, όπου οι αναλυτές εξετάζουν την **παρελθοντική συμπεριφορά των τιμών** των χρεογράφων, είτε με τη βοήθεια της **θεμελιώδους ανάλυσης**, όπου οι αναλυτές εξετάζουν **τα προβλεπόμενα κέρδη και μερίσματα** των επιχειρήσεων, τον κλάδο στον οποίο ανήκουν, την βιομηχανία και την οικονομία γενικότερα, **δεν θα είναι επιτυχής**

Αποτελεσματική Αγορά (Efficient Market) - Παρατηρήσεις

- Αποτελεσματική αγορά **δεν** σημαίνει ότι η τιμή του αξιογράφου θα είναι ίση με την οικονομική του αξία **σε κάθε χρονική στιγμή**. Σημαίνει ότι οι **αποκλίσεις μεταξύ της τιμής και της οικονομικής αξίας του αξιογράφου εμφανίζονται τυχαία.**

- Αφού οι **αποκλίσεις** εμφανίζονται τυχαία, **δεν μπορούν να προβλεφθούν** χρησιμοποιώντας οποιοδήποτε οικονομικό μέγεθος (μεταβλητή) (π.χ. τα κέρδη μιας επιχείρησης, το ΑΕΠ της χώρας, τα επιτόκια κλπ.). Συνεπώς, **δεν μπορεί ένας επενδυτής να εκμεταλλευτεί συστηματικά τις αποκλίσεις για να επιτυγχάνει αποδόσεις ανώτερες από τη μέση απόδοση της αγοράς.**

Μορφές Αποτελεσματικής Αγοράς (Fama 1970)

Μορφές Αποτελεσματικής Αγοράς	Σύνολο Πληροφοριών που Αντανακλάται στις Τιμές των Χρεογράφων
1. Ασθενής	Παρελθοντικές τιμές των χρεογράφων.
2. Ημι-ισχυρή	Όλες οι δημόσια διαθέσιμες πληροφορίες.
3. Ισχυρή	Όλες οι πληροφορίες, και οι δημόσιες και οι ιδιωτικές.

Ασθενώς Αποτελεσματική (Weak Form Efficient) Αγορά

Μια αγορά θα μπορεί να περιγραφεί σαν **ασθενώς αποτελεσματική** (weak form efficient), εάν είναι **αδύνατο να επιτευχθούν υπεραποδόσεις** (εκτός κι αν αυτό συμβεί τυχαία), **χρησιμοποιώντας παρελθοντικές τιμές** για την λήψη αποφάσεων αγοράς ή πώλησης

Ημι-ισχυρώς Αποτελεσματική (Semi-strong Form Efficient) Αγορά

Μια αγορά θα μπορεί να χαρακτηριστεί σαν **ημι-ισχυρώς αποτελεσματική** (semi-strong form efficient), εάν **είναι αδύνατο να επιτευχθούν υπεραποδόσεις** (εκτός κι αν αυτό συμβεί τυχαία), **χρησιμοποιώντας δημόσια διαθέσιμες πληροφορίες** για την λήψη αποφάσεων αγοράς ή πώλησης.

Ισχυρώς Αποτελεσματική (Strong Form Efficient) Αγορά

Μια αγορά θα μπορεί να χαρακτηριστεί σαν **ισχυρώς αποτελεσματική** (strong form efficient), εάν είναι **αδύνατον να πραγματοποιηθούν υπεραποδόσεις** (εκτός κι αν αυτό συμβεί τυχαία), **χρησιμοποιώντας οποιαδήποτε πληροφορία**, δημόσια ή ιδιωτική για την λήψη αποφάσεων αγοράς ή πώλησης.

Αναμενόμενη απόδοση αξιόγραφου

Στο κεφάλαιο 2 (Απόδοση και Κίνδυνος) αναφέραμε ότι η αναμενόμενη απόδοση ενός αξιογράφου είναι ο σταθμικός μέσος όρος όλων των δυνητικών αποδόσεων του αξιογράφου, στον οποίο η κάθε δυνητική απόδοση σταθμίζεται από την αντίστοιχη πιθανότητα να συμβεί. Άρα, η αναμενόμενη απόδοση ενός αξιογράφου είναι:

$$E(r) = \sum_{i=1}^{n} P_i r_i \qquad (6.1)$$

όπου $E(r)$ = η αναμενόμενη ή προσδοκώμενη απόδοση του αξιογράφου, P_i = η πιθανότητα να συμβεί η i δυνητική απόδοση του αξιογράφου (και $\sum P_i = 1$), r_i = η i δυνητική απόδοση του αξιογράφου και n = ο αριθμός των δυνητικών αποδόσεων.

Αναμενόμενη απόδοση ενός χαρτοφυλακίου

$$E(R_p) = \sum_{i=1}^{n} w_i \cdot E(R_i) = w_1 \cdot E(R_1) + w_2 \cdot E(R_2) + \ldots + w_n \cdot E(R_n)$$

$E(R_p)$: η προσδοκώμενη απόδοση του χαρτοφυλακίου.

w_i : *το ποσοστό των επενδυμένων κεφαλαίων στο χρεόγραφο i ως προς τη συνολική αξία του χαρτοφυλακίου.*

$E(R_i)$: *η προσδοκώμενη απόδοση του i χρεογράφου.*

n : το *σύνολο των επενδύσεων που περιλαμβάνονται στο χαρτοφυλάκιο.*

Το άθροισμα των ποσοστών των επιμέρους επενδύσεων του χαρτοφυλακίου θα πρέπει να είναι **ίσο με 1. Δηλαδή:** $\sum_{i=1}^{n} w_i = w_1 + w_2 + \ldots + w_n = 1$

Κίνδυνος ενός αξιόγραφου

Στο ίδιο κεφάλαιο ορίσαμε ως κίνδυνο τη μεταβλητότητα των δυνητικών αποτελεσμάτων γύρω από την αναμενόμενη τιμή τους. Επιπλέον, αναφέραμε ότι ένα στατιστικό μέτρο της διασποράς των δυνητικών αποτελεσμάτων γύρω από την αναμενόμενη τιμή τους είναι η τυπική απόκλιση (και η διακύμανση). Άρα, η τυπική απόκλιση των αναμενόμενων αποδόσεων ενός αξιογράφου δίνεται από τη σχέση:

$$\sigma = \left\{ \sum_{i=1}^{n} P_i [r_i - E(r)]^2 \right\}^{1/2} \qquad (6.2)$$

όπου σ = η τυπική απόκλιση των αναμενόμενων αποδόσεων ενός αξιογράφου, P_i = η πιθανότητα να συμβεί η i δυνητική απόδοση του αξιογράφου, r_i = η i δυνητική απόδοση του αξιογράφου, E(r) = η αναμενόμενη ή προσδοκώμενη απόδοση του αξιογράφου και n = ο αριθμός των δυνητικών αποδόσεων.

Κίνδυνος ενός αξιόγραφου

Σε περίπτωση που εξετάζουμε πραγματικές και όχι αναμενόμενες αποδόσεις (δηλαδή τα αποτελέσματα δεν έχουν κάποιο συντελεστή βαρύτητας) τότε στον τύπο του κινδύνου αντί για αναμενόμενη απόδοση E(r) έχω τον μέσο όρο $\bar{x}$ των αποδόσεων:

$$\sigma_i = \sqrt{\sigma_i^{\,2}} = \sqrt{\frac{1}{N}\sum[(r_i - \bar{r})]^2}$$

Όπου: r_i = οι παρατηρούμενες αποδόσεις

r = η μέση απόδοση (ο μέσος όρος των αποδόσεων που χρησιμοποιούνται)

N = ο αριθμός των παρατηρήσεων

Κίνδυνος ενός αξιόγραφου

Αν έχω δείγμα παρατηρήσεων ο παραπάνω τύπος γίνεται:

Κίνδυνος (τυπική απόκλιση του δείγματος): $\sigma = \left[\frac{\sum_{i=1}^{n} \left(X_i - \bar{X} \right)^2}{(n-1)} \right]^{1/2}$

Κίνδυνος δείγματος και πληθυσμού

Αν εξετάζω δείγμα τότε διαιρώ με n-1 και η τυπική απόκλιση συμβολίζεται με s.

Αν εξετάζω πληθυσμό τότε διαιρώ με n και η τυπική απόκλιση συμβολίζεται με σ.

Κίνδυνος χαρτοφυλακίου με δύο αξιόγραφα

$$\sigma_p^2 = w_1^2 \cdot \sigma_1^2 + w_2^2 \cdot \sigma_2^2 + 2 \cdot w_1 \cdot w_2 \cdot COV(R_1, R_2)$$

w_1: το ποσοστό του κεφαλαίου που έχει επενδυθεί στο χρεόγραφο 1

w_2: το ποσοστό του κεφαλαίου που έχει επενδυθεί στο χρεόγραφο 2

$cov(R_1, R_2)$: η συνδιακύμανση των αποδόσεων του χαρτοφυλακίου

Χρησιμοποιείται (η τυπική απόκλιση των αποδόσεων του χαρτοφυλακίου) για να μετρήσει τον κίνδυνο του χαρτοφυλακίου.

Συνδιακύμανση σ_{ij} ή Cov (Covariance) των Αποδόσεων του Χαρτοφυλακίου

$$COV(R_1,R_2)=\sigma_{1,2}=\sigma_1\cdot\sigma_2\cdot\rho_{1,2} \quad \text{και} \quad COV(R_1,R_2)=\sum P_i\cdot\left[R_{1i}-E(R_1)\right]\cdot\left[R_{2i}-E(R_2)\right]$$

$\rho_{1,2}$: ο συντελεστής συσχέτισης των αποδόσεων των χρεογράφων Α και Β.

P_i : η πιθανότητα τα επενδυτικά στοιχεία να έχουν μια συγκεκριμένη τιμή, να συμβεί η δυνητική απόδοση του καθενός αξιόγραφου.

Χρησιμοποιείται για να μετρήσει μέχρι ποιο σημείο οι αναμενόμενες αποδόσεις των επενδύσεων στο χαρτοφυλάκιο αλληλεξαρτώνται ή αλληλοεπηρεάζονται.

Η συνδιακύμανση των αποδόσεων των επενδύσεων στο χαρτοφυλάκιο μετρά την ομοιότητα ή την ανομοιότητα στη συμπεριφορά των αποδόσεων.

Συνδιακύμανση σ_{ij} ή Cov (Covariance)

Αν πράγματι οι δύο μεταβλητές σχετίζονται, τότε όπως μεταβάλλεται η μια (x) γύρω από τη μέση τιμή της, με παρόμοιο τρόπο (ή με ακριβώς αντίθετο τρόπο) θα μεταβάλλεται και η άλλη (y) γύρω από τη μέση τιμή της

Θετική Συνδιακύμανση: οι μεταβλητές μεταβάλλονται προς την ίδια κατεύθυνση από τη μέση τιμή τους

- Αρνητική Συνδιακύμανση: οι μεταβλητές μεταβάλλονται προς την αντίθετη κατεύθυνση από τη μέση τιμή τους
- Πρόβλημα: Πως καταλαβαίνουμε αν η Συνδιακύμανση (και επομένως η σχέση) είναι μεγάλη;

Συντελεστής συσχέτισης ρ των Αποδόσεων του Χαρτοφυλακίου

Τύπος συντελεστή συσχέτισης $\rho_{1,2} = \frac{\sigma_{1,2}}{\sigma_1 * \sigma_2}$

Χρησιμοποιείται για να μετρήσει τη συσχέτιση δηλαδή **το βαθμό στον οποίο οι αποδόσεις των επενδύσεων κινούνται μαζί**.

1. Όταν ο συντελεστής συσχέτισης είναι θετικός δηλ.$\boldsymbol{\rho_{1,2} > 0}$ τότε όταν **αυξάνεται** η απόδοση **του ενός επενδυτικού** στοιχείου **θα αυξάνεται** και η **απόδοση του άλλου** και αντίστροφα.

2. Όταν ο συντελεστής συσχέτισης είναι ίσος με τη μονάδα δηλ.$\boldsymbol{\rho_{1,2} = 1}$ τότε ό**σο** **αυξάνεται** η απόδοση **του ενός επενδυτικού** στοιχείου **θα αυξάνεται και η απόδοση του άλλου** και αντίστροφα (πλήρης θετική συσχέτιση).

Συντελεστής συσχέτισης ρ των Αποδόσεων του Χαρτοφυλακίου

3. Όταν ο συντελεστής συσχέτισης είναι αρνητικός δηλ. $\boldsymbol{\rho_{1,2} < 0}$ τότε **όταν αυξάνεται** η απόδοση του ενός επενδυτικού στοιχείου **θα μειώνεται** και η απόδοση του άλλου και αντίστροφα.

4. Όταν ο συντελεστής συσχέτισης είναι $\rho_{1,2} = -1$ τότε **όσο αυξάνεται** η απόδοση του ενός επενδυτικού στοιχείου **τόσο θα μειώνεται** και η απόδοση του άλλου και αντίστροφα (πλήρης αρνητική συσχέτιση).

5. Όταν ο συντελεστής συσχέτισης είναι **μηδενικός** δηλ.$\rho_{1,2} = 0$ **τότε δεν υπάρχει καμία συσχέτιση** των αποδόσεων μεταξύ των επενδύσεων που απαρτίζουν το χαρτοφυλάκιο

Συντελεστής συσχέτισης ρ των Αποδόσεων του Χαρτοφυλακίου

οι τιμές που μπορεί να λάβει ο συντελεστής συσχέτισης κυμαίνονται μεταξύ

$-1 \leq p \leq +1$.

Όσο πιο μικροί είναι οι συντελεστές τόσο πιο βέβαιη (σταθερή) είναι η απόδοση του χαρτοφυλακίου.

Συντελεστής συσχέτισης ρ

Παράδειγμα:

Έστω ο συντελεστής συσχέτισης P_{AB} = 0,1333 δηλαδή είναι θετικός και κοντά στο μηδέν. Αυτό σημαίνει ότι υπάρχει μια ασθενής θετική συσχέτιση μεταξύ των αποδόσεων των μετοχών A και B του χαρτοφυλακίου και άρα μια μικρή έστω διαφοροποίηση.

Διαφοροποίηση & Συσχέτιση

Η διαφοροποίηση γίνεται πιο αποτελεσματική όσο η συσχέτιση ανάμεσα στις αποδόσεις των χρεογράφων μικραίνει και πλησιάζει το -1

Μέτρηση της Διαφοροποίησης Ενός Χαρτοφυλακίου

Η διαφοροποίηση ενός χαρτοφυλακίου μετράται με τη **συσχέτιση** που έχουν **οι αποδόσεις του χαρτοφυλακίου με τις αποδόσεις του δείκτη της αγοράς**, η οποία **μπορεί να υπολογιστεί από το συντελεστή προσδιορισμού R^2, που είναι το τετράγωνο του συντελεστή συσχέτισης ρ**.

Ο R^2 καθορίζει το ποσοστό της συνολικής διακύμανσης των αποδόσεων του χαρτοφυλακίου, η οποία εξηγείται από τις μεταβολές των αποδόσεων του δείκτη**. Λαμβάνει τιμές στο διάστημα [0, 1]. Όταν το χαρτοφυλάκιο είναι πλήρως διαφοροποιημένο, τότε προσεγγίζει τη μονάδα**.

Άσκηση 1

Έστω ότι το χαρτοφυλάκιο μας αποτελείται από την μετοχή Α κατά 60% και κατά την μετοχή Β κατά 40%. Να υπολογισθεί κίνδυνός του χαρτοφυλακίου αν ο συντελεστής συσχέτισης είναι 0,9 καθώς και η απόδοση του χαρτοφυλακίου.

ΜΕΤΟΧΕΣ	Αναμενόμενη απόδοση	Διακύμανση
A	0,30	0,0625
B	0,50	0,09

Μεθοδολογια

- Υπολογίζουμε την **αναμενόμενη απόδοση** του χαρτοφυλακίου.
- Βρίσκουμε τη **συνδιακύμανση των αποδόσεων των δύο μετοχών** και κατόπιν τη **διακύμανση του χαρτοφυλακίου.**
- Υπολογίζουμε κατόπιν την **τυπική απόκλιση του χαρτοφυλακίου** (κίνδυνος).

ΑΝΑΜΕΝΟΜΕΝΗ (ΠΡΟΣΔΟΚΩΜΕΝΗ) ΑΠΟΔΟΣΗ ΧΑΡΤΟΦΥΛΑΚΙΟΥ

$$E(R_p) = \sum_{i=1}^{n} w_i \cdot E(R_i)$$

$$E(R_p) = w_A \cdot E(R_A) + w_B \cdot E(R_B) = 0,60 \cdot 0,30 + 0,40 \cdot 0,50 = 0,38$$

ΣΥΝΔΙΑΚΥΜΑΝΣΗ ΤΩΝ ΑΠΟΔΟΣΕΩΝ ΤΟΥ ΧΑΡΤΟΦΥΛΑΚΙΟΥ

$$COV(R_A, R_B) = \sigma_{AB} = \sigma_A \cdot \sigma_B \cdot \rho_{AB}$$

$$COV(R_A, R_B) = 0{,}25 \cdot 0{,}3 \cdot 0{,}9 = 0{,}0675$$

ΚΙΝΔΥΝΟΣ ΧΑΡΤΟΦΥΛΑΚΙΟΥ

Για να βρούμε τον κίνδυνο του παραπάνω χαρτοφυλακίου βρίσκουμε την τυπική απόκλιση:

$$\sigma_p^2 = w_A^2 \cdot \sigma_A^2 + w_B^2 \cdot \sigma_B^2 + 2 \cdot w_A \cdot w_B \cdot COV(R_A, R_B)$$

$$\sigma_p = \sqrt{\sigma_p^2} = \sqrt{w_A^2 \sigma_A^2 + w_B^2 \sigma_B^2 + 2 w_A w_B \sigma_{AB}} = \sqrt{(0{,}6)^2 \cdot 0{,}0625 + (0{,}4)^2 \cdot 0{,}09 + 2 \cdot 0{,}6 \cdot 0{,}4 \cdot 0{,}0675}$$

$$= \sqrt{0{,}0693} = 0{,}263$$

Άσκηση 2

Ένας επενδυτής εξετάζει δύο επενδύσεις :

Επένδυση Α	Δυνητική απόδοση	Πιθανότητα
	0,20	0,60
	0,30	0,40
Επένδυση Β	**Δυνητική απόδοση**	**Πιθανότητα**
	0,30	0,60
	0,05	0,40

(α) Να υπολογιστεί η προσδοκώμενη απόδοση κάθε επένδυσης και ο κίνδυνος καθεμίας επένδυσης.

(β) Αν θέλαμε να δημιουργήσουμε ένα χαρτοφυλάκιο με ποσοστό συμμετοχής της επένδυσης Α 50% και της Β 50% να βρεθεί η αναμενόμενη απόδοση του χαρτοφυλακίου καθώς κι ο αντίστοιχος κίνδυνός του.

(γ) Βρείτε το συντελεστή συσχέτισης των αποδόσεων των δύο επενδυτικών στοιχείων. Τι δείχνει αυτός ο συντελεστής;

Άσκηση 2

Λύση

Μεθοδολογια

- Υπολογίζουμε την αναμενόμενη απόδοση κάθε επένδυσης.
- Βρίσκουμε τον κίνδυνο (τυπική απόκλιση) κάθε επένδυσης αφού υπολογίσουμε πρώτα τη διακύμανση.
- Στη συνέχεια έχοντας υπολογίσει τις αναμενόμενες αποδόσεις καθεμίας επένδυσης μετράμε την προσδοκώμενη απόδοση του χαρτοφυλακίου.
- Υπολογίζουμε κατόπιν την τυπική απόκλιση του χαρτοφυλακίου (κίνδυνος)
- Τέλος βρίσκουμε το συντελεστή συσχέτισης των αποδόσεων.

Άσκηση 2

(α) Να υπολογιστεί η προσδοκώμενη απόδοση κάθε επένδυσης και ο κίνδυνος καθεμίας επένδυσης.

$$E(r) = \sum_{i=1}^{n} R_i \cdot P_i$$

Επομένως, η προσδοκώμενη απόδοση της επένδυση A και B είναι αντίστοιχα:

$$E(R_A) = (0{,}20 * 0{,}40) + (0{,}30 * 0{,}40) \Leftrightarrow E(R_A) = 0{,}24$$

$$E(R_B) = (0{,}30 * 0{,}60) + (0{,}05 * 0{,}40) \Leftrightarrow E(R_\mathrm{B}) = 0{,}20$$

Άσκηση 2

Ο κίνδυνος ενός αξιογράφου δίνεται από:

$$\sigma = \left\{ \sum_{i=1}^{n} P_i [r_i - E(r)]^2 \right\}^{1/2} \qquad (6.2)$$

Συνεπώς, ο κίνδυνος της επένδυση Α και Β είναι αντίστοιχα:

$$\sigma_A^2 = (0,20 - 0,24)^2 \, 0,60 + (0,30 - 0,24)^2 \, 0,40 = 0,0024$$

$$\sigma_A = \sqrt{\sigma_A^2} = \sqrt{0,0024} = 0,049$$

Επένδυση Α	Δυνητική απόδοση	Πιθανότητα
	0,20	0,60
	0,30	0,40
Επένδυση Β	Δυνητική απόδοση	Πιθανότητα
	0,30	0,60
	0,05	0,40

$$\sigma_B^2 = (0,30 - 0,20)^2 \cdot 0,60 + (0,05 - 0,20)^2 \cdot 0,40 = 0,006 + 0,009 = 0,015$$

$$\sigma_B = \sqrt{\sigma_B^2} = \sqrt{0,015} = 0,1225$$

Άσκηση 2

(β) Αν θέλαμε να δημιουργήσουμε ένα χαρτοφυλάκιο με ποσοστό συμμετοχής της επένδυσης Α 50% και της Β 50% να βρεθεί η αναμενόμενη απόδοση του χαρτοφυλακίου καθώς κι ο αντίστοιχος κίνδυνός του.

Λύση:

Η Αναμενόμενη απόδοση ενός χαρτοφυλακίου δίνεται από:

$$\mathrm{E}(R_p) = \overline{R_p} = \sum_{i=1}^{N} w_i\, E(R_i) \qquad (6.3)$$

$$\mathrm{E}(R_p) = w_A \cdot \mathrm{E}(R_A) + w_B \cdot \mathrm{E}(R_B) = 0{,}50 \cdot 0{,}24 + 0{,}50 \cdot 0{,}20 = 0{,}22$$

Άσκηση 2

Για να υπολογίσω τον κίνδυνο (τυπική απόκλιση σ) θα υπολογίσω πρώτα τη διακύμανση $σ^2$:

$$σ_p^2 = w_1^2 \cdot σ_1^2 + w_2^2 \cdot σ_2^2 + 2 \cdot w_1 \cdot w_2 \cdot COV(R_1, R_2)$$

Επένδυση Α	Δυνητική απόδοση	Πιθανότητα
	0,20	0,60
	0,30	0,40
Επένδυση Β	Δυνητική απόδοση	Πιθανότητα
	0,30	0,60
	0,05	0,40

Όμως η συνδιακύμανση είναι:

$$COV(R_1, R_2) = σ_{1,2} = σ_1 \cdot σ_2 \cdot ρ_{1,2} \quad \text{και} \quad COV(R_1, R_2) = \sum P_i \cdot [R_{1i} - E(R_1)] \cdot [R_{2i} - E(R_2)]$$

$$COV(R_A, R_B) = 0{,}60 \cdot (0{,}20 - 0{,}24)(0{,}30 - 0{,}20) + 0{,}40 \cdot (0{,}30 - 0{,}24)(0{,}05 - 0{,}20) = -0{,}0024 - 0{,}0036 = -0{,}006$$

Άσκηση 2

Επανερχόμαστε στον υπολογισμό της διακύμανσης σ^2:

$$\sigma_p^2 = w_A^2 \cdot \sigma_A^2 + w_A^2 \cdot \sigma_A^2 + 2 \cdot w_A \cdot w_B \cdot COV(R_A, R_B) = (0,50)^2 \cdot 0,0024 + (0,50)^2 \cdot 0,015 + 2 \cdot 0,50 \cdot 0,50(-0,006) =$$

$$\sigma_p^2 = 0,00675$$

Κατά συνέπεια, ο κίνδυνος (τυπική απόκλιση) είναι:

$$\sigma_p = \sqrt{\sigma_p^2} = \sqrt{0,00675} = 0,082$$

Άσκηση 2

(γ) Βρείτε το συντελεστή συσχέτισης των αποδόσεων των δύο επενδυτικών στοιχείων. Τι δείχνει αυτός ο συντελεστής;

Λύση:

Ο συντελεστής συσχέτισης ρ δίνεται από:

$$\rho_{1,2} = \frac{\sigma_{1,2}}{\sigma_1 * \sigma_2} = \frac{-0{,}006}{0{,}049 * 0{,}1225} = -10$$

Αυτό σημαίνει ότι υπάρχει αρνητική συσχέτιση μεταξύ των αποδόσεων των δύο επενδύσεων Α και Β. Όταν θα ανεβαίνει η απόδοση της μιας επένδυσης κατά 1 ποσοστιαίας μονάδα θα μειωθεί η απόδοση της άλλης επένδυσης κατά 10 ποσοστιαίες μονάδες

Υποδείγματα: Αναμενόμενες Αποδόσεις μεμονωμένων αξιογράφων ή χαρτοφυλακίων

Υπόδειγμα του ενός δείκτη

$$E(R_i) = \alpha_i + \beta_i\, E(R_m)$$

Γραμμή Κεφαλαιαγοράς

$$E(R_p) = R_f + \frac{[E(R_m) - R_f]}{\sigma_m}\sigma_p$$

Υπόδειγμα Αποτίμησης Περιουσιακών Στοιχείων

$$E(R_i) = R_f + [E(R_m) - R_f]\beta_i$$

Κλίση Γραμμής Κεφαλαιαγοράς

Η κλίση της Γραμμής Κεφαλαιαγοράς (Capital Market Line – CML) δίνεται αλγεβρικά από τον τύπο :

$$\left[\frac{E(R_m) - R_f}{\sigma_m}\right]$$

- Η **Κλίση της Γραμμής Κεφαλαιαγοράς αναφέρεται** ως η **τιμή του κινδύνου στην αγορά** (market price of risk) των αποτελεσματικών χαρτοφυλακίων
- Ο **αριθμητής** είναι η **αναμενόμενη απόδοση του χαρτοφυλακίου της αγοράς πέραν της απόδοσης που έχει το στοιχείο χωρίς κίνδυνο**. Είναι μία **αποζημίωση** που παίρνει ο **κάτοχος του χαρτοφυλακίου της αγοράς** για την ανάληψη κινδύνου και λέγεται **ανταμοιβή του κινδύνου του χαρτοφυλακίου της αγοράς (market risk premium)**

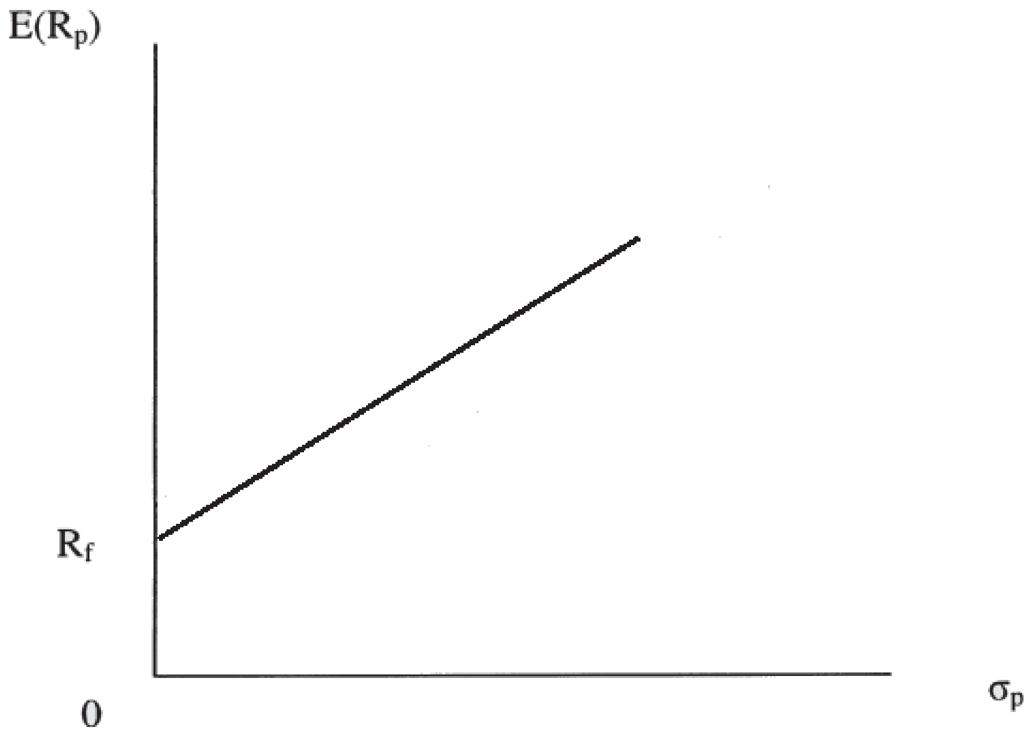
Κλίση Γραμμής Κεφαλαιαγοράς

Η κλίση της Γραμμής Κεφαλαιαγοράς (Capital Market Line – CML) δίνεται αλγεβρικά από τον τύπο :

$$\left[\frac{E(R_m) - R_f}{\sigma_m}\right]$$

- Ο παρονομαστής είναι ο κίνδυνος του χαρτοφυλακίου της αγοράς
- Άρα, Η **Κλίση** της Γραμμής Κεφαλαιαγοράς **μετρά** την **ανταμοιβή ανά μονάδα κινδύνου του χαρτοφυλακίου της αγοράς**

Γραμμή Κεφαλαιαγοράς (Capital Market Line – CML)



Η **Γραμμή Κεφαλαιαγοράς (Capital Market Line – CML) δείχνει τους όρους ανταλλαγής** (trade off) **προσδοκώμενης απόδοσης** και **συνολικού κινδύνου σ** για αποτελεσματικά χαρτοφυλάκια, οι οποίοι προσφέρονται όταν η αγορά βρίσκεται σε κατάσταση ισορροπίας

Άσκηση

- **Άσκηση**: **Β.** Ας θεωρήσουμε ότι το χαρτοφυλάκιο της ‘αγοράς’ αποτελείται από τα αξιόγραφα Α και Β.
- Η προσδοκώμενη απόδοση του Α είναι 10% και του Β 15%.
- Η τυπική απόκλιση του Α είναι 20% και του Β 28%.
- Το ποσοστό συμμετοχής του Α και του Β στο χαρτοφυλάκιο της αγοράς είναι 40% και 60%, αντίστοιχα.
- Εάν ο συντελεστής συσχέτισης είναι 30% ανάμεσα στις αποδόσεις των δύο αυτών χρεογράφων και το επιτόκιο μηδενικού κινδύνου είναι 5%, προσδιορίστε την εξίσωση της γραμμής κεφαλαιαγοράς (CML).

Άσκηση

Λύση:

- Ο τύπος (7.1) του βιβλίου σελίδα 147 μας δίνει την εξίσωση της γραμμής κεφαλαιαγοράς, CML:
- E(Rp) = Rf + {[E(Rm) – Rf] / σm} σp
- Η προσδοκώμενη απόδοση του χαρτοφυλακίου, ισούται με:
- E(Rm) = 0,4 (0,10) + 0,6 (0,15) = **13%**
- Η διακύμανση ισούται με:
- $\sigma\, m^2 = 0{,}4^2\,(0{,}20)^2 + 0{,}6^2\,(0{,}28)^2 + 2\,(0{,}4)\,(0{,}6)\,(0{,}3)\,(0{,}20)\,(0{,}28) \Rightarrow \sigma m^2 = 0{,}042849 \Rightarrow \sigma m = 0{,}207 =$ **20,7%**
- Άρα:
- CML : E(Rp) = 0,05 + [(0,13-0,05) / 0,207] σp =>
- E(Rp) = 0,05 + 0,39 σp

Άσκηση

Εάν η προσδοκώμενη απόδοση ενός χαρτοφυλακίου είναι 14% που έχει τυπική απόκλιση ίση με 0,08:

(α) Είναι υπερτιμημένο ή υποτιμημένο δεδομένου ότι το χρεόγραφο χωρίς κίνδυνο έχει απόδοση 3%, ο κίνδυνος του χαρτοφυλακίου της αγοράς είναι 0,10 και η αναμενόμενη απόδοσή του 18%;

(β) Βρείτε το συστηματικό κίνδυνο του χαρτοφυλακίου.

(γ) Ποια είναι η κλίση της Γραμμής Κεφαλαιαγοράς και τι δείχνει; Να σχεδιαστεί.

(δ) Ποιό είναι το πριμ κινδύνου;

Άσκηση

(α) $E(R_p) = R_f + \sigma_p \cdot \left[\dfrac{E(R_m) - R_f}{\sigma_m}\right] = 0{,}03 + 0{,}08 \cdot \left[\dfrac{0{,}18 - 0{,}03}{0{,}10}\right] = 0{,}03 + 0{,}12 \Rightarrow E(R_p) = 0{,}15$

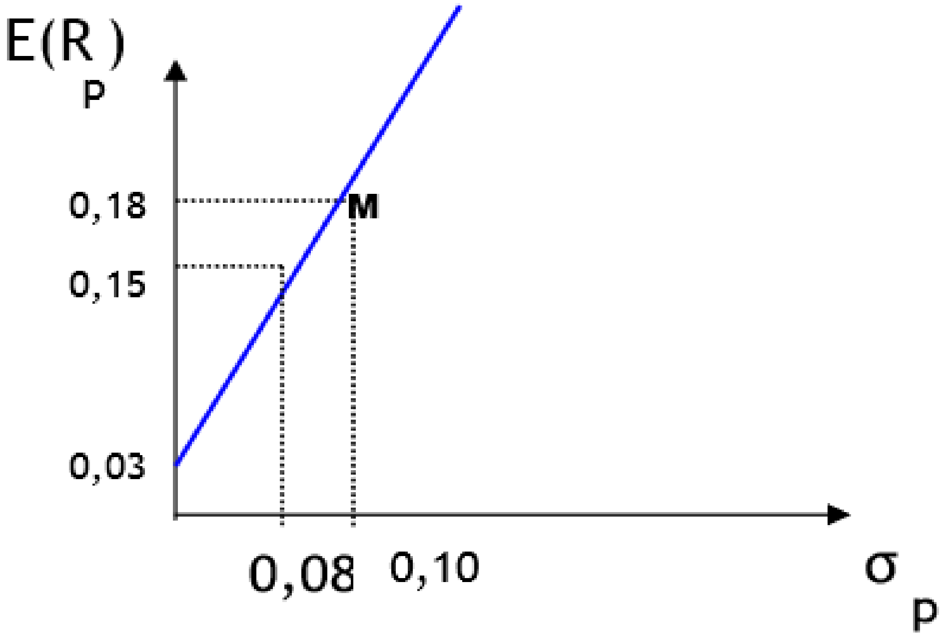
Άρα το χαρτοφυλάκιο είναι υπερτιμημένο.

(β) $B_p = \dfrac{\sigma_p}{\sigma_m} = \dfrac{0{,}08}{0{,}10} = 0{,}8$

(γ) $\left[\dfrac{E(R_m) - R_f}{\sigma_m}\right] = \dfrac{0{,}18 - 0{,}03}{0{,}10} = 1{,}5$

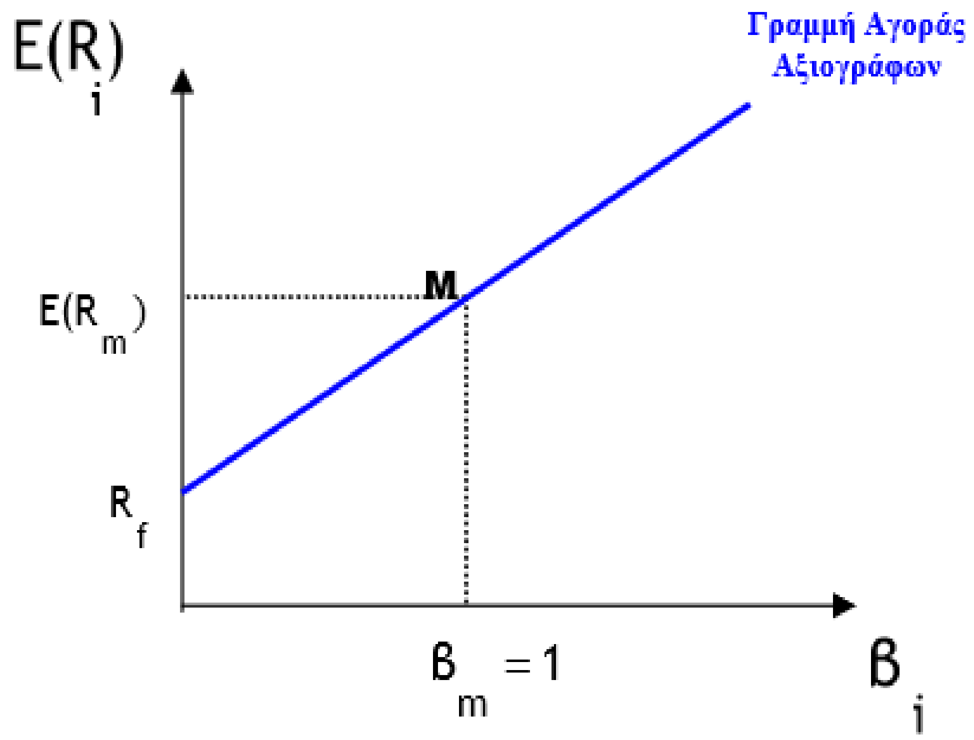
Δείχνει ότι για μια μονάδα κινδύνου που αναλαμβάνει ο επενδυτής θα ανταμειφθεί με 1,5 μονάδα απόδοσης.

Άσκηση



(δ) Το πριμ κινδύνου δίνεται από τον τύπο : $\left[E(R_m) - R_f\right] = 0,18 - 0,03 = 0,15$

Γραμμή Αγοράς Αξιογράφων (Security Market Line – SML)



- Δείχνει τους **συνδυασμούς** ανταλλαγής **προσδοκώμενης απόδοσης** και **κινδύνου** του κάθε αξιόγραφου χρησιμοποιώντας το συντελεστή βήτα.

- Δηλαδή καθορίζει τη γραμμική **συνάρτηση** μεταξύ **απαιτούμενης απόδοσης και συστηματικού κινδύνου** για κάθε αξιόγραφο.

- Είναι η ευθεία επί της οποίας βρίσκονται όλα τα περιουσιακά στοιχεία οι τιμές των οποίων είναι σε ισορροπία.

Γραμμή Αγοράς Αξιογράφων (Security Market Line – SML)

Κι επειδή **η αναμενόμενη απόδοση ενός αξιόγραφου είναι θετική συνάρτηση του κινδύνου** από ότι βλέπουμε και διαγραμματικά, **όσο μικρότερος ο κίνδυνος τόσο μικρότερη και η αναμενόμενη (ή προσδοκώμενη) απόδοση** και αντίστροφα.

Όλη η αγορά κινείται προς κάποια κατεύθυνση και σχεδόν όλα τα αξιόγραφα αντιδρούν με κάποιο τρόπο. Άρα οι αποδόσεις των αξιόγραφων μπορούν να κινούνται προς την ίδια κατεύθυνση όχι λόγω της συνδιακύμανσης αλλά λόγω της αντίδρασής τους ως προς έναν κοινό παράγοντα που είναι το χαρτοφυλάκιο της αγοράς.

Υπόδειγμα Αποτίμησης Περιουσιακών Στοιχείων (Capital Asset Pricing Model – CAPM) – Αλγεβρική απεικόνιση της SML

Με άλλα λόγια, η προσδοκώμενη απόδοση ενός χρεογράφου (**πχ μετοχής αλλά και ολόκληρου χαρτοφυλακίου**) με κίνδυνο ισούται με το επιτόκιο μηδενικού κινδύνου R_f + ένα ασφάλιστρο κινδύνου:

Ασφάλιστρο κινδύνου της αγορας= $(E_{(r_m)} - R_f)$

Σύμφωνα με το CAPM, Το Ασφάλιστρο κινδύνου καθορίζεται από τον **συστηματικό κίνδυνο β του χρεογράφου i** και από **το ασφάλιστρο κινδύνου της αγοράς** $E_{(r_m)} - R_f$

$$E(R_i) = R_f + [E(R_m) - R_f]\beta_i$$

το CAPM ουσιαστικά είναι το κόστος κεφαλαίου ή η απαιτούμενη απόδοση των μετόχων: το γνωστό μας K_μ

Υπόδειγμα Αποτίμησης Περιουσιακών Στοιχείων (Capital Asset Pricing Model – CAPM) – συντελεστής β

$$\beta_i = \frac{COV(r_{i,}r_m)}{\sigma_m^2}$$

$COV\left(r_{i,}r_m\right)$: συνδιακύμανση αποδόσεων του χρεογράφου i με τις αποδόσεις του χαρτοφυλακίου της αγοράς m

Όμως:

$$COV\left(r_{i,}r_m\right) = \rho_{i,m} * \sigma_i * \sigma_m$$

Άρα:

$$\beta_i = \frac{COV(r_{i,}r_m)}{\sigma_m^2} = \frac{\rho_{i,m} * \sigma_i * \sigma_m}{\sigma_m^2}$$

$$\beta_i = \frac{\sigma_i}{\sigma_m} * \rho_{i,m}$$

Υπόδειγμα Αποτίμησης Περιουσιακών Στοιχείων (Capital Asset Pricing Model – CAPM) - Παρατηρήσεις

Πως η αγορά – επενδυτές αποτιμούν το χαρτοφυλάκιό μας ή τη μετοχή μας.

Εδώ ουσιαστικά **συγκρίνω την απόδοση που αναμένει η αγορά δηλαδή οι λοιποί επενδυτές από το χαρτοφυλάκιό μας μέσω του CAPM με τη δική μου αναμενόμενη απόδοση E(r_p)** με δεδομένο επίπεδο συστηματικού κινδύνου β.

Δηλαδή συγκρίνω:

CAPM (αναμενόμενη απόδοση του χαρτοφυλακίου μου από αγορά):

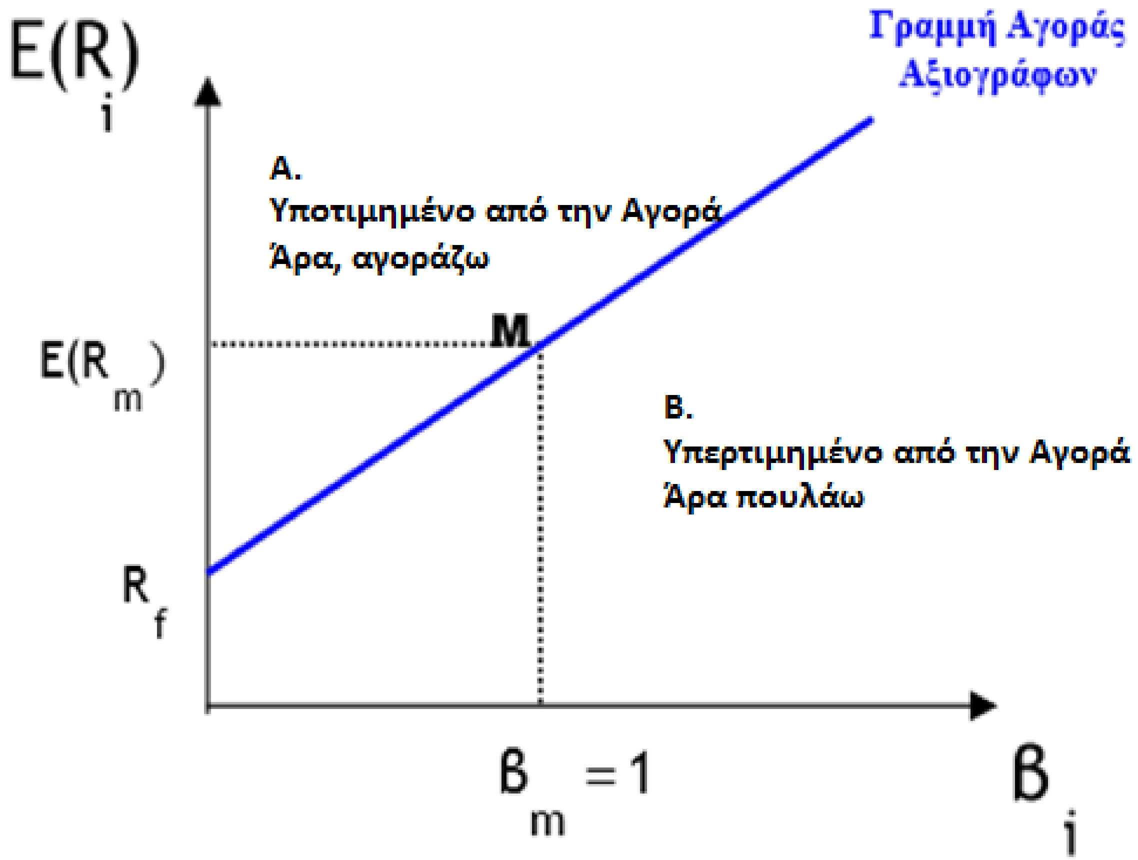
$$E(R_p) = R_f + (E(R_m) - R_f)\beta_P$$

Με

Αναμενόμενη απόδοση του χαρτοφυλακίου από εμένα:

$$E(r_p) = w_x * E_{(r_x)} + w_y * E_{(r_y)}$$

Υπόδειγμα Αποτίμησης Περιουσιακών Στοιχείων (Capital Asset Pricing Model – CAPM) - Παρατηρήσεις



Αν CAPM > δική μου εκτίμηση για την αναμενόμενη απόδοση, τότε υπερτιμημένο το χαρτοφυλάκιό μου από αγορά και πουλάω

Αν CAPM < δική μου εκτίμηση για την αναμενόμενη απόδοση, τότε υποτιμημένο το χαρτοφυλάκιό μου από αγορά και αγοράζω

Άσκηση

Έστω ότι έχουμε τις παρακάτω μετοχές :

	Αναμενόμενη Απόδοση	Διακύμανση
Α	20	225
Β	30	1156

Από ιστορικά δεδομένα, το επιτόκιο μηδενικού κινδύνου είναι 3% και η μέση απόδοση της αγοράς υπολογίζεται σε 7%, η διακύμανση των αποδόσεων του χαρτοφυλακίου της αγοράς είναι 289. Ο συντελεστής συσχέτισης των δύο μετοχών με την αγορά είναι 0,8.

(α) Ποιο είναι το πριμ (ή ασφάλιστρο) κινδύνου της αγοράς ;

(β) Να βρεθεί ο συντελεστής κινδύνου (βήτα) των μετοχών. Ποια από τις δύο είναι προτιμότερη;

(γ) Ποια είναι η απαιτούμενη απόδοση καθεμίας από τις παραπάνω μετοχές; Θα επιλέγαμε κάποια για επένδυση βάσει αυτού του κριτηρίου;

(δ) Να σχεδιαστεί διαγραμματικά η Γραμμή Αγοράς Αξιόγραφων (SML).

Άσκηση

(α) Ποιο είναι το πριμ (ή ασφάλιστρο) κινδύνου της αγοράς ;

Λύση:

(α) Πριμ κινδύνου = $\left[E(R_m) - R_f\right] = 0{,}07 - 0{,}03 = 0{,}04$

Άσκηση

(β) Να βρεθεί ο συντελεστής κινδύνου (βήτα) των μετοχών. Ποια από τις δύο είναι προτιμότερη;

Λύση:

Ο συντελεστής β είναι:

$$\beta_i = \frac{\sigma_i}{\sigma_m} * \rho_{i,m}$$

Θα χρειαστεί πρώτα να βρω την τυπική απόκλιση των επενδύσεων A και B:

$$\sigma = \sqrt{\sigma^2}$$

Οπότε: $\sigma_A = \sqrt{\sigma_A^2} = \sqrt{225} = 15$, $\sigma_B = \sqrt{\sigma_B^2} = \sqrt{1156} = 34$ και $\sigma_m = \sqrt{\sigma_m^2} = \sqrt{289} = 17$

Άσκηση

Άρα:

$$\beta_A = \frac{\sigma_A}{\sigma_m} \cdot \rho_{A,m} = \frac{15}{17} \cdot 0{,}8 \Rightarrow \beta_A = 0{,}7$$

$$\beta_B = \frac{\sigma_B}{\sigma_m} \cdot \rho_{B,m} = \frac{34}{17} \cdot 0{,}8 \Rightarrow \beta_A = 1{,}6$$

Προτιμότερη είναι η μετοχή με το μικρότερο κίνδυνο, άρα με το μικρότερο συστηματικό κίνδυνο. Επειδή η μετοχή Α έχει μικρότερο συντελεστή κινδύνου (βήτα) από τη μετοχή Β (0,7 < 1,6), ως επενδυτές που αποστρεφόμαστε τον κίνδυνο θα επιλέξουμε να αγοράσουμε τη μετοχή Α.

Η μετοχή Β χαρακτηρίζεται ως **επιθετικό χρεόγραφο** επειδή έχει συντελεστή βήτα μεγαλύτερο από αυτό της αγοράς (β = 1,2 > 1), ενώ **η μετοχή Α** ως **αμυντικό χρεόγραφο**.

Θέλουμε να έχουμε όσο το δυνατόν μεγαλύτερη προσδοκώμενη απόδοση και μικρότερο κίνδυνο. Δηλαδή θέλουμε να έχουμε όσο το δυνατόν μικρότερο ανά μονάδα αναμενόμενης απόδοσης κίνδυνο. Βάσει αναμενόμενης απόδοσης επιλέγουμε τη μετοχή Β, ενώ βάσει κινδύνου επιλέγουμε τη μετοχή Α.

Επιλέγουμε τη μετοχή με το μικρότερο ανά μονάδα προσδοκώμενης απόδοσης κίνδυνο, δηλαδή **με το μικρότερο συντελεστή μεταβλητότητας** οπότε **τη μετοχή Α.**

Άσκηση

(γ) Ποια είναι η απαιτούμενη απόδοση καθεμίας από τις παραπάνω μετοχές; Θα επιλέγαμε κάποια για επένδυση βάσει αυτού του κριτηρίου;

Λύση:

(γ) Η απαιτούμενη απόδοση καθεμίας μετοχής είναι η προσδοκώμενη απόδοσή της αποτιμημένη σύμφωνα με το ΥΑΠΣ (CAPM) :

$$E(R_i) = R_f + \beta_i \cdot \left[E(R_m) - R_f\right]$$

$$E(R_A) = R_f + \beta_A \cdot \left[E(R_m) - R_f\right] = 0{,}03 + 0{,}7(0{,}07 - 0{,}03) = 0{,}058 \text{ ή } 5{,}8\%$$

$$E(R_B) = R_f + \beta_B \cdot \left[E(R_m) - R_f\right] = 0{,}03 + 1{,}6(0{,}07 - 0{,}03) = 0{,}094 \text{ ή } 9{,}4\%$$

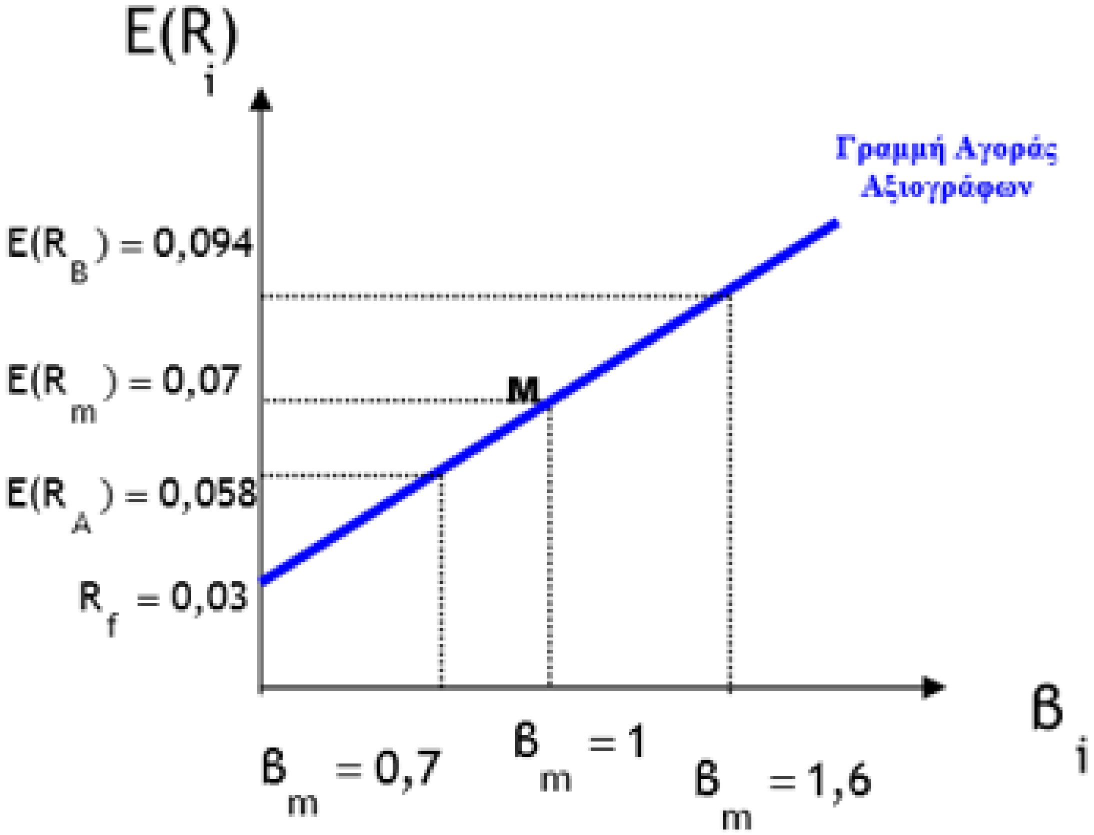
Επειδή οι απαιτούμενες αποδόσεις των μετοχών Α και Β (20 και 30% αντίστοιχα) είναι μεγαλύτερες από τις εκτιμημένες βάσει του CAPM αναμενόμενες αποδόσεις τους, **οι επενδύσεις σε αυτές τις μετοχές πρέπει να γίνουν γιατί είναι υποτιμημένες.**

Άσκηση

(δ) Να σχεδιαστεί διαγραμματικά η Γραμμή Αγοράς Αξιόγραφων (SML).

(δ)Γνωρίζοντας ότι $E(R_A) = 0{,}058$, $E(R_B) = 0{,}094$, $E(R_m) = 0{,}07$, $B_A = 0{,}7$ και $B_B = 1{,}6$

απεικονίζουμε διαγραμματικά τη Γραμμή Αγοράς Αξιόγραφων (SML):



Μέτρα αξιολόγησης χαρτοφυλακίου - **Μέτρο Treynor**

α) Το μέτρο του Treynor. Ο Treynor (1965) πρότεινε ως σύνθετο μέτρο της απόδοσης ενός χαρτοφυλακίου τη χρησιμοποίηση της πρόσθετης απόδοσης του εξεταζόμενου χαρτοφυλακίου (δηλαδή την πρόσθετη απόδοση που έχει το χαρτοφυλάκιο αυτό από την απόδοση ενός περιουσιακού στοιχείου χωρίς κίνδυνο) διά τον συντελεστή βήτα του χαρτοφυλακίου. Με άλλα λόγια, το μέτρο αυτό υπολογίζει την ανταμοιβή του κινδύνου του εξεταζόμενου χαρτοφυλακίου (risk premium) ανά μονάδα συστηματικού του κινδύνου. Το μέτρο του Treynor είναι ίσο με:

$$T_p = \frac{\overline{R}_p - \overline{R}_f}{\beta_p} \tag{7.4}$$

όπου $\overline{R}_p$ = η μέση απόδοση του p χαρτοφυλακίου κατά τη διάρκεια της εξεταζόμενης περιόδου, $\overline{R}_f$ = η μέση απόδοση του περιουσιακού στοιχείου χωρίς κίνδυνο κατά τη διάρκεια της εξεταζόμενης περιόδου, β_p = ο συντελεστής βήτα του χαρτοφυλακίου και $[\overline{R}_p - \overline{R}_f]$ = η ανταμοιβή του κινδύνου του p χαρτοφυλακίου. Όσο μεγαλύτερη τιμή έχει ο δείκτης Treynor ενός χαρτοφυλακίου, τόσο καλύτερη απόδοση είχε το χαρτοφυλάκιο κατά την εξεταζόμενη περίοδο.

Μέτρα αξιολόγησης χαρτοφυλακίου - **Μέτρο** Sharpe

β) Το μέτρο του Sharpe. Ο Sharpe (1966) πρότεινε ως σύνθετο μέτρο της απόδοσης ενός χαρτοφυλακίου τη χρησιμοποίηση της πρόσθετης απόδοσης του εξεταζόμενου χαρτοφυλακίου (δηλαδή την πρόσθετη απόδοση που έχει το χαρτοφυλάκιο αυτό από την απόδοση ενός περιουσιακού στοιχείου χωρίς κίνδυνο) διά την τυπική απόκλιση των αποδόσεων του χαρτοφυλακίου. Με άλλα λόγια, το μέτρο αυτό υπολογίζει την ανταμοιβή του κινδύνου του εξεταζόμενου χαρτοφυλακίου (risk premium) ανά μονάδα συνολικού του κινδύνου. Το μέτρο του Sharpe είναι ίσο με:

$$S_p = \frac{\overline{R}_p - \overline{R}_f}{\sigma_p} \tag{7.5}$$

όπου $\overline{R}_p$ = η μέση απόδοση του p χαρτοφυλακίου κατά τη διάρκεια της εξεταζόμενης περιόδου, $\overline{R}_f$ = η μέση απόδοση του περιουσιακού στοιχείου χωρίς κίνδυνο κατά τη διάρκεια της εξεταζόμενης περιόδου, σ_p = η τυπική απόκλιση των αποδόσεων του χαρτοφυλακίου κατά την εξεταζόμενη περίοδο και $[\overline{R}_p - \overline{R}_f]$ = η ανταμοιβή του κινδύνου του p χαρτοφυλακίου. Όσο μεγαλύτερη τιμή έχει ο δείκτης Sharpe ενός χαρτοφυλακίου, τόσο καλύτερη απόδοση είχε το χαρτοφυλάκιο κατά την εξεταζόμενη περίοδο.

Treynor Vs Sharpe

- Ο δείκτης **Sharpe** χρησιμοποιεί την **τυπική απόκλιση** των αποδόσεων, ενώ ο **δείκτης Treynor τον συντελεστή βήτα**, άρα ο δείκτης Sharpe αξιολογεί ένα χαρτοφυλάκιο και για την απόδοση και για την διαφοροποίησή του, ενώ ο δείκτης **Treynor δεν λαμβάνει υπ' όψη του την διαφοροποίησή του.**

- Για ένα **τελείως διαφοροποιημένο χαρτοφυλάκιο** οι **δύο δείκτες είναι ίσοι καθώς** η **συνολική διακύμανση** ενός τέτοιου χαρτοφυλακίου είναι **η συστηματική** του διακύμανση.

- Ένα **μη - καλά διαφοροποιημένο χαρτοφυλάκιο** θα έχει **πολύ καλό δείκτη Treynor** και **χαμηλό δείκτη Sharpe**. Έτσι οι δύο δείκτες αλληλοσυμπληρώνονται.

$$T_A = \frac{\bar{R}_A - \bar{R}_F}{\beta_A}$$

$$S_B = \frac{\bar{R}_B - \bar{R}_F}{\sigma_B}$$

Συνολικός Κίνδυνος= Συστηματικός Κίνδυνος + **<u>ΜΗ</u>** Συστηματικό Κίνδυνο⇔
⇔ $\sigma_i^2 = \beta_i^2 \, \sigma_m^2 + \sigma_{\varepsilon i}^2$

Συνολικός Κίνδυνος= Συστηματικός Κίνδυνος + Μη Συστηματικό Κίνδυνο

Treynor Vs Sharpe

Από την παραπάνω ανάλυση γίνεται φανερό ότι η επιλογή του μέτρου αξιολόγησης εξαρτάται από το χαρτοφυλάκιο που αξιολογούμε. Εάν το αξιολογούμενο χαρτοφυλάκιο αντιπροσωπεύει τη συνολική επένδυση του επενδυτή, τότε το κατάλληλο μέτρο είναι ο δείκτης του Sharpe. Εάν το αξιολογούμενο χαρτοφυλάκιο αντιπροσωπεύει ένα υποσύνολο ενός μεγάλου χαρτοφυλακίου που διαθέτει ο επενδυτής (εάν, δηλαδή, ο επενδυτής διαθέτει και άλλα χαρτοφυλάκια), τότε το κατάλληλο μέτρο είναι ο δείκτης του Treynor, διότι ο μη συστηματικός κίνδυνος του χαρτοφυλακίου θα έχει εξαλειφθεί.

Υπόδειγμα του ενός δείκτη (Single Index Model) ή Μονοπαραγοντικό Υπόδειγμα – Sharpe (1963, 1964)

οποίες χρειάζονται για τον υπολογισμό του αποτελεσματικού συνόρου. Το υπόδειγμα αυτό υποθέτει ότι όλες οι μετοχές (και γενικά τα αξιόγραφα) σχετίζονται μεταξύ τους λόγω του ότι επηρεάζονται από τις γενικές οικονομικές συνθήκες και όχι λόγω των ιδιαίτερων χαρακτηριστικών τους. Επομένως, το υπόδειγμα υποθέτει ότι όλες οι μετοχές (και γενικά τα αξιόγραφα) έχουν μία κοινή αντίδραση στις μεταβολές της συνολικής αγοράς. Κατά συνέπεια, η απόδοση κάθε αξιογράφου μπορεί να παρουσιαστεί ως μία γραμμική συνάρτηση της απόδοσης ενός κοινού δείκτη, ο οποίος αντικατοπτρίζει τις μεταβολές της συνολικής αγοράς. Ο δείκτης αυτός μπορεί να είναι οποιαδήποτε μεταβλητή, αλλά στο υπόδειγμα συνήθως χρησιμοποιείται ένας χρηματιστηριακός δείκτης (όπως είναι, π.χ., ο γενικός δείκτης τιμών μετοχών του ΧΑΑ). Το υπόδειγμα του ενός δείκτη έχει την εξής μορφή:

Υπόδειγμα του ενός δείκτη (Single Index Model) ή Μονοπαραγοντικό Υπόδειγμα – Sharpe (1963, 1964)

Η αναμενόμενη απόδοση ενός αξιογράφου μπορεί να οριστεί σύμφωνα με το μοντέλο του απλού δείκτη ως (τύπος 6.14 του τόμου Δ):

$$E(R_i) = \alpha_i + \beta_i\, E(R_m)$$

όπου:

- R_i είναι το ποσοστό απόδοσης του αξιογράφου i για μια συγκεκριμένη χρονική περίοδο.
- α_i είναι το ποσοστό απόδοσης το οποίο είναι ανεξάρτητο από την κίνηση της κεφαλαιαγοράς, δεν επηρεάζεται δηλαδή από τις κινήσεις της κεφαλαιαγοράς.
- β_i είναι ο συντελεστής που μετρά την ευαισθησία των αποδόσεων του αξιογράφου i σε σχέση με την απόδοση της αγοράς R_m.
- R_m είναι το ποσοστό απόδοσης του δείκτη κεφαλαιαγοράς και κατ' επέκταση κι ολόκληρης της κεφαλαιαγοράς

Υπόδειγμα του ενός δείκτη (Single Index Model) ή Μονοπαραγοντικό Υπόδειγμα – Sharpe (1963, 1964) – Συντελεστής β

Η αγορά έχει συντελεστή βήτα ίσο με τη μονάδα: **(βm=1)**, που σημαίνει ότι όποιο αξιόγραφο έχει συντελεστή βήτα ίσο με 1, η τιμή του τείνει να κινείται όμοια με την κίνηση του δείκτη της κεφαλαιαγοράς.

Όταν ο **συντελεστής βήτα ενός αξιογράφου είναι** μεγαλύτερος από τη μονάδα **(βi>1**) τότε συνεπάγεται ότι η τιμή αυτού του αξιογράφου έχει περισσότερες διακυμάνσεις από ότι ο δείκτης κεφαλαιαγοράς. Τότε **το αξιόγραφο αυτό θεωρούμε ότι έχει μεγαλύτερο κίνδυνο από την αγορά** και το ονομάζουμε **επιθετικό αξιόγραφο**.

Όταν ο **συντελεστής ενός αξιογράφου είναι** μικρότερος από τη μονάδα: **(βi<1)** τότε συνεπάγεται ότι η τιμή αυτού του αξιογράφου έχει λιγότερες διακυμάνσεις από ότι η αγορά. Τότε το **αξιόγραφο** αυτό θεωρούμε ότι **έχει μικρότερο κίνδυνο από ότι η αγορά** και το ονομάζουμε **αμυντικό** αξιόγραφο.

Υπόδειγμα του ενός δείκτη (Single Index Model) ή Μονοπαραγοντικό Υπόδειγμα – Sharpe (1963, 1964)

Το Υπόδειγμα (Μοντέλο) του Ενός Δείκτη έχει σαν **βασική υπόθεση**, ότι η **κύρια αιτία για τις κινήσεις (μεταβολές) των τιμών των αξιογράφων** είναι η **κίνηση των τιμών ολόκληρης της αγοράς.**

Υπόδειγμα του ενός δείκτη (Single Index Model) ή Μονοπαραγοντικό Υπόδειγμα: Αναμενόμενη Απόδοση & Συντελεστής β

Αναμενόμενη Απόδοση Αξιογράφου

$E(R_i) = \alpha_i + \beta_i E(R_m)$

Αναμενόμενη Απόδοση Χαρτοφυλακίου (έστω ότι έχω δυο αξιόγραφα στο χαρτοφυλάκιο)

$E(R_p) = \alpha_p + \beta_p E(R_m)$

Όπου:

β_p = ο συντελεστής βήτα του χαρτοφυλακίου,

$\beta_p = w_1\beta_1 + w_2\beta_2$

$\alpha_p = w_1\alpha_1 + w_2\alpha_2$

Υπόδειγμα του ενός δείκτη (Single Index Model) ή Μονοπαραγοντικό Υπόδειγμα: Συνολικός Κίνδυνος σ

Συνολικός Κίνδυνος ενός Αξιογράφου i σ_i

Συνολικός Κίνδυνος= Συστηματικός Κίνδυνος + **ΜΗ** Συστηματικό Κίνδυνο⇔

$\Leftrightarrow \sigma_i^2 = \beta_i^2 \sigma_m^2 + \sigma_{\varepsilon i}^2$

όπου σ_m^2 = Διακύμανση της απόδοσης του δείκτη της αγοράς,

$\sigma_{\varepsilon i}^2$ = Διακύμανση του σφάλματος

ε: τυχαίο σφάλμα, δηλαδή η διαφορά της πραγματικής απόδοσης από την αναμενόμενη απόδοση

Υπόδειγμα του ενός δείκτη (Single Index Model) ή Μονοπαραγοντικό Υπόδειγμα: <u>Συνολικός Κίνδυνος σ</u>

<u>Συνολικός Κίνδυνος ενός Χαρτοφυλακίου p σ_p (έστω ότι έχω δυο αξιόγραφα στο χαρτοφυλάκιο)</u>

Συνολικός Κίνδυνος= Συστηματικός Κίνδυνος + **<u>ΜΗ</u>** Συστηματικό Κίνδυνο⇔

⇔ $\sigma_p^2 = \beta_p^2\, \sigma_m^2 + \sigma_{\varepsilon p}^2$

Όπου:

β_p = ο συντελεστής βήτα του χαρτοφυλακίου,

$\beta_p = w_1\beta_1 + w_2\beta_2$

$\sigma_{\varepsilon p}^2 = w_1^2 * \sigma_{\varepsilon 1}^2 + w_2^2 * \sigma_{\varepsilon 2}^2$

Υπόδειγμα του ενός δείκτη (Single Index Model) ή Μονοπαραγοντικό Υπόδειγμα: Συντελεστής β, Συνδιακύμανση, Συντελεστής Συσχέτισης

Συντελεστής β Αξιογράφου

$$\beta_i = \frac{\sigma_{i,m}}{\sigma_m^2}$$

Οπότε, **η Συνδιακύμανση του αξιογράφου i με τον δείκτη της αγοράς m είναι**:

$$\sigma_{i,m} = \beta_i * \sigma_m^2 (1)$$

Συντελεστής Συσχέτισης του αξιογράφου i με τον δείκτη της αγοράς m

$$\rho_{im} = \frac{\sigma_{i,m}}{\sigma_i * \sigma_m} \overset{(1)}{\Leftrightarrow}$$

$$\rho_{im} = \frac{\beta_i * \sigma_m^2}{\sigma_i * \sigma_m} \rightarrow$$

$$\rho_{im} = \frac{\beta_i * \sigma_m}{\sigma_i}$$

Παράδειγμα

Έστω ότι ο συντελεστής βήτα του αξιογράφου Α είναι 1,1, ο σταθερός όρος είναι 0,5% και η προσδοκώμενη απόδοση της αγοράς για τον επόμενο μήνα είναι 1,5%. Ποιά είναι η αναμενόμενη απόδοση του αξιογράφου Α για τον επόμενο μήνα;

Λύση

$$E(R_i) = \alpha_i + \beta_i\, E(R_m)$$

Με βάση την παραπάνω εξίσωση έχουμε:

$$E(r_i) = 0{,}005 + 1{,}1 *(0{,}015) \Rightarrow E(r_i) = 2{,}15\%$$

Άρα η αναμενόμενη απόδοση του αξιογράφου Α είναι 2,15% για τον επόμενο μήνα.

Άσκηση Αυτοαξιολόγησης 1 Κεφάλαιο 6

Η αναμενόμενη απόδοση ενός δείκτη της αγοράς είναι 12% και η τυπική απόκλιση των αποδόσεών του είναι 20%. Δίνονται, επίσης, οι παρακάτω πληροφορίες για τις μετοχές Κ και Η.

Μετοχές	α_i	β_i	σ^2_{ei}
Κ	15%	1,2	720
Η	4%	0,8	320

Χρησιμοποιώντας το υπόδειγμα του ενός δείκτη, απαντήστε στις παρακάτω ερωτήσεις:

Άσκηση Αυτοαξιολόγησης 1 Κεφάλαιο 6

α) Να υπολογίσετε την αναμενόμενη απόδοση κάθε μετοχής.

Λύση:

α) $E(R_i) = \alpha_i + \beta_i E(R_m) \Rightarrow$

$E(R_K) = 15 + (1{,}2)\times(12) = 29{,}4\%$

$E(R_H) = 4 + (0{,}8)\times(12) = 13{,}6\%$

Άσκηση Αυτοαξιολόγησης 1 Κεφάλαιο 6

β) Να υπολογίσετε τη διακύμανση και την τυπική απόκλιση των αποδόσεων κάθε μετοχής, καθώς επίσης τη συνδιακύμανση και τον συντελεστή συσχέτισης των αποδόσεών τους.

Λύση:

β) $\sigma_i^2 = \beta_i^2 \sigma_m^2 + \sigma_{ei}^2 \Rightarrow$

$\sigma_K^2 = (1{,}2)^2 \times (20)^2 + 720 = 1.296 \Rightarrow \sigma_K = 36\%.$

$\sigma_H^2 = (0{,}8)^2 \times (20)^2 + 320 = 576 \Rightarrow \sigma_H = 24\%.$

$\sigma_{ij} = \beta_i \beta_j \sigma_m^2 \Rightarrow \sigma_{KH} = (1{,}2) \times (0{,}8) \times (20)^2 = 384$

$\rho_{ij} = (\sigma_{ij} / \sigma_i \sigma_j) \Rightarrow \rho_{KH} = [384/(36) \times (24)] = 0{,}4444$

Άσκηση Αυτοαξιολόγησης 1 Κεφάλαιο 6

γ) Ποια από τις δύο μετοχές έχει μεγαλύτερο κίνδυνο, εάν επενδύσετε το σύνολο των κεφαλαίων σας σε μία από τις δύο μετοχές;

Λύση:

γ) Εάν επενδύσουμε το σύνολο των κεφαλαίων μας σε μία μετοχή, η Κ έχει τον μεγαλύτερο κίνδυνο, καθώς σ_K (= 36%) > σ_H (= 24%).

Άσκηση Αυτοαξιολόγησης 1 Κεφάλαιο 6

δ) Ποια μετοχή προσθέτει λιγότερο κίνδυνο, εάν προστεθεί σε ένα καλά διαφοροποιημένο χαρτοφυλάκιο;

Συνολικός κίνδυνος: $\sigma_p^2 = \beta_p^2 \sigma_m^2 + \sum w_i^2 \sigma_{ei}^2$

Λύση:

δ) Εάν μία μετοχή προστεθεί σε ένα καλά διαφοροποιημένο χαρτοφυλάκιο, ο κίνδυνος του χαρτοφυλακίου αυξάνεται κατά τον συστηματικό κίνδυνο της μετοχής.

Επομένως, για να απαντήσουμε στην ερώτηση αυτή θα πρέπει να υπολογίσουμε τον συστηματικό κίνδυνο κάθε μετοχής.

Μετοχές	α_i	β_i	σ_{ei}^2
Κ	15%	1,2	720
Η	4%	0,8	320

Συστηματικός κίνδυνος $= \sigma_{syst,i}^2 = \beta_i^2 \sigma_m^2 \Rightarrow \sigma_{syst,i} = \beta_i \sigma_m$

$\sigma_{syst,K} = (1{,}2) \times (20) = 24\%.$

$\sigma_{syst,H} = (0{,}8) \times (20) = 16\%.$

Άρα, η μετοχή Η έχει μικρότερο συστηματικό κίνδυνο και, κατά συνέπεια, προσθέτει λιγότερο κίνδυνο εάν προστεθεί σε ένα καλά διαφοροποιημένο χαρτοφυλάκιο.

Άσκηση Αυτοαξιολόγησης 1 Κεφάλαιο 6

ε) Να υπολογίσετε την αναμενόμενη απόδοση και την τυπική απόκλιση των αποδόσεων ενός χαρτοφυλακίου του οποίου το 30% έχει επενδυθεί στη μετοχή Κ και το υπόλοιπο 70% στη μετοχή Η.

Μετοχές	α_i	β_i	σ^2_{ei}
Κ	15%	1,2	720
Η	4%	0,8	320

Λύση:

$$E(R_p) = \alpha_p + \beta_p E(R_m)$$

ε) $\alpha_p = \sum w_i \alpha_i = [(0{,}30) \times (15)] + [(0{,}70) \times (4)] = 7{,}3$

$\beta_p = \sum w_i \beta_i = [(0{,}30) \times (1{,}2)] + [(0{,}70) \times (0{,}8)] = 0{,}92$

Η αναμενόμενη απόδοση του χαρτοφυλακίου θα είναι ίση με:

$E(R_p) = \alpha_p + \beta_p E(R_m) \Rightarrow E(R_i) = (7{,}3) + [(0{,}92) \times (12)] = 18{,}34\%$

Άσκηση Αυτοαξιολόγησης 1 Κεφάλαιο 6

Λύση:

Ο κίνδυνος του χαρτοφυλακίου θα είναι ίσος με:

$$\sigma_p^2 = \beta_p^2 \sigma_m^2 + \sum w_i^2 \sigma_{ei}^2 \Rightarrow \sigma_p^2 = [(0{,}92)^2 \times (20)^2] + \{[(0{,}30)^2 \times (720)] + [(0{,}70)^2 \times (320)]\}$$

$$\Rightarrow \sigma_p^2 = 560{,}16 \Rightarrow \sigma_p = 23{,}67\%.$$

Μετοχές	α_i	β_i	σ_{ei}^2
K	15%	1,2	720
H	4%	0,8	320

Άσκηση Αυτοαξιολόγησης 1 Κεφάλαιο 6

Ο κίνδυνος του χαρτοφυλακίου μπορεί να υπολογιστεί και από το υπόδειγμα του Markowitz, ως εξής:

$$\sigma_p{}^2 = \sum w_i^2 \sigma_i^2 + \sum\sum w_i w_j \sigma_{ij} \text{ ή } \sigma_p{}^2 = \sum w_i^2 \sigma_i^2 + \sum\sum w_i w_j \rho_{ij} \sigma_i \sigma_j \Rightarrow$$

$$\sigma_p{}^2 = w_K{}^2 \sigma_K{}^2 + w_H{}^2 \sigma_H{}^2 + 2\, w_K\, w_H\, \rho_{KH}\, \sigma_K\, \sigma_H \Rightarrow$$

$$\sigma_p{}^2 = \{[(0,30)^2 \times (36)^2] + [(0,70)^2 \times (24)^2]\} + [(2) \times (0,30) \times (0,70) \times (0,4444) \times (36) \times (24)] = 560,14 \Rightarrow \sigma_p = 23,67\%.$$

(Σημείωση: η μικρή διαφορά στο αποτέλεσμα οφείλεται σε στρογγυλοποιήσεις που έγιναν κατά τη διάρκεια των υπολογισμών.)