

ΤΟΜΟΣ Δ ΔΙΑΧΕΙΡΙΣΗ ΧΑΡΤΟΦΥΛΑΚΙΟΥ

ΔΕΟ31

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 1^ο

Η Επενδυτική Διαδικασία

Επένδυση (investment) - ορισμός

Επένδυση:

Δέσμευση κεφαλαίων για ένα χρονικό διάστημα **προκειμένου** να δημιουργηθούν στο **μέλλον** πρόσθετα κεφάλαια στον επενδυτή.

Η επένδυση **ενέχει κίνδυνο** καθώς θυσιάζουμε τη βέβαιη σημερινή κατανάλωση για μια αβέβαιη μελλοντική ωφέλεια

Άρα η επένδυση: **διαχείριση του πλούτου** των επενδυτών ο οποίος αποτελείται από το σημερινό εισόδημα συν την παρούσα αξία των μελλοντικών τους εισοδημάτων

Επένδυση (investment) vs Κερδοσκοπία (speculation)

Ο επενδυτής:

- Θέτει **μεγάλο χρονικό ορίζοντα** προκειμένου να πραγματοποιηθούν οι αποδόσεις από τη επένδυσή του
- Αναμένει μια **κανονική διαχρονική απόδοση**

Ο κερδοσκόπος:

- Θέτει **σύντομο χρονικό ορίζοντα** προκειμένου να πραγματοποιηθούν οι αποδόσεις
- Αναμένει **υπερβολικά υψηλή απόδοση άμεσα**

Η διαδικασία της επένδυσης σε αξιόγραφα

Η διαδικασία της επένδυσης σε αξιόγραφα **μπορεί να διαιρεθεί σε δύο μέρη:**

1. Ανάλυση Αξιόγραφων (security analysis): ορίζεται ως η προσπάθεια να καθοριστεί εάν ένα αξιόγραφο έχει αποτιμηθεί σωστά από του επενδυτές στην αγορά, δηλαδή η ανάλυση αξιόγραφων αναζητά υποτιμημένα ή ανατιμημένα αξιόγραφα.

2. Διαχείριση Χαρτοφυλακίου (portfolio analysis): ορίζεται ως η διαδικασία του συνδυασμού διαφόρων αξιογράφων σε ένα χαρτοφυλάκιο, το οποίο δημιουργείται ανάλογα με τις προτιμήσεις και τις ανάγκες του κάθε επενδυτή καθώς επίσης η παρακολούθηση του χαρτοφυλακίου αυτού και η **αποτίμηση της απόδοσής του.**

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 2^ο

Απόδοση & Κίνδυνος

Απόδοση - ορισμοί

Πραγματοποιηθείσα απόδοση (realized return): θεωρούμε την **πραγματική απόδοση που επιτυγχάνουν** οι επενδυτές.

Αναμενόμενη απόδοση (expected return ή ex ante return): θεωρούμε την **απόδοση την οποία οι επενδυτές προσδοκούν - προβλέπουν** ότι θα αποκομίσουν στο μέλλον από μία επένδυση

Απαιτούμενη απόδοση (required return): θεωρούμε **την ελάχιστη απόδοση** που μπορούν να δεχθούν οι επενδυτές προκειμένου να αναλάβουν την επένδυση

Απαιτούμενη απόδοση = πραγματική απόδοση χωρίς κίνδυνο + αναμενόμενος πληθωρισμός + ανταμοιβή για τον κίνδυνο (risk premium)

Απόδοση εισοδήματος (yield): θεωρούνται οι περιοδικές ταμειακές εισροές τις οποίες λαμβάνει ένας επενδυτής από μια επένδυση που έχει πραγματοποιήσει. Πιο συγκεκριμένα στην περίπτωση των **μετοχών** ο επενδυτής εισπράττει τα **μερίσματα** ενώ στην περίπτωση των **ομολογιών** ο επενδυτής εισπράττει τα **τοκομερίδια**. Οι αποδόσεις αυτές συνήθως **εκφράζονται ως ένα ποσοστό της τρέχουσας χρηματιστηριακής τιμής ενός αξιόγραφου**.

Απόδοση της περιόδου διακράτησης (Holding Period Return – HPR) - Η πραγματοποιηθείσα απόδοση

Περίοδος διακράτησης:

Αν έχω μια επένδυση πχ 2 ετών και **θέλω να δω τι απόδοση HPR έπιασα μεταξύ του σήμερα και μετά από 2 χρόνια**, τότε η απόδοση μεταξύ δύο χρονικών στιγμών είναι:

$$HPR = \frac{\text{ΤΕΛΙΚΗ ΑΞΙΑ ΤΗΣ ΕΠΕΝΔΥΣΗΣ}}{\text{ΑΡΧΙΚΗ ΑΞΙΑ ΤΗΣ ΕΠΕΝΔΥΣΗΣ}}$$

Αν:

HPR>1, η επένδυση πήγε καλά και ο επενδυτής αποκόμισε πρόσθετο κεφάλαιο

HPR<1, ο επενδυτής φαίνεται να έχασε μέρος των χρημάτων που αρχικά επένδυσε

HPR=0, ο επενδυτής έχασε όλα τα χρήματα που αρχικά έβαλε

ΕΤΗΣΙΑ ΗΡΡ: Απόδοση που επιτυγχάνεται σε κάθε περίοδο ενδιάμεσα:

Αφού είδα τι απόδοση πέτυχα μέσα σε πχ 2 έτη, τώρα θέλω να ξέρω από έτος σε έτος την απόδοση:

$$HRR_{\text{ΕΤΗΣΙΑ}} = \sqrt[n]{\frac{\text{ΤΕΛΙΚΗ ΑΞΙΑ ΤΗΣ ΕΠΕΝΔΥΣΗΣ}}{\text{ΑΡΧΙΚΗ ΑΞΙΑ ΤΗΣ ΕΠΕΝΔΥΣΗΣ}}}$$

Όπου:

n= έτη (στο παράδειγμά μας είναι 2 έτη άρα έχω τετραγωνική ρίζα)

ΠΟΣΟΣΤΙΑΙΑ Απόδοση της περιόδου διακράτησης: Holding Period Yield – HPY)

Αν έχω μια επένδυση πχ 2 ετών και θέλω να δω τι ποσοστιαία απόδοση HPY έπιασα **μεταξύ του σήμερα και μετά από 2 χρόνια**, τότε είναι:

$$HPY = \frac{\text{ΤΕΛΙΚΗ ΑΞΙΑ ΤΗΣ ΕΠΕΝΔΥΣΗΣ} - \text{ΑΡΧΙΚΗ ΑΞΙΑ ΤΗΣ ΕΠΕΝΔΥΣΗΣ}}{\text{ΑΡΧΙΚΗ ΑΞΙΑ ΤΗΣ ΕΠΕΝΔΥΣΗΣ}}$$

ή

$$HPY = \frac{\text{ΤΕΛΙΚΗ ΑΞΙΑ ΤΗΣ ΕΠΕΝΔΥΣΗΣ}}{\text{ΑΡΧΙΚΗ ΑΞΙΑ ΤΗΣ ΕΠΕΝΔΥΣΗΣ}} - 1$$

ή

$$HPY = HPR - 1$$

ΕΤΗΣΙΑ ΠΟΣΟΣΤΙΑΙΑ Απόδοση της περιόδου διακράτησης: Holding Period Yield – HPY)

Αν έχω μια επένδυση πχ 2 ετών και θέλω να δω τι ποσοστιαία απόδοση HPY έπιασα **ετησίως**, τότε είναι:

$$HPY_{\text{ΕΤΗΣΙΑ}} = \sqrt[n]{\frac{\text{ΤΕΛΙΚΗ ΑΞΙΑ ΤΗΣ ΕΠΕΝΔΥΣΗΣ} - \text{ΑΡΧΙΚΗ ΑΞΙΑ ΤΗΣ ΕΠΕΝΔΥΣΗΣ}}{\text{ΑΡΧΙΚΗ ΑΞΙΑ ΤΗΣ ΕΠΕΝΔΥΣΗΣ}}}$$

ή

$$HPY_{\text{ΕΤΗΣΙΑ}} = \sqrt[n]{\frac{\text{ΤΕΛΙΚΗ ΑΞΙΑ ΤΗΣ ΕΠΕΝΔΥΣΗΣ}}{\text{ΑΡΧΙΚΗ ΑΞΙΑ ΤΗΣ ΕΠΕΝΔΥΣΗΣ}}} - 1$$

ή

$$HPY_{\text{ΕΤΗΣΙΑ}} = \sqrt[n]{\text{HPR}} - 1$$

Άσκηση Αυτοαξιολόγησης 1/Κεφάλαιο 2

Στις 12 Ιανουαρίου 1998 αγοράσατε μία μετοχή προς 12.000 δραχ. και ένα χρόνο αργότερα την πουλήσατε προς 13.000 δραχ. Κατά τη διάρκεια του χρόνου εισπράξατε μερίσματα αξίας 680 δραχ. Να υπολογίσετε την απόδοση της περιόδου διακράτησης (HPR) και την ποσοστιαία απόδοση της περιόδου διακράτησης (HPY) που είχατε από την επένδυσή σας αυτή. Η δική μας απάντηση δίνεται στο Παράρτημα, στο τέλος του κεφαλαίου.

Λύση:

$$\text{HPR} = (\text{Τελική αξία επένδυσης, συμπεριλαμβανομένου και του μερίσματος} / \text{Αρχική αξία επένδυσης}) = (13.000 + 680) / 12.000 \Rightarrow \text{HPR} = 1,14.$$

$$\text{HPY} = (\text{HPR} - 1,0) = (1,14 - 1,00) = 0,14 \text{ ή } 14\%.$$

ΓΕ 2 2016-2017 ΘΕΜΑ 4

Ο παρακάτω Πίνακας παρουσιάζει τις μηνιαίες τιμές κλεισίματος πέντε χαρτοφυλακίων (δεικτών) για την περίοδο μεταξύ 29/12/2014 και 28/12/2015. Συγκεκριμένα οι επενδύσεις είναι CAC 40 (Γαλλία), ο DAX 30 (Γερμανία), ο IBEX 35 (Ισπανία), ο FTSE MIB (Ιταλία), και ο FTSE/ATHEX (Ελλάδα).

Να υπολογίσετε τις πραγματοποιηθείσες μηνιαίες αποδόσεις των επενδύσεων του πίνακα για την περίοδο μεταξύ Ιανουαρίου 2015 και Δεκεμβρίου 2015. Υποθέστε ότι δεν υπάρχουν άλλα εισοδήματα από τις επενδύσεις.

ΓΕ 2 2016-2017 ΘΕΜΑ 4

	CAC 40 (Γαλλία)	DAX 30 (Γερμανία)	IBEX 35 (Ισπανία)	FTSE MIB (Ιταλία)	FTSE/ATHEX (Ελλάδα)
29/12/2014	4317,93	9927,13	10394,2	19130,02	2661,1
26/1/2015	4675,13	10798,33	10696,1	20756,72	2517,7
23/2/2015	4862,3	11130,92	10990,1	21964,29	2536,6
30/3/2015	5083,52	12086,01	11529,1	23260,57	2282,9
27/4/2015	5268,91	12039,16	11640,2	23806,27	2385,3
25/5/2015	5117,17	11815,01	11322,3	23285,11	2429,1
29/6/2015	4869,82	11083,2	10853,9	22569,95	2412,2
27/7/2015	4927,6	11056,4	11145,4	22809,3	2412,2
31/8/2015	4652,95	10259,46	10259	21941,92	1827,2
28/9/2015	4357,05	9483,55	9394,2	20759,49	1908,3
26/10/2015	4897,13	10801,34	10478,3	22629,64	2172,1
30/11/2015	4957,6	11382,23	10386,9	22717,98	1877,2
28/12/2015	4617,95	10653,91	9552,5	21369,15	1795

Για τον υπολογισμό των μηνιαίων αποδόσεων έγινε χρήση του τύπου της ποσοστιαίας απόδοσης της περιόδου διακράτησης ΗΡΥ:

$$ΗΡΥ = ΗΡΡ - 1 = \frac{\text{ΤΕΛΙΚΗ ΑΞΙΑ ΕΠΕΝΔΥΣΗΣ}}{\text{ΑΡΧΙΚΗ ΑΞΙΑ ΕΠΕΝΔΥΣΗΣ}} - 1$$

Ενδεικτικά για την Γαλλία η απόδοση του Γενάρη θα είναι:

$$ΗΡΥ = \frac{4675,13}{4317,93} - 1 = 0,08272$$

ΓΕ 2 2016-2017 ΘΕΜΑ 4

Συγκεντρωτικά οι μηνιαίες αποδόσεις για όλες τις χώρες παρουσιάζονται στον ακόλουθο πίνακα:

ΗΡΥ					
CAC 41	DAX 31	IBEX 36	FTSE MIB	FTSE/ATHEX	
ΓΑΛΛΙΑ	ΓΕΡΜΑΝΙΑ	ΙΣΠΑΝΙΑ	ΙΤΑΛΙΑ	ΕΛΛΑΔΑ	
0,082725	0,087759504	0,029045	0,085033889	-0,05388749	
0,040035	0,030800133	0,027487	0,058177304	0,00750685	
0,045497	0,085805127	0,049044	0,059017615	-0,10001577	
0,036469	-0,003876383	0,009636	0,023460302	0,04485523	
-0,0288	-0,018618409	-0,02731	-0,02189171	0,01836247	
-0,04834	-0,061939008	-0,04137	-0,03071319	-0,00695731	
0,011865	-0,002418074	0,026857	0,010604809	0	
-0,05574	-0,07207952	-0,07953	-0,03802747	-0,2425172	
-0,06359	-0,075628737	-0,0843	-0,05388909	0,04438485	
0,123955	0,138955349	0,115401	0,09008651	0,13823822	
0,012348	0,053779438	-0,00872	0,00390373	-0,13576723	
-0,06851	-0,063987461	-0,08033	-0,0593728	-0,04378862	

ΓΕ 2 2016-2017 ΘΕΜΑ 4

Να υπολογίσετε την μέση αναμενόμενη μηνιαία απόδοση για κάθε επένδυση του πίνακα. Κατατάξτε τις επενδύσεις κατά φθίνουσα μέση αναμενόμενη μηνιαία απόδοση. Σχολιάστε.

Λύση:

Υποθέτοντας ότι ο κάθε μήνας έχει την ίδια πιθανότητα πραγματοποίησης, η μέση μηνιαία απόδοση για κάθε απόδοση είναι ο μέσος όρος των μηνιαίων αποδόσεων κάθε χώρας ξεχωριστά:

$$\overline{HPY} = \frac{\sum HPY}{n}$$

Ενδεικτικά για τη Γαλλία:

$$\frac{0,082725 + 0,040035 + 0,045497 + 0,036469 - 0,0288 - \dots - 0,06851}{12}$$

Αναμενόμενη Απόδοση αξιόγραφου (Expected Return)

Αναμενόμενη απόδοση. Είναι ο σταθμικός μέσος όρος όλων των δυνητικών αποδόσεων μιας επένδυσης, όπου κάθε δυνητική απόδοση σταθμίζεται από την αντίστοιχη πιθανότητα να συμβεί. Άρα, η αναμενόμενη απόδοση μιας επένδυσης είναι:

$$E(r) = \sum_{i=1}^n P_i r_i \quad (2.5)$$

όπου $E(r)$ = η αναμενόμενη ή προσδοκώμενη απόδοση μιας επένδυσης, P_i = η πιθανότητα να συμβεί η i δυνητική απόδοση της επένδυσης, r_i = η i δυνητική απόδοση και n = ο αριθμός των δυνητικών αποδόσεων.

Κίνδυνος & Απόδοση

Ως **κίνδυνο** ορίσουμε την **πιθανότητα** το πραγματικό αποτέλεσμα από μια επένδυση να **διαφέρει από το αναμενόμενο**. Γενικά όσο περισσότερα είναι τα πιθανά αποτελέσματα από μία επένδυση τόσο μεγαλύτερος είναι και ο κίνδυνος τον οποίο αυτή ενέχει. Εάν δεν υπάρχει διασπορά των πιθανών αποτελεσμάτων μιας επένδυσης γύρω από το αναμενόμενο, δεν υπάρχει και κίνδυνος. Επομένως ο **κίνδυνος** μιας επένδυσης ορίζεται ως **ο βαθμός μεταβολής των πιθανών αποδόσεων γύρω από την αναμενόμενη απόδοση**.

Κίνδυνος (τυπική απόκλιση): αν έχω δείγμα και όχι πληθυσμό

Στην αρχή του κεφαλαίου ορίσαμε τον κίνδυνο ως **τη μεταβλητότητα (variability) των δυνητικών αποτελεσμάτων γύρω από την αναμενόμενη τιμή τους ή τον αριθμητικό τους μέσο**. Ένα από τα πλέον δημοφιλή στατιστικά μέτρα της διασποράς των δυνητικών αποτελεσμάτων γύρω από την αναμενόμενη τιμή τους είναι η **τυπική απόκλιση** ή μέση απόκλιση τετραγώνου (standard deviation). Κατά συνέπεια, η τυπική απόκλιση είναι ένα μέτρο του συνολικού κινδύνου ενός περιουσιακού στοιχείου ή ενός χαρτοφυλακίου⁶ και υπολογίζεται από τον τύπο⁷:

$$s = \left[\frac{\sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2}{(n-1)} \right]^{1/2} \quad (2.4)$$

s= η τυπική απόκλιση των αποδόσεων

X_i= η κάθε απόδοση i του δείγματος

n= ο αριθμός των αποδόσεων του δείγματος

Κίνδυνος (τυπική απόκλιση) ενός αξιόγραφου αν έχω πληθυσμό

Σε περίπτωση που εξετάζουμε πραγματικές και όχι αναμενόμενες αποδόσεις (δηλαδή τα αποτελέσματα δεν έχουν κάποιο συντελεστή βαρύτητας) τότε στον τύπο του κινδύνου αντί για αναμενόμενη απόδοση $E(r)$ έχω τον μέσο όρο \bar{r} των αποδόσεων:

$$\sigma_i = \sqrt{\sigma_i^2} = \sqrt{\frac{1}{N} \sum [(r_i - \bar{r})]^2}$$

Όπου: r_i = οι παρατηρούμενες αποδόσεις

\bar{r} = η μέση απόδοση (ο μέσος όρος των αποδόσεων που χρησιμοποιούνται)

N = ο αριθμός των παρατηρήσεων

Κίνδυνος δείγματος και πληθυσμού

Αν εξετάζω δείγμα τότε διαιρώ με $n-1$ και η τυπική απόκλιση συμβολίζεται με s .

Αν εξετάζω πληθυσμό τότε διαιρώ με n και η τυπική απόκλιση συμβολίζεται με σ .

Κίνδυνος (τυπική απόκλιση) ενός αξιόγραφου: αν έχω πιθανότητα

Στο ίδιο κεφάλαιο ορίσαμε ως **κίνδυνο** τη **μεταβλητότητα των δυνητικών αποτελεσμάτων γύρω από την αναμενόμενη τιμή τους**. Επιπλέον, αναφέραμε ότι ένα **στατιστικό μέτρο της διασποράς των δυνητικών αποτελεσμάτων γύρω από την αναμενόμενη τιμή τους είναι η τυπική απόκλιση (και η διακύμανση)**. Άρα, η τυπική απόκλιση των αναμενόμενων αποδόσεων ενός αξιογράφου δίνεται από τη σχέση:

$$\sigma = \left\{ \sum_{i=1}^n P_i [r_i - E(r)]^2 \right\}^{1/2} \quad (6.2)$$

όπου σ = η τυπική απόκλιση των αναμενόμενων αποδόσεων ενός αξιογράφου, P_i = η πιθανότητα να συμβεί η i δυνητική απόδοση του αξιογράφου, r_i = η i δυνητική απόδοση του αξιογράφου, $E(r)$ = η αναμενόμενη ή προσδοκώμενη απόδοση του αξιογράφου και n = ο αριθμός των δυνητικών αποδόσεων.

Παράδειγμα 1 Δ τόμου

Ένας επενδυτής έκανε μία επένδυση 1.000 δρχ. το 1997, η οποία είχε την εξέλιξη που εμφανίζεται στον παρακάτω πίνακα. Να υπολογίσετε τον κίνδυνο στον οποίο ήταν εκτεθειμένος ο επενδυτής.

Έτος	Αρχική αξία	Τελική αξία	HPR	HPY
1997	1.000	1.100	1,10	0,10
1998	1.100	1.320	1,20	0,20
1999	1.320	1.122	0,85	- 0,15

Λύση:

Ο κίνδυνος προκύπτει από τον τύπο:

$$s = \left[\frac{\sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2}{(n-1)} \right]^{1/2}$$

Πρώτα όμως θα υπολογίσουμε τη μέση απόδοση HPY

Παράδειγμα 1 Δ τόμου

Απάντηση:

Ο αριθμητικός μέσος είναι το άθροισμα των αποδόσεων που εξετάζονται, διαιρούμενο δια τον συνολικό αριθμό τους. Άρα, $AM = \sum HPY / n \Rightarrow$

$$AM = [(0,10) + (0,20) + (-0,15)]/3 = 0,15/3 = 0,05 \text{ ή } 5\% \text{ ετησίως.}$$

Έτος	HPY	HPY-AM	(HPY-AM) ²
1997	0,10	0,05	0,0025
1998	0,20	0,15	0,0225
1999	-0,15	-0,20	0,0400
	AM = 0,05		Άθροισμα = 0,0650

$$\sum (X - \bar{X})^2 = \sum (HPY - AM)^2 = 0,0650$$

$$s = [0,0650/2]^{1/2} = 0,1803 \text{ ή } 18,03\%.$$

Παράδειγμα 2 Δ τόμου

Παράδειγμα 2

Ένας επενδυτής εξετάζει μία επένδυση. Ο επενδυτής υπολογίζει ότι υπάρχει 25% πιθανότητα η επένδυση αυτή να του αποδώσει 15%, 50% πιθανότητα να του αποδώσει 10% και 25% πιθανότητα να του αποδώσει 5%. Ποια είναι η αναμενόμενη απόδοση του επενδυτή από αυτή την επένδυση;

Απάντηση: Η αναμενόμενη απόδοση του επενδυτή είναι:

$$E(r) = (0,25 \times 0,15) + (0,50 \times 0,10) + (0,25 \times 0,05) = 0,10 \text{ ή } 10\%.$$

Παράδειγμα 3 Δ τόμου

Χρησιμοποιώντας τα δεδομένα του παραδείγματος 2 αυτού του κεφαλαίου, να υπολογίσετε τον κίνδυνο στον οποίο θα είναι εκτεθειμένος ο επενδυτής.

Απάντηση:

(P)	(ΗΡΥ ή r)	(P) × (r)	ΗΡΥ - E(r)	[ΗΡΥ - E(r)] ²	(P)[ΗΡΥ - E(r)] ²
0,25	0,15	0,0375	0,0500	0,0025	0,0006
0,50	0,10	0,0500	-0,0000	0,0000	0,0000
0,25	0,05	0,0125	-0,0500	0,0025	0,0006
		E(r) = 0,1000			Άθροισμα = 0,0012

Αναμενόμενη απόδοση: $[E(r)] = (0,25 \times 0,15) + (0,50 \times 0,10) + (0,25 \times 0,05) = 0,10$ ή 10%.

Διακύμανση: $(\sigma^2) = \sum (P) \times [ΗΡΥ - E(r)]^2 = 0,0012$

Τυπική απόκλιση: $(\sigma) = \{ \sum (P) \times [ΗΡΥ - E(r)]^2 \}^{1/2} = \{0,0012\}^{1/2} = 0,0346$ ή 3,46%

Επομένως, η απόδοση την οποία αναμένει ο επενδυτής από την επένδυσή του είναι 10% και ο κίνδυνος τον οποίο εκτιμά ο επενδυτής ότι ενέχει η επένδυση αυτή (δηλαδή η τυπική απόκλιση των πιθανών αποδόσεων από την αναμενόμενη τιμή τους) είναι 3,46%.

Λύση:

Ο κίνδυνος προκύπτει από τον τύπο:

$$\sigma = \left\{ \sum_{i=1}^n P_i [r_i - E(r)]^2 \right\}^{1/2}$$

Έχουμε υπολογίσει την αναμενόμενη απόδοση:

$$E(r) = (0,25 \times 0,15) + (0,50 \times 0,10) + (0,25 \times 0,05) = 0,10 \text{ ή } 10\%$$

$$\sigma^2 = 0,25 * (0,15 - 0,10)^2 + 0,50 * (0,10 - 0,10)^2 + 0,25 * (0,05 - 0,10)^2 = 0,0012$$

Οπότε:

$$\sigma = \sqrt{0,0012} = 0,0346 \text{ ή } 3,46\%$$

2 Κατηγορίες Κινδύνων (sos)

1. Στον συστηματικό κίνδυνο (systematic risk) ή κίνδυνος της αγοράς (market risk)

Είναι ο κίνδυνος της επένδυσης ο οποίος συσχετίζεται με την συνολική αγορά και ο οποίος **δεν μπορεί να εξαλειφθεί με την διαφοροποίηση** του χαρτοφυλακίου. Ο κίνδυνος αυτός **οφείλεται σε δυνάμεις της αγοράς** που είναι ανεξάρτητες από την κάθε ξεχωριστή επένδυση που περιέρχεται στο χαρτοφυλάκιο του επενδυτή. Στην κατηγορία αυτή μπορούμε να πούμε ότι περιλαμβάνεται **ο κίνδυνος των επιτοκίων, ο κίνδυνος της αγοράς, ο κίνδυνος του πληθωρισμού.**

2. Στο μη συστηματικό κίνδυνο (unsystematic risk)

Είναι εκείνος ο κίνδυνος που οφείλεται **σε λόγους ιδιαίτερους για την κάθε ξεχωριστή επένδυση** και επομένως **μπορεί να εξαλειφθεί με την διαφοροποίηση** του χαρτοφυλακίου. Στην κατηγορία αυτή περιλαμβάνεται **ο επιχειρηματικός κίνδυνος, ο χρηματοοικονομικός κίνδυνος και ο κίνδυνος ρευστότητας.**

3. Συνολικός Κίνδυνος= Συστηματικός Κίνδυνος + Μη Συστηματικό Κίνδυνο

Συντελεστής μεταβλητότητας (Coefficient of Variation – CV): Σχετική μέτρηση του κινδύνου

Ο συντελεστής μεταβλητότητας Coefficient of Variation – CV μετρά τον κίνδυνο ανά μονάδα αναμενόμενης απόδοσης και καθορίζεται από το πηλίκο της διαίρεσης της τυπικής απόκλισης δια την αναμενόμενη απόδοση:

$$CV = \sigma/E(r)$$

Ο CV χρησιμοποιείται στις περιπτώσεις που οι επενδυτές **θέλουν να συγκρίνουν τον κίνδυνο επενδύσεων αλλά οι αναμενόμενες αποδόσεις τους παρουσιάζουν σημαντικές διαφορές.**

Σε αυτές τις περιπτώσεις, η διακύμανση και η τυπική απόκλιση είναι απόλυτες μετρήσεις της διασποράς και μπορεί να οδηγήσουν σε εσφαλμένα συμπεράσματα

Στην περίπτωση που έχουμε έναν ορθολογικό επενδυτή ενώπιον πχ δύο επενδύσεων και η μία του δίνει υψηλότερη απόδοση ενώ η άλλη του δίνει χαμηλότερο κίνδυνο.

Άσκηση

Ένας επενδυτής θέλει να αγοράσει μια από τις δυο μετοχές ποια θα πρέπει να διαλέξει ;

Δυνητική απόδοση μετοχής A	Πιθανότητα	Δυνητική απόδοση μετοχής B	Πιθανότητα
0,40	0,80	0,10	0,40
0,30	0,20	0,15	0,60

Λύση:

Δυνητική απόδοση μετοχής Α	Πιθανότητα	Δυνητική απόδοση μετοχής Β	Πιθανότητα
0,40	0,80	0,10	0,40
0,30	0,20	0,15	0,60

Υπολογισμός Αναμενόμενης Απόδοσης: $E(r) = \sum_{i=1}^n r_i \cdot P_i$

Οπότε: $E(r_A) = (0,40 \cdot 0,80) + (0,30 \cdot 0,20) = 0,38$ και $E(r_B) = (0,10 \cdot 0,40) + (0,15 \cdot 0,60) = 0,13$

Υπολογισμός Κινδύνου: $\sigma = \sqrt{\sigma^2}$ και $\sigma^2 = \sum_{i=1}^n (r_i - E(r))^2 \cdot P_i$

Οπότε: $\sigma_A^2 = (0,40 - 0,38)^2 \cdot 0,8 + (0,30 - 0,38)^2 \cdot 0,2 = 0,00032 + 0,00128 = 0,0016$

Άρα: $\sigma_A = \sqrt{\sigma_A^2} = \sqrt{0,0016} = 0,04$

$$\text{Επίσης: } \sigma_B^2 = (0,10 - 0,13)^2 0,4 + (0,15 - 0,13)^2 0,6 = 0,00036 + 0,00024 = 0,0006$$

$$\text{Άρα: } \sigma_B = \sqrt{\sigma_B^2} = \sqrt{0,0006} = 0,0245$$

Επένδυση	E(R)	σ
A	0,38	0,04
B	0,13	0,0245

Βάσει της αναμενόμενης απόδοσης θα επιλέξουμε την επένδυση με τη μεγαλύτερη προσδοκώμενη απόδοση, την επένδυση A ενώ βάσει του κριτηρίου του κινδύνου θα επιλέξουμε την επένδυση με τη μικρότερη τυπική απόκλιση την επένδυση B.

Επένδυση A

$$CV_A = \frac{\sigma_A}{E(r_A)} = \frac{0,04}{0,38} = 0,105$$

Επένδυση B

$$CV_B = \frac{\sigma_B}{E(r_B)} = \frac{0,0245}{0,13} = 0,1885$$

Ο επενδυτής βάσει του συντελεστή μεταβλητότητας θα διαλέξει την επένδυση A γιατί έχει μικρότερη διασπορά κινδύνου ανά μονάδα αναμενομένης απόδοσης σε σχέση με την επένδυση B

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 3^ο

Αγορές Χρήματος και Κεφαλαίου

Η Αγορά Χρήματος

Αγορά χρήματος είναι η αγορά στην οποία πωλούνται και **αγοράζονται αξιόγραφα βραχυχρόνιας διάρκειας** και **δεν έχει συγκεκριμένη τοποθεσία** στην οποία γίνονται οι συναλλαγές. Η αγορά χρήματος μπορεί να είναι μία τηλεφωνική αγορά.

Τα **κυρία χαρακτηριστικά των βραχυχρόνιων αξιογράφων** είναι ότι:

- έχουν **διάρκεια** συνήθως μέχρι **ένα Έτος**
- έχουν **μεγάλη ρευστότητα**.
- έχουν **χαμηλό κίνδυνο αθέτησης** των υποχρεώσεων του εκδότη των αξιογράφων

Είδη Βραχυχρόνιων Αξιογράφων

□ Έντοκα Γραμμάτια του Ελληνικού Δημοσίου.

Γενικά, **δεν δίνουν τοκομερίδια** (zero-coupon bond) αλλά η **τιμή πώλησης είναι μικρότερη από την ονομαστική αξία που θα εισπράξει ο κάτοχος στην λήξη τους**. Η διαφορά μεταξύ τιμής πώλησης και ονομαστικής αξίας είναι και η απόδοση που θα εισπράξει ο επενδυτής στην λήξη.

Παράδειγμα:

Ένας διαπραγματευτής μπορεί να αγοράσει ένα 12μηνο γραμμάτιο του δημοσίου αξίας 100€ για 94€, πετυχαίνοντας μία απόδοση $(100-94)/94=6,38\%$, εάν το κρατήσει μέχρι την λήξη του.

Είδη Βραχυχρόνιων Αξιογράφων

❑ Συμφωνίες επαναγοράς Repos.

Ένας οφειλέτης (πχ. ένας χρηματοπιστωτικός οργανισμός) εκδίδει ένα repo κάνοντας **συμφωνία να πουλήσει χρεόγραφα σε έναν δανειστή σε μία συγκεκριμένη τιμή** και ταυτόχρονα συμφωνεί να τα επαναγοράσει σε μία μελλοντική στιγμή και σε μία συγκεκριμένη τιμή. Η διαφορά μεταξύ των δύο τιμών είναι η απόδοση του δανειστή.

❑ Πιστοποιητικά Καταθέσεων (Certificates of deposits (CDs))

Τα πιστοποιητικά καταθέσεων συνιστούν μια ιδιαίτερη **μορφή προθεσμιακής κατάθεσης**, τα οποία εκδίδονται για μια συγκεκριμένη περίοδο αναφοράς, επί ενός συγκεκριμένου ποσού και με ορισμένο επιτόκιο, ενώ αποτελούν **αντικείμενο διαπραγμάτευσης στη δευτερογενή αγορά χρήματος**.

Παράδειγμα:

Ένας πελάτης καταθέτει με προθεσμία ένα ποσό σε μία τράπεζα και η κατάθεση διατηρείται στην τράπεζα μέχρι τη λήξη οπότε ο πελάτης λαμβάνει την κατάθεση συν τον τόκο.

Η Αγορά Κεφαλαίου

Κεφαλαιαγορά ή Αγορά Κεφαλαίου είναι οργανωμένες αγορές μέσα στην οποία διακινούνται χρηματικά κεφάλαια ενώ παράλληλα διαπραγματεύονται, αγοράζονται και πωλούνται χρηματοοικονομικά εργαλεία με **μακροχρόνιο επενδυτικό ορίζοντα**, άνω του έτους, σε αντίθεση την χρηματαγορά όπου διαπραγματεύονται εργαλεία με λήξη μέχρι ενός έτους.

Χαρακτηριστικά **παραδείγματα** είναι οι **ομολογίες** (μεταβλητού ή σταθερού εισοδήματος), και οι **μετοχές**.

Αξιόγραφα μεταβλητού εισοδήματος

Αξιόγραφα μεταβλητού εισοδήματος (variable-income securities) λέγονται τα αξιόγραφα εκείνα τα οποία **δεν καταβάλλουν κάθε περίοδο** (π.χ. εξάμηνο ή δωδεκάμηνο) **ένα συγκεκριμένο ποσό χρημάτων στον κάτοχό τους**, αλλά το εισόδημα του κατόχου τους κυμαίνεται από περίοδο σε περίοδο. Τα σημαντικότερα αξιόγραφα μεταβλητού εισοδήματος διεθνώς **είναι οι κοινές μετοχές⁴**.

Μετοχή - Ορισμός

Η μετοχή (stock) είναι ένα **αξιόγραφο** που **αντιπροσωπεύει** ένα **μερίδιο ιδιοκτησίας** σε μια επιχείρηση. Ένας επενδυτής που κατέχει μετοχές μιας επιχείρησης, **κατέχει μερίδιο του ενεργητικού** και **των κερδών της επιχείρησης** αυτής τόσο όσο το ποσοστό των μετοχών του επί του συνόλου των μετοχών της επιχείρησης. Τα κεφάλαια που έχουν εισφέρει οι μέτοχοι μιας επιχείρησης αποτελούν τα ίδια κεφάλαιά της.

Οι μετοχές μπορούν να είναι είτε **ονομαστικές** είτε **ανώνυμες**. Στην περίπτωση των ονομαστικών μετοχών, η επιχείρηση γνωρίζει ονομαστικά τους μετόχους της. Ο πιο **συνηθισμένος** τύπος μετοχών είναι οι **κοινές μετοχές**.

Προνομιούχες Μετοχές

Ένας άλλος τύπος μετοχών είναι οι προνομιούχες. Οι διαφορές τους από τις κοινές συνοπτικά είναι:

1. Δεν έχουν, συνήθως, δικαίωμα ψήφου στη γενική συνέλευση των μετόχων.
2. Εισπράττουν μέρισμα κάθε χρόνο, ανεξάρτητα από αν οι κάτοχοι κοινών μετοχών εισπράττουν ή όχι μέρισμα, και δικαιούνται μερίδιο από την τυχόν εκκαθάριση της επιχείρησης κατά προτεραιότητα των κοινών μετοχών.

Συνεπώς, η προνομιούχος μετοχή μιας επιχείρησης, αφού λαμβάνει μέρισμα κάθε χρόνο, μπορεί να θεωρηθεί ως το ισοδύναμο μιας ετήσιας προσόδου που δεν τελειώνει ποτέ (perpetuity) – με τη διαφορά ότι το ετήσιο ποσό της προσόδου (το μέρισμα της προνομιούχου μετοχής) μπορεί να μην είναι σταθερό.

Αξιόγραφα σταθερού εισοδήματος

Αξιόγραφα σταθερού εισοδήματος (fixed-income securities) λέγονται τα αξιόγραφα **εκείνα τα οποία καταβάλλουν κάθε περίοδο** (π.χ. εξάμηνο ή δωδεκάμηνο) **ένα ποσό χρημάτων** στον κάτοχό τους, το οποίο έχει οριστεί την ημερομηνία που εκδόθηκαν και είναι σταθερό για όλο το χρονικό διάστημα της ζωής τους. Τα σημαντικότερα αξιόγραφα σταθερού εισοδήματος διεθνώς είναι **οι προνομιούχες μετοχές¹² και οι ομολογίες**. Θα πρέπει, πάντως, να σημειωθεί ότι οι **ομολογίες** **μπορεί να είναι και αξιόγραφα μεταβλητού εισοδήματος**, ή, όπως συνήθως λέγονται, **κυμαινόμενου επιτοκίου** (floating rate notes –FRNs– ή variable-rate notes).

Κύρια και παράλληλη αγορά

Στο ΧΑΑ λειτουργούν δύο αγορές:

Η **Κύρια Αγορά (official stock exchange)**: αντικείμενα διαπραγμάτευσης είναι μετοχές μεγάλων εταιρειών

Η **Παράλληλη Αγορά**: περιλαμβάνει μετοχές δυναμικών εταιρειών μικρού, όμως, μεγέθους. Αποτελεί τον προθάλαμο για την εισαγωγή τους στην Κύρια Αγορά του Χρηματιστηρίου

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 4^ο

Αποτίμηση Αξιογράφων Σταθερού Εισοδήματος

Ομόλογο - ορισμός

Η **ομολογία** είναι ένα **εμπορικό έγγραφο**, με το οποίο η **εκδότρια εταιρεία** αναγνωρίζει (**ομολογεί**) ότι έχει **δανεισθεί (ονομαστική αξία)** ένα συγκεκριμένο ποσό χρημάτων, το οποίο αναγράφεται επί του σώματος της ομολογίας. Το ομόλογο είναι ένα χρεόγραφο που **στο τέλος κάθε περιόδου δίνει** ένα σταθερό εισόδημα, το **κουπόνι** ή τοκομερίδιο και στη **λήξη αποδίδει τα τοκομερίδια και την ονομαστική αξία.**

Εύλογη ή δίκαιη ή εσωτερική ή οικονομική αξία (fair value or reasonable value or intrinsic value) ή Τιμή Ομολόγου

Η Τιμή μιας Ομολογίας (P_0) ή **Εύλογη ή δίκαιη ή εσωτερική ή οικονομική αξία Ομολόγου** (reasonable value ή fair value ή intrinsic value IV) ισούται με το άθροισμά των προεξοφλημένων Ταμειακών Ροών από την ομολογία, οι οποίες αφορούν στην αξία των **τοκομεριδίων C** που λαμβάνει ο κάτοχος σε συγκεκριμένα χρονικά διαστήματα και την Ονομαστική Αξία (Face Value FV) που λαμβάνει ο κάτοχος στο τέλος της ζωής της ομολογίας.

$$IV \text{ ή } P_0 = \frac{C}{(1+k)^1} + \frac{C}{(1+k)^2} + \dots + \frac{C}{(1+k)^n} + \frac{FV}{(1+k)^n}$$

Όπου:

FV= ονομαστική αξία (ποσό δανείου χωρίς τόκους)

C= $c \cdot FV$ τοκομερίδια ή κουπόνια

c = εκδοτικό επιτόκιο

k = απαιτούμενη απόδοση ή προεξοφλητικό επιτόκιο ή κόστος ευκαιρίας

Προεξοφλητικό επιτόκιο k ή κόστος ευκαιρίας (opportunity cost) ή απόδοση στη λήξη (YTM – Yield To Maturity) Ομολογίας

Το προεξοφλητικό επιτόκιο που χρησιμοποιείται στον ανωτέρω τύπο είναι η απόδοση που απαιτούν οι επενδυτές για να αγοράσουν τη συγκεκριμένη ομολογία. Επειδή κάθε ομολογία διαφέρει από τις άλλες, η απαιτούμενη απόδοση είναι διαφορετική για κάθε ομολογία. Το επιτόκιο αυτό αναγωγής αντιπροσωπεύει την αξία του χρήματος κατά το χρονικό διάστημα που μεσολαβεί από την αγορά μέχρι τη λήξη της ομολογίας και επηρεάζεται από τον κίνδυνο της ομολογίας. Επιπλέον, το επιτόκιο αυτό αποτελεί το κόστος ευκαιρίας (opportunity cost) του κατόχου της ομολογίας, καθώς αντικατοπτρίζει την απόδοση που διαφεύγει από τον επενδυτή, λόγω της μη αποδοχής της καλύτερης εναλλακτικής επένδυσης με τον ανάλογο κίνδυνο. Κατά συνέπεια, τα επιτόκια στην αγορά επηρεάζουν άμεσα το προεξοφλητικό επιτόκιο που χρησιμοποιείται για την εύρεση της εύλογης αξίας μιας ομολογίας.

Απόδοση στη λήξη YTM (Yield To maturity): Είναι μια υποσχόμενη απόδοση

Η απόδοση στη λήξη είναι η απόδοση που θα έχει ο ομολογιούχος εάν αγοράσει την ομολογία στην τρέχουσα τιμή αγοράς της και την κρατήσει μέχρι τη λήξη της. Η απόδοση στη λήξη θα επιτευχθεί μόνο εάν ο ομολογιούχος κρατήσει την ομολογία μέχρι τη λήξη της και επανεπενδύσει τα τοκομερίδια με επιτόκιο ίσο με την απόδοση στη λήξη.

$$P_0 = IV = \frac{C}{(1+YTM)^1} + \frac{C}{(1+YTM)^2} + \dots + \frac{C}{(1+YTM)^n} + \frac{FV}{(1+YTM)^n} \quad (4.2)$$

όπου P_0 = η τρέχουσα τιμή της ομολογίας στη αγορά και YTM = η απόδοση στη λήξη.

Πώληση στο άρτιο

Αν:

Εκδοτικό επιτόκιο c = απόδοση στη λήξη k ή YTM

Τότε λέμε η ομολογία πωλείται στο άρτιο και ισχύει:

Τιμή αγοράς της ομολογίας = Ονομαστική αξία της ομολογίας

Δηλαδή:

$$P = FV$$

Πώληση ΥΠΕΡ το άρτιο

Αν:

Εκδοτικό επιτόκιο $c >$ απόδοση στη λήξη k ή YTM

Τότε λέμε η ομολογία πωλείται ΥΠΕΡ το άρτιο και ισχύει:

Τιμή αγοράς της ομολογίας $>$ Ονομαστική αξία της ομολογίας

Δηλαδή:

$P > FV$

Πώληση ΥΠΟ το άρτιο

Αν:

Εκδοτικό επιτόκιο $c <$ απόδοση στη λήξη k ή YTM

Τότε λέμε η ομολογία πωλείται ΥΠΟ το άρτιο και ισχύει:

Τιμή αγοράς της ομολογίας $<$ Ονομαστική αξία της ομολογίας

Δηλαδή:

$P < FV$

Τρέχουσα Απόδοση (Current Yield) μιας Ομολογίας

Η Τρέχουσα Απόδοση (Current Yield) μιας Ομολογίας είναι η διαίρεση του ετήσιου τοκομεριδίου (κουπονιού – coupon) C που παρέχει η ομολογία δια την τρέχουσα τιμή P της ομολογίας στην αγορά:

Τρέχουσα Απόδοση (Current Yield) μιας Ομολογίας = $\frac{C}{P}$

Μερισματική απόδοση

Η μερισματική απόδοση είναι η διαίρεση του τελευταίου ετήσιου μερίσματος ανά μετοχή που έδωσε μία εταιρεία διά την τρέχουσα τιμή που έχει η μετοχή της εταιρείας αυτής στο χρηματιστήριο.

$$\text{Μερισματική Απόδοση} = \frac{\text{ΤΡΕΧΟΝ ΜΕΡΙΣΜΑ}}{\text{ΤΡΕΧΟΥΣΑ ΤΙΜΗ ΜΕΤΟΧΗΣ ΧΡΗΜΑΤΙΣΤΗΡΙΟΥ}} = \frac{D_0}{P_0}$$

$$\text{Μερισματική Απόδοση} = \frac{D_0}{P_0}$$

Δραστηριότητα 1 Βιβλίου

Τι είναι απόδοση στη λήξη, τι τρέχουσα απόδοση και τι εκδοτικό επιτόκιο; Δώστε την απάντησή σας σε ένα κείμενο 100 λέξεων. Η δική μας απάντηση δίνεται στο Παράρτημα, στο τέλος του κεφαλαίου.

Δραστηριότητα 1 Βιβλίου

Απάντηση:

- Η απόδοση στη λήξη είναι η απόδοση που θα έχει ο ομολογιούχος εάν αγοράσει την ομολογία στην τρέχουσα τιμή αγοράς της και την κρατήσει μέχρι τη λήξη της. Η απόδοση στη λήξη θα επιτευχθεί μόνο εάν ο ομολογιούχος κρατήσει την ομολογία μέχρι τη λήξη της και επανεπενδύσει τα τοκομερίδια με επιτόκιο ίσο με την απόδοση στη λήξη.
- Η τρέχουσα απόδοση μιας ομολογίας είναι η διαίρεση του ετήσιου τοκομεριδίου που παρέχει η ομολογία (σε δραχμές) διά την τρέχουσα τιμή της ομολογίας στην αγορά.
- Το εκδοτικό επιτόκιο είναι το ορισμένο επιτόκιο το οποίο αναγράφεται στην ομολογία και πολλαπλασιαζόμενο με την ονομαστική της αξία καθορίζει το ύψος του τοκομεριδίου που θα εισπράξει ο κάτοχος της ομολογίας.

Δραστηριότητα 2 Βιβλίου

Η ονομαστική αξία μιας ομολογίας ισούται πάντα με την τιμή αγοράς της. Είναι η άποψη αυτή σωστή ή λάθος και γιατί; Δώστε την απάντησή σας σε ένα κείμενο 100 λέξεων. Η δική μας απάντηση δίνεται στο Παράρτημα, στο τέλος του κεφαλαίου.

Απάντηση:

Δραστηριότητα 2 Βιβλίου

Απάντηση:

Η άποψη αυτή είναι λανθασμένη, διότι η τιμή αγοράς μιας ομολογίας μπορεί να ισούται με την ονομαστική της αξία, αλλά μπορεί και να μην ισούται. Η τιμή αγοράς μιας ομολογίας ισούται με την ονομαστική της αξία μόνο όταν το εκδοτικό επιτόκιο ισούται με την απόδοση στη λήξη. Στην περίπτωση αυτή η ομολογία πωλείται στο άρτιο. Η τιμή αγοράς μιας ομολογίας είναι μεγαλύτερη από την ονομαστική της αξία όταν το εκδοτικό επιτόκιο είναι μεγαλύτερο από την απόδοση στη λήξη. Στην περίπτωση αυτή η ομολογία πωλείται υπέρ το άρτιο. Τέλος, η τιμή αγοράς μιας ομολογίας είναι μικρότερη από την ονομαστική της αξία όταν το εκδοτικό επιτόκιο είναι μικρότερο από την απόδοση στην λήξη. Στην περίπτωση αυτή η ομολογία πωλείται υπό το άρτιο.

Παράδειγμα 2 Βιβλίου

Η εταιρεία Bethlehem Steel εξέδωσε το 1995 μία δεκαπενταετή ομολογία με εκδοτικό επιτόκιο 5% και ονομαστική αξία 100.000 δρχ. Σήμερα η ομολογία αυτή πωλείται προς 77.000 δρχ. Ποια είναι η τρέχουσα απόδοση της ομολογίας;

Απάντηση:

Το ετήσιο τοκομερίδιο που παρέχει η ομολογία είναι ίσο με $(0,05 \times 100.000 =) 5.000$ δρχ., ενώ η τιμή της ομολογίας στην αγορά είναι ίση με 77.000 δρχ. Οπότε, η τρέχουσα απόδοση της ομολογίας είναι η εξής: $CY = (0,05 \times 100.000) / 77.000 \approx 0,065$ ή 6,5%. Άρα, η τρέχουσα απόδοση της ομολογίας είναι 6,5%.

Λύση:

$n = 15$ έτη

Εκδοτικό επιτόκιο $c = 0,05$

Ονομαστική αξία $F = 100.000$

Τιμή ομολογίας $P = 77.000$

Η τρέχουσα απόδοση της ομολογίας είναι: $\frac{\text{Κουπόνι } C}{P}$

Όμως $C = c \cdot F = 0,05 \cdot 100.000 = 5.000$

Άρα, τρέχουσα απόδοση της ομολογίας είναι: $\frac{5.000}{77.000} = 0,0649$ ή 6,5%

Άσκηση

Δίνεται ένα πενταετές ομόλογο ονομαστικής αξίας 1.000€ με εκδοτικό επιτόκιο 10%. Η απαιτούμενη απόδοση των ομολόγων ανάλογου κίνδυνου είναι 12%. Να βρεθεί η τιμή του ομολόγου σήμερα στο χρόνο 0 και να βρεθεί και η τιμή μετά από 3 χρόνια.

Λύση:

Η τιμή του ομολόγου δίνεται από:

$$IV \text{ ή } P_0 = \frac{C}{(1+k)^1} + \frac{C}{(1+k)^2} + \dots + \frac{C}{(1+k)^n} + \frac{FV}{(1+k)^n}$$

Έχω:

Ονομαστική αξία FV: 1.000€

Εκδοτικό επιτόκιο $c = 10\%$.

Η απαιτούμενη απόδοση $k = 12\%$

Άσκηση

Βρίσκω το τοκομερίδιο ή κουπόνι βάσει του τύπου

$$C = FV * c$$

$$\text{Επομένως } C = 1.000 * 10\% \rightarrow C = 100$$

$$P_0 = \frac{100}{1+12\%} + \frac{100}{(1+12\%)^2} + \frac{100}{(1+12\%)^3} + \frac{100}{(1+12\%)^4} + \frac{1100}{(1+12\%)^5} \Leftrightarrow$$

$$P_0 = 927,90$$

Παρατήρηση : ξέρουμε ότι θα βρούμε τιμή μικρότερη από την ονομαστική διότι το εκδοτικό επιτόκιο $c < r$. Το ομόλογο είναι υπό το άρτιο

Άσκηση

Να βρεθεί η τιμή του ομολόγου μετά από 3 χρόνια.

Λύση:

Εφόσον μου ζητά την τιμή του ομολόγου μετά από 3 χρόνια ουσιαστικά μου ζητά να προεξοφλήσω τα μελλοντικά εισοδήματα μετά από τον τρίτο χρόνο .

Επομένως για να βρω την τιμή στο Έτος 3 θα «φέρνω μπροστά» ότι μένει από το ομόλογο δηλαδή τις ροές από τον τέταρτο και πέμπτο χρόνο.

Έτη	4	5
Περίοδοι	1	2
Ετήσιες χρηματοροές	100	100+1.000= 1.100

$$P_3 = \frac{100}{1+12\%} + \frac{1100}{(1+12\%)^2} \Leftrightarrow P_3 = 966,20$$

Άσκηση

Έχουμε ένα διετές ομόλογο ονομαστικής αξίας $FV=1.000\text{€}$ με επιτόκιο έκδοσης 10%, ενώ η απόδοση του ομολόγου είναι 8% ετήσια και το τοκομερίδιο καταβάλλεται ανά εξάμηνο.

A) να βρεθεί η αξία του ομολόγου σήμερα

Λύση:

Το επιτόκιο έκδοσης είναι $c=0,10$

Συνεπώς, το επιτόκιο έκδοσης σε όρους εξαμήνου: $c=0,10 * \frac{6}{12}=0,05$

Οπότε, το κουπόνι μου που καταβάλλεται ανά εξάμηνο είναι: $C=1.000 * 0,05=50\text{€}$ εξαμηνιαίως

Η απόδοση σε εξάμηνη βάση: $k=0,08 * \frac{6}{12}=0,04$

Άσκηση

Προσοχή! Τα 2 χρόνια είναι 4 εξάμηνα

$$P_0 = \frac{50}{1+4\%} + \frac{50}{(1+4\%)^2} + \frac{50}{(1+4\%)^3} + \frac{50}{(1+4\%)^4} + \frac{1.000}{(1+4\%)^4} \Leftrightarrow$$

$$P_0 = 1.036,30$$

Θα μπορούσα να βρω την τιμή χρησιμοποιώντας ράντα

$$P_0 = 50 * \left[\frac{1 - \frac{1}{(1+4\%)^4}}{4\%} \right] + \frac{1.000}{(1+4\%)^4}$$

ή τους πίνακες και να έλεγα

$$50 * \Sigma \text{ΠΑΡ}(n=4, k=4\%) + 1000 \Sigma \text{ΠΑ}(n=4, k=4\%)$$

Παρατηρούμε ότι η τιμή είναι μεγαλύτερη από την ονομαστική άρα το ομόλογο πωλείται υπερ το άρτιο.

Άσκηση

Β) ποια η τιμή του ομολόγου μετά την είσπραξη των 2 πρώτων τοκομερίδιων;

Λύση:

$$P_2 = \frac{50}{1+4\%} + \frac{1050}{(1+4\%)^2} \Leftrightarrow P_2 = 1018,86$$

Γ) ποια η τιμή του ομολόγου εάν η απόδοση $k=10\%$ ετήσια ή 5% εξαμηνιαία

Λύση:

Στο ερώτημα γ μπορώ να απαντήσω χωρίς να κάνω πράξεις γιατί το ομόλογο παρατηρώ ότι είναι στο άρτιο καθώς $c=k$ και επομένως $P=FV= 1.000$

Άσκηση

Να βρεθεί η απόδοση ενός εξαετούς ομολόγου ονομαστικής αξίας 100€ και επιτοκίου έκδοσης 8% στην τιμή 110€.

Λύση:

Βρίσκουμε το κουπόνι $C = c * FV \Leftrightarrow C = 8\% * 100 \Leftrightarrow C = 8$

$$110 = \frac{8}{1+\gamma TM} + \frac{8}{(1+\gamma TM)^2} + \frac{8}{(1+\gamma TM)^3} + \frac{8}{(1+\gamma TM)^4} + \frac{8}{(1+\gamma TM)^5} + \frac{8}{(1+\gamma TM)^6} + \frac{100}{(1+\gamma TM)^6} \Leftrightarrow$$

$$\frac{8}{1+\gamma TM} + \frac{8}{(1+\gamma TM)^2} + \frac{8}{(1+\gamma TM)^3} + \frac{8}{(1+\gamma TM)^4} + \frac{8}{(1+\gamma TM)^5} + \frac{108}{(1+\gamma TM)^6} - 110 = 0$$

Συγκεκριμένα για

$$R_1 = 5\%$$

$$ΚΠΑ_1 = \frac{8}{1+0,05} + \frac{8}{(1+0,05)^2} + \frac{8}{(1+0,05)^3} + \frac{8}{(1+0,05)^4} + \frac{8}{(1+0,05)^5} + \frac{108}{(1+0,05)^6} - 110 = 5,23$$

Επομένως θα πρέπει να δοκιμάσουμε ένα υψηλότερο επιτόκιο προκειμένου να μηδενίσουμε την ΚΠΑ.

$$R_2 = 6\%$$

$$ΚΠΑ_2 = \frac{8}{1+0,06} + \frac{8}{(1+0,06)^2} + \frac{8}{(1+0,06)^3} + \frac{8}{(1+0,06)^4} + \frac{8}{(1+0,06)^5} + \frac{108}{(1+0,06)^6} - 110 = -0,17$$

$$k = EBA = R_1 + \frac{R_2 - R_1}{ΚΠΑ_1 + |ΚΠΑ_2|} * ΚΠΑ_1$$

Άσκηση

Επομένως ο ΕΒΑ, δηλαδή η απόδοση στη λήξη είναι ίση με

$$k = 0,05 + \frac{0,06 - 0,05}{5,23 + |-0,17|} * 5,23 = 0,0597 = 5,97\%$$

Παράδειγμα 4 βιβλίου

Ένας επενδυτής αγοράζει μία 5ετή ομολογία στο άρτιο πληρώνοντας 100.000 δρχ. Τα τοκομερίδια της ομολογίας πληρώνονται στο τέλος κάθε χρόνου και καθένα από αυτά ισούται με 11.000 δρχ. (δηλαδή το εκδοτικό επιτόκιο είναι 11%). Μετά την είσπραξη του δεύτερου τοκομεριδίου, ο επενδυτής χρειάζεται μετρητά και αποφασίζει να πουλήσει την ομολογία στη δευτερογενή αγορά. Το επίπεδο των επιτοκίων την περίοδο αυτή έχει διαμορφωθεί σε χαμηλότερα επίπεδα, έτσι ώστε τα νέα αξιόγραφα τα οποία έχουν τα ίδια χαρακτηριστικά με το εξεταζόμενο αποδίδουν 8%.

α) Ποια θα είναι η νέα τιμή της ομολογίας στην αγορά;

β) Εάν πουλήσει ο επενδυτής την ομολογία στη νέα τιμή, ποια θα είναι η

πραγματοποιηθείσα απόδοση του επενδυτή;

Αγορά στο άρτιο σημαίνει:

- Εκδοτικό επιτόκιο $c =$ απαιτούμενη απόδοση $k = 0,11$ και
- Τιμή P ομολογίας = Ονομαστική αξία ομολογίας FV

Τοκομερίδιο $C = 11.000$

Λύση:

Έχουμε 5ετή ομολογία και την πουλάμε στο 2^ο έτος και θέλουμε την τιμή της στο 2^ο έτος (υπολειπόμενες περίοδοι = $5 - 2 = 3$ με επιτόκιο r ή YTM 0,08 και ετήσιο Κουπόνι $C = 11.000$):

$$P_0 = IV = [11.000/(1 + 0,08)] + [11.000/(1 + 0,08)^2] + [111.000/(1 + 0,08)^3] = 107.731,29$$

Άρα, η τιμή της ομολογίας κινήθηκε αντίστροφα από την απόδοση στη λήξη της.

Παράδειγμα 4 βιβλίου

Στο δεύτερο έτος εννοείται

β) Εάν πουλήσει ο επενδυτής την ομολογία στη νέα τιμή, ποια θα είναι η **πραγματοποιηθείσα απόδοση** του επενδυτή;

Λύση:

β) Εφόσον ο επενδυτής αποφασίσει να πουλήσει την ομολογία, θα την πουλήσει προς 107.731 δρχ. Στην περίπτωση αυτή, η πραγματοποιηθείσα απόδοση θα είναι ίση με:

$$100.000 = [11.000/(1 + k)] + [11.000/(1 + k)^2] + [107.731/(1 + k)^2]$$

Λύνοντας ως προς k με τη μέθοδο των διαδοχικών προσεγγίσεων, βρίσκουμε ότι η πραγματοποιηθείσα απόδοση είναι περίπου 14,60%. Η απόδοση αυτή είναι μεγαλύτερη από την απόδοση στη λήξη διότι ο επενδυτής πούλησε την ομολογία σε τιμή υψηλότερη από την ονομαστική της, στην οποία την είχε αγοράσει.

Ισορροπία στην αγορά ομολόγων

Όταν η αγορά ομολογιών βρίσκεται σε κατάσταση ισορροπίας, τότε **οι τιμές των ομολόγων ισούνται με τις εύλογες αξίες τους.** Η αγορά ομολόγων βρίσκεται σχεδόν πάντα σε ισορροπία, διότι, όποτε βρεθεί σε κατάσταση ανισορροπίας, οι δυνάμεις της προσφοράς και ζήτησης την οδηγούν σε ισορροπία.

Ισορροπία στην αγορά ομολόγων:

$$P_{\text{ομολογίας αγοράς}} = P_{\text{εσωτερική ή εύλογη ή δίκαιη ή οικονομική αξία}} \text{ ή } PV$$

ΑΝισορροπία στην αγορά ομολόγων - Α

Περίπτωση $P_{\text{ομολογίας αγοράς}} > P_{\text{εσωτερική ή εύλογη ή οικονομική αξία}}$ ή PV: υπερτιμημένη από αγορά

Τότε οι επενδυτές **επιδιώκουν πώληση** της ομολογίας. Η μεγάλη προσφορά της ομολογίας θα οδηγήσει σε πτώση της τιμής της στην αγορά. Η πτώση αυτή θα συνεχιστεί μέχρι η αγοραία τιμή της ομολογίας εξισωθεί με την οικονομική της αξία (ή εσωτερική ή εύλογη)

ΑΝισορροπία στην αγορά ομολόγων - Β

Περίπτωση $P_{\text{ομολογίας αγοράς}} < P_{\text{εσωτερική ή εύλογη ή οικονομική αξία}}$ ή PV : **υποτιμημένη από αγορά**

Τότε οι επενδυτές **επιδιώκουν αγορά** της ομολογίας. Η μεγάλη ζήτηση της ομολογίας θα οδηγήσει σε άνοδο της τιμής της στην αγορά. Η άνοδος αυτή θα συνεχιστεί μέχρι η αγοραία τιμή της ομολογίας εξισωθεί με την οικονομική της αξία (ή εσωτερική ή εύλογη)

Διηνεκής ομολογία (perpetual bond)

Διηνεκής ομολογία (perpetual bond) είναι μία ομολογία η οποία **δεν λήγει ποτέ και πληρώνει σταθερό ποσό τόκου** στον κάτοχό της κατά περιοδικά χρονικά διαστήματα (όπως, π.χ., η Βρετανική Consol). Η οικονομική αξία (IV) μιας διηνεκούς ομολογίας βρίσκεται από τον τύπο²:

$$IV = \frac{C}{k} \quad (4.3)$$

Όπου:

C= το ετήσιο τοκομερίδιο

k= το προεξοφλητικό επιτόκιο

Παράδειγμα 2 βιβλίου

Να βρεθεί η οικονομική αξία μιας διηνεκούς ομολογίας, εάν είναι γνωστό ότι το εκδοτικό της επιτόκιο είναι 12%, η ονομαστική της αξία 100.000 δρχ. και η απόδοση που απαιτούν οι επενδυτές για να αγοράσουν ομολογίες με τα ίδια χαρακτηριστικά είναι 6%.

Απάντηση:

Το ετήσιο τοκομερίδιο της ομολογίας είναι ίσο με $(0,12 \times 100.000 =) 12.000$ δρχ. Άρα, η οικονομική αξία της ομολογίας είναι ίση με $[IV = (12.000/0,06) =] 200.000$ δρχ.

Προνομιούχος Μετοχή

Ίδιο με διηλεκτή ομολογία. Αντί για κουπόνι και ομολογία έχω μέρισμα και μετοχή

Προνομιούχος μετοχή. Στις ΗΠΑ η οικονομική αξία (IV) μιας προνομιούχου μετοχής βασίζεται στη τακτική καταβολή σταθερού μερίσματος στον κάτοχό της και βρίσκεται από τον τύπο³:

$$IV = \frac{D}{k} \quad (4.4)$$

όπου D = το συγκεκριμένο ετήσιο μέρισμα ανά μετοχή που διανέμει η προνομιούχος μετοχή.

Παράδειγμα 3 βιβλίου

Να βρεθεί η οικονομική αξία μιας προνομιούχου μετοχής στις ΗΠΑ, η οποία έχει ονομαστική αξία 120 δολάρια και δίνει μέρισμα 7% της ονομαστικής της αξίας, το οποίο καταβάλλεται μία φορά τον χρόνο. Η απόδοση που απαιτούν οι επενδυτές για να αγοράσουν προνομιούχες μετοχές με τα ίδια χαρακτηριστικά είναι 5%.

Απάντηση:

Το ετήσιο μέρισμα της προνομιούχου μετοχής είναι ίσο με $(0,07 \times 120 =)$ \$8,4. Άρα, η οικονομική αξία της μετοχής είναι ίση με $[IV = (8,4/0,05) =]$ \$168.

Δραστηριότητα 1 βιβλίου

Ποιες είναι οι τρεις σημαντικές υποθέσεις που πρέπει να γίνουν για τον υπολογισμό της υποσχόμενης απόδοσης στη λήξη μιας ομολογίας; Δώστε την απάντησή σας σε ένα κείμενο 100 λέξεων. Η δική μας απάντηση δίνεται στο Παράρτημα, στο τέλος του κεφαλαίου.

Απάντηση:

Τρεις είναι οι σημαντικές υποθέσεις που πρέπει να γίνουν για τον υπολογισμό της υποσχόμενης απόδοσης στη λήξη. **Πρώτον**, ότι ο ομολογιούχος **θα εισπράξει τα τοκομερίδια και την ονομαστική αξία της ομολογίας κατά τις προβλεπόμενες περιόδους**. **Δεύτερον**, ότι ο ομολογιούχος **θα κρατήσει την ομολογία μέχρι τη λήξη της**. **Τρίτον**, ότι ο ομολογιούχος θα επανεπενδύει τα τοκομερίδια που εισπράττει από την ομολογία, με επιτόκιο ίσο με την **υποσχόμενη απόδοση στη λήξη**. Η υπόθεση αυτή είναι εξαιρετικά σημαντική, διότι υπονοείται από τη λύση της μαθηματικής εξίσωσης η οποία οδηγεί στον υπολογισμό της υποσχόμενης απόδοσης στη λήξη.

Διάρκεια ομολογίας (duration)

Είναι σαφές ότι η ζωή ενός ομολόγου υπολογίζεται με τη χρονική διάρκεια του, δηλαδή από την χρονική στιγμή έκδοσης του μέχρι τη λήξη του. Όταν όμως θέλουμε να συγκρίνουμε 2 ομόλογα με την ίδια ζωή, αυτό δεν είναι αρκετό.

Η ημερολογιακή ζωή ενός ομολόγου δεν ταυτίζεται με την οικονομική ζωή του. Για παράδειγμα, δύο 30ετή ομόλογα το πρώτο με επιτόκιο έκδοσης 8% και το δεύτερο με επιτόκιο 13%, δεν έχουν την ίδια οικονομική ζωή.

Έτσι καθιερώθηκε μία σημαντική μεταβλητή που μετρά και τις δύο διαστάσεις της ζωής ενός ομολόγου για την σύγκριση του με ένα άλλο (την πρότεινε ο Macaulay Duration το 1938). Η μεταβλητή αυτή ονομάστηκε προσαρμοσμένη διάρκεια του ομολόγου ή Duration (από το όνομα του) και συμβολίζεται με το γράμμα D . **Η διάρκεια D αποτελεί ένα μέτρο της αποτελεσματικής ή οικονομικής ζωής μιας ομολογίας**

Σύμφωνα με τα παραπάνω, η **προσαρμοσμένη διάρκεια του ομολόγου ή Duration (D) είναι η οικονομική ζωή του (όχι η ημερολογιακή)** και ισούται με τον **σταθμικό μέσο όρο των χρηματικών ροών του μέχρι την λήξη του.**

Διάρκεια ομολογίας (duration)

Διάρκεια D είναι ο σταθμικός μέσος όρος των ετών ο οποίος απαιτείται για να εισπράξει ο κάτοχος μιας ομολογίας την ονομαστική της αξία και τα τοκομερίδια της όπου οι σταθμίσεις αντιπροσωπεύουν τη σχετική παρούσα αξία της κάθε ταμειακής εισροής. Ουσιαστικά μετρά τον κίνδυνο της ομολογίας.

$$D = \sum_{t=1}^N t \left[\frac{\frac{C_t}{(1+k)^t}}{\sum_{t=1}^N \frac{C_t}{(1+k)^t}} \right] \quad (4.5)$$

όπου D = η διάρκεια της ομολογίας, c_t = οι ταμειακές εισροές (δηλαδή τοκομερίδιο ή ονομαστική αξία) της περιόδου t , k = η απόδοση στη λήξη της ομολογίας και t = η χρονική περίοδος που πραγματοποιείται η κάθε πληρωμή.

Διάρκεια ομολογίας (duration)

Ο τύπος της Διάρκεια D ενός ομολόγου γράφεται και ως εξής:

$$D = \frac{\frac{C}{(1+YTM)} + 2 \times \frac{C}{(1+YTM)^2} + 3 \times \frac{C}{(1+YTM)^3} + \dots + n \times \frac{C}{(1+YTM)^n} + n \times \frac{FV}{(1+YTM)^n}}{P}$$

Διάρκεια ομολογίας (duration)

- Πρώτον, η διάρκεια αποτελεί ένα μέτρο της «αποτελεσματικής ή οικονομικής ζωής» μιας ομολογίας. Ας συγκρίνουμε, για παράδειγμα, δύο ομολογίες, οι οποίες έχουν εκδοτικό επιτόκιο 8% και οι δύο και η μεν πρώτη λήγει σε 10 χρόνια, η δε δεύτερη σε 50 χρόνια. Η δεύτερη ομολογία λήγει σε πενταπλάσιο χρόνο από την πρώτη. Παρ' όλα αυτά, η πρώτη ομολογία έχει αποτελεσματική ζωή (δηλαδή διάρκεια) 7,25 χρόνια, ενώ η δεύτερη έχει 13,21 χρόνια. Άρα, οι δύο ομολογίες δεν διαφέρουν τόσο πολύ, όσο φαίνεται εκ πρώτης όψεως.
- Δεύτερον, η διάρκεια χρησιμοποιείται σε διάφορες στρατηγικές διαχείρισης ομολογιών.
- Τρίτον, η διάρκεια είναι ένα μέτρο της ευαισθησίας των τιμών των ομολογιών σε μεταβολές των επιτοκίων. Με άλλα λόγια, η διάρκεια μετρά τον κίνδυνο επιτοκίων των ομολογιών.

Ποσοστιαία μεταβολή τιμής μιας ομολογίας και διάρκεια D

Έχει αποδειχτεί θεωρητικά αλλά και στην πράξη ότι οι **κινήσεις των τιμών των ομολογιών μεταβάλλονται αντιστρόφως ανάλογα με τη διάρκεια**, όταν οι μεταβολές των επιτοκίων είναι μικρές. Ειδικότερα, η ποσοστιαία μεταβολή της τιμής μιας ομολογίας είναι κατά προσέγγιση ίση με:

$$\frac{\Delta P}{P_0} \approx \frac{-D}{\left(1 + \frac{k_0}{m}\right)} \times \Delta k \times 100$$

όπου $\Delta P = (P_1 - P_0)$ = η μεταβολή στη τιμή της ομολογίας, P_0 = η αρχική τιμή της ομολογίας, P_1 = η νέα τιμή της ομολογίας, D = η διάρκεια του Macaulay, m = ο αριθμός των πληρωμών που καταβάλλονται μέσα σε ένα έτος (στην περίπτωση των ομολογιών ο αριθμός αυτός κυμαίνεται συνήθως από 1 έως 2, καθώς τα τοκομερίδια καταβάλλονται κάθε εξάμηνο ή δωδεκάμηνο), k_0 = η απόδοση στη λήξη που αντιστοιχεί στο αρχικό επιτόκιο, k_1 = το νέο επιτόκιο, $\Delta k = (k_1 - k_0)$ = η μεταβολή των επιτοκίων σε δεκαδική μορφή (εάν, για παράδειγμα, τα επιτόκια αυξηθούν από 10% σε 10,5%, τότε $\Delta k = 0,105 - 0,100 = 0,005$).

Ποσοστιαία μεταβολή τιμής μιας ομολογίας και διάρκεια D

Η παραπάνω σχέση καταδεικνύει ότι η μεταβλητότητα των τιμών των ομολογιών είναι αντιστρόφως ανάλογη με τη διάρκειά τους. Κατά συνέπεια, οι τιμές στην αγορά δύο ομολογιών που έχουν την ίδια διάρκεια θα υποστούν την ίδια ποσοστιαία μεταβολή λόγω μιας μεταβολής των επιτοκίων.

Παράδειγμα Διάρκειας Ομολόγου

Έστω δύο ομόλογα με ονομαστική αξία 1.000€, διάρκεια μέχρι τη λήξη 10 έτη με απόδοση στη λήξη ίση με 8% που πληρώνουν ετήσιο κουπόνι το πρώτο 5% και το δεύτερο 7%. Να υπολογιστεί η διάρκεια των ομολόγων αυτών.

Για το πρώτο ομόλογο με το κουπόνι του 5% έχουμε:

Χρόνος	Χρηματοροές	Προεξοφλητικός παράγοντας $1/(1+YTM)^n = 1/(1+0,08)^n$	Παρούσα αξία χρηματοροής Χρηματοροή * Προεξοφλητικός παράγοντας	Χρόνος * Παρούσα αξία χρηματοροής
0	-1,000 €			
1	50 €	0.926	46.30	46.30
2	50 €	0.857	42.85	85.70
3	50 €	0.794	39.70	119.10
4	50 €	0.735	36.75	147.00
5	50 €	0.681	34.05	170.25
6	50 €	0.630	31.50	189.00
7	50 €	0.583	29.15	204.05
8	50 €	0.540	27.00	216.00
9	50 €	0.500	25.00	225.00
10	1,050 €	0.463	486.15	4861.50
			798.45	6263.90

- Επομένως, η διάρκεια του ομολόγου θα είναι $6.263,90 / 798,45 = 7,84$ έτη.

Παράδειγμα Διάρκειας Ομολόγου

Έστω δύο ομόλογα με ονομαστική αξία 1.000€, διάρκεια μέχρι τη λήξη 10 έτη με απόδοση στη λήξη ίση με 8% που πληρώνουν ετήσιο κουπόνι το πρώτο 5% και το δεύτερο 7%. Να υπολογιστεί η διάρκεια των ομολόγων αυτών.

- Αντίστοιχα, για το δεύτερο ομόλογο με το κουπόνι του 7%:

Χρόνος	Χρηματοροές	Προεξοφλητικός παράγοντας $1/(1+YTM)^n = 1/(1+0,08)^n$	Παρούσα αξία χρηματοροής Χρηματοροή * Προεξοφλητικός παράγοντας	Χρόνος * Παρούσα αξία χρηματοροής
0	-1,000 €			
1	70 €	0.926	64.82	64.82
2	70 €	0.857	59.99	119.98
3	70 €	0.794	55.58	166.74
4	70 €	0.735	51.45	205.80
5	70 €	0.681	47.67	238.35
6	70 €	0.630	44.10	264.60
7	70 €	0.583	40.81	285.67
8	70 €	0.540	37.80	302.40
9	70 €	0.500	35.00	315.00
10	1,070 €	0.463	495.41	4954.10
			932.63	6917.46

- Συνεπώς για αυτό το ομόλογο η διάρκεια είναι $6.917,46 / 932,63 = 7,42$ έτη, μικρότερη από την αντίστοιχη διάρκεια του προηγούμενου ομολόγου.

Τελικές 2014-2015 Θέμα 4

Η ομολογία της εταιρείας AAA λήγει σε 3 χρόνια. Η απόδοση στη λήξη και το εκδοτικό επιτόκιο είναι 5%, ενώ η ονομαστική της αξία είναι 1.000€. Τα κουπόνια της ομολογίας καταβάλλονται στους κατόχους στο τέλος του κάθε έτους.

i) Σε ποια τιμή πρέπει να διαπραγματεύεται η ομολογία;

Επειδή η Απόδοση στη λήξη YTM (ή το γνωστό προεξοφλητικό επιτόκιο r , εναλλακτική ορολογία)= εκδοτικό επιτόκιο $i= 0,05$

Συμπεραίνω ότι :

η οικονομική αξία = ονομαστική αξία (δηλαδή η τιμή της ομολογίας) = 1.000€

Τελικές 2014-2015 Θέμα 4

ii) Υπολογίστε τη διάρκεια (duration) της ομολογίας.

Λύση:

Διάρκεια ομολογίας: ο σταθμικός μέσος όρος των ετών που ο επενδυτής παίρνει πίσω τα χρήματα του.

$$D = \frac{\frac{1 \cdot C_1}{(1+YTM)^1} + \frac{2 \cdot C_2}{(1+YTM)^2} + \frac{3 \cdot C_3}{(1+YTM)^3} + \frac{n \cdot F}{(1+YTM)^3}}{P}$$

Όμως:

$$C_1 = C_2 = C_3 = 0,05 \cdot 1000 = 50$$

$$\text{Και } YTM = k = 0,05$$

Με αντικατάσταση βρίσκω:

$D = 2,86$ έτη είναι ο χρόνος επανάκτησης των 1.000€ που έδωσε ο επενδυτής για να αγοράσει την ομολογία και των κουπονιών δηλαδή για να πάρει τα λεφτά που επένδυσε

Τελικές 2014-2015 Θέμα 4

iii) Να βρεθεί η μεταβολή στην τιμή της κάθε ομολογίας, χρησιμοποιώντας τη διάρκεια

Λύση: του υποερωτήματος ii), αν το επιτόκιο αυξηθεί κατά 1% (δηλαδή από 5% σε 6%).

Η Ποσοστιαία μεταβολή της τιμής μιας ομολογίας $\frac{\Delta P}{P_0}$ δίνεται από:

$$\frac{\Delta P}{P_0} = \frac{-D}{\left(1 + \frac{K_0}{m}\right)} * \Delta K * 100$$

Όπου:

$\Delta P = (P_1 - P_0)$ μεταβολή στη τιμή ομολογίας

P_0 = αρχική τιμή ομολογίας

P_1 = νέα τιμή ομολογίας που αντιστοιχεί στο $K = 6\%$

$K_0 = 0,05$

m = αριθμός πληρωμών μέσα σε ένα έτος

$$\frac{\Delta P}{P_0} = \frac{-2,86}{1 + \frac{0,05}{1}} * (0,06 - 0,05) * 100 = -2,72\%$$

Τελικές 2014-2015 Θέμα 4

- iv) Να υπολογίσετε την πραγματική μεταβολή στην τιμή της ομολογίας αν το επιτόκιο αυξηθεί κατά 1% (δηλαδή από 5% σε 6%). **(0,5 βαθμοί)**

Λύση:

Στο προηγούμενο ερώτημα ακολουθήσαμε την προσεγγιστική μέθοδο

Σε αυτό το ερώτημα θα βρούμε την πραγματική μεταβολή στην τιμή

Για $K = 0,06$ η τιμή ή οικονομική αξία της ομολογίας είναι :

$$IV = \frac{50}{1,06} + \frac{50}{1,06^2} + \frac{1.000+50}{1,06^3} = 973,27\text{€}$$

Πραγματική ποσοστιαία μεταβολή: $\frac{973,27-1.000}{1.000} = -2,67\%$

Τελικές 2014-2015 Θέμα 4

- v) Αν η ομολογία αγορασθεί σήμερα και πωληθεί στη λήξη της, ποια θα είναι η ποσοστιαία απόδοση της περιόδου διακράτησης; Υποθέστε ότι τα κουπόνια που θα εισπραχθούν επανεπενδύονται με σταθερό ετήσιο επιτόκιο 10%. **(0,75 βαθμοί)**

Λύση:

Ποσοστιαία απόδοση της περιόδου διακράτησης των 3 ετών:

$$HPY: \frac{\text{Τελική} - \text{αρχική}}{\text{αρχική}} * 100$$

Αρχική αξία που έδωσα για να πάρω ομολογία = 1.000

Η ετήσια διάρθρωση των κουπονιών μου και της ονομαστικής αξίας είναι:

Τελικές 2014-2015 Θέμα 4

Έτη	0	1	2	3
Ετήσιες Χρηματοροές		50	50	50+1.000

Δεδομένου ότι τα κουπόνια επανεπενδύονται με ετήσιο επιτόκιο 10%, η τελική τους αξία το έτος 3 θα είναι:

$$FV_{t=3} = 50 * 1,1^2 + 50 * 1,1^1 + 50 + 1.000 = 1.165,50$$

$$HPY: \frac{1.165,50 - 1000}{1000} = 16,55\%$$

Αυτή είναι η απόδοση μεταξύ έτους 0 και έτους 3

Αν θέλω να δω σε ετήσια βάση τι απόδοση επιτυχάνω:

$$HPY_{ΕΤΗΣΙΟ} = \sqrt[n]{\frac{\text{τελικη}}{\text{αρχικη}}} - 1 = \sqrt[3]{\frac{1165,50}{1000}} - 1 = 1,0524 - 1 = 0,0524 \rightarrow 5,24\%$$

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 5^ο

Αποτίμηση Μετοχών

Μετοχές

Οι μετοχές είναι τίτλοι οι οποίοι αντιπροσωπεύουν, τα **ισόποσα μερίδια** στα οποία διαιρείται το μετοχικό κεφάλαιο μίας εταιρείας. Οι μετοχές μπορεί να είναι κοινές ή προνομιούχες και ονομαστικές ή ανώνυμες. Η Τιμή μίας μετοχής προσδιορίζεται σαν το **άθροισμα των προεξοφλημένων Ταμειακών Ροών της μετοχής, οι οποίες αφορούν στο Μέρισμα ανά μετοχή που λαμβάνει ο μέτοχος.**

Όπου:

P_0 = Θεωρητικά δίκαιη ή εύλογη (rational) ή εσωτερική τιμή ή Οικονομική Αξία ή τιμή μετοχής

d_n = Το Μέρισμα ανά μετοχή που καταβάλλει η εταιρεία στους μετόχους.

k_μ = Η απόδοση που απαιτούν οι μέτοχοι, η οποία είναι συνάρτηση του κινδύνου της μετοχής.

$$P_0 = \frac{d_1}{(1 + K_\mu)} + \frac{d_2}{(1 + K_\mu)^2} + \frac{d_3}{(1 + K_\mu)^3} + \dots + \frac{d_n}{(1 + K_\mu)^n}$$

Μετοχές

Η τιμή αυτή λέγεται και **εσωτερική** καθώς υπολογίζεται από τα «μέσα» δηλ τους άμεσα εμπλεκόμενους σε μια εταιρεία. Αν δεν υπάρχουν στρεβλώσεις στην αγορά και ίδια πληροφόρηση, η εσωτερική τιμή ταυτίζεται με τη χρηματιστηριακή.

$$P_0 = \frac{d_1}{(1 + K_\mu)} + \frac{d_2}{(1 + K_\mu)^2} + \frac{d_3}{(1 + K_\mu)^3} + \dots + \frac{d_n}{(1 + K_\mu)^n}$$

ο Αποτίμηση Μετοχών Στατικών Εταιρειών

Μία εταιρεία θεωρείται **στατική**:

Τα τρέχοντα κέρδη ανά μετοχή (ΚΑΜ) της εταιρείας (τα οποία όλα διανέμονται στους μετόχους δηλ ΚΑΜ=ΜΑΜ) είναι διαχρονικά σταθερά με **e** δηλ ΚΑΜ=ΜΑΜ=e .

$$P = \frac{e}{(1+\kappa\mu)} + \frac{e}{(1+\kappa\mu)^2} + \dots + \frac{e}{(1+\kappa\mu)^v}$$

Οικονομική αξία Μετοχής για v έτη.

$$P = \frac{e}{(1+\kappa\mu)} + \frac{e}{(1+\kappa\mu)^2} + \dots + \frac{e}{(1+\kappa\mu)^\infty}$$

Οικονομική αξία Μετοχής στο διηνεκές.

Εάν e σταθερό στο άπειρο τότε έχουμε μια ράντα στο διηνεκές (ή στατικό υπόδειγμα αποτίμησης μετοχών):

$$P = \frac{e}{\kappa\mu}$$

$$PV = \frac{CF}{r}$$

Όπου: e = Το σταθερό μέρισμα που διανέμει η εταιρεία.

- Παράδειγμα

Από μια μετοχή αναμένονται ΚΑΜ ίσα με 200 δρχ. Η απαιτούμενη απόδοση κμ είναι 0,20. Να υπολογιστεί η οικονομική αξία της μετοχής:

Απάντηση

$$P = \frac{200}{0,2} = 1.000 \text{ δρχ.}$$

◦ Αποτίμηση Μετοχών Δυναμικών Εταιρειών

Μια εταιρεία ορίζεται ως **δυναμική** όταν επενδύει κάθε έτος και συνεχώς, ένα σταθερό ποσοστό των κερδών κάθε έτους. Η αναμενόμενη απόδοση των νέων επενδύσεων είναι μεγαλύτερη από την απόδοση που απαιτεί η αγορά ($\kappa\mu$). Άρα τα αναμενόμενα μερίσματα από τη μετοχή αυτή είναι:

$$P = \frac{d_0(1+g)}{(1+\kappa\mu)} + \frac{d_0(1+g)^2}{(1+\kappa\mu)^2} + \frac{d_0(1+g)^3}{(1+\kappa\mu)^3} + \dots \quad \eta$$

$$P = \frac{d_1}{\kappa\mu - g}$$

Δυναμικό Υπόδειγμα (Gordon)

Όπου:

d_0 : το μέρισμα της τρέχουσας περιόδου.

g : η σταθερή αύξηση των μερισμάτων διαχρονικά.

d_1 : το μέρισμα του πρώτου έτους. $\rightarrow d_1 = d_0(1+g)$

Αποτίμηση Μετοχών Δυναμικών Εταιρειών

Όταν προβλέπουμε ότι τα μερίσματα που θα εισπράττουμε από την μετοχή αυξάνονται με σταθερό ρυθμό g κάθε χρόνο (δυναμική μετοχή), τότε ο προηγούμενος τύπος γίνεται:

$$P = \frac{D_0(1+g)}{1+\kappa\mu} + \frac{D_0(1+g)^2}{(1+\kappa\mu)^2} + \frac{D_0(1+g)^3}{(1+\kappa\mu)^3} + \dots + \frac{D_0(1+g)^\infty}{(1+\kappa\mu)^\infty}$$

Αποτίμηση Μετοχών Δυναμικών Εταιρειών

SOS ΣΕΛΙΔΑ!!!

όπου D_0 είναι το τρέχον μέρισμα ανά μετοχή (δλδ το μέρισμα που πληρώθηκε φέτος).

- Υποθέτοντας ότι $k > g$, τότε ο τελευταίος τύπος γίνεται:

τιμή ή PV μετοχής

$$P_0 = \frac{D_1}{k\mu - g} \quad \boxed{D_1 = D_0 \cdot (1+g)}$$

Αυτός λέγεται τύπος του Gordon.

- Στην ειδική περίπτωση που το μέρισμα παραμένει σταθερό (ίδιο) όλα τα μελλοντικά έτη, τότε $g=0$ και ο τύπος του Gordon παίρνει τη μορφή (διηλεκτικής ράντα):

$$P = \frac{D_1}{k\mu} \quad \boxed{\begin{array}{l} D_1 = D_0 \cdot (1+g) \\ \text{αν } g=0 \text{ τότε:} \\ D_1 = D_0 \end{array}}$$

$$P_0 = \frac{d_1}{k\mu - g}$$

$d_0 = \text{MAM τρέχον μέρισμα ανα μετοχή} = \text{κέρδη που διανέμονται/μετοχές}$

Αποτίμηση Μετοχών Δυναμικών Εταιρειών - Παράδειγμα

Το τρέχον μέρισμα μιας μετοχής είναι 250 δρχ. Η αύξηση των μερισμάτων αναμένεται ότι θα είναι 20%. Το κμ είναι 30%. Ζητείται η τιμή της μετοχής.

Απάντηση: Θα χρησιμοποιήσουμε τη σχέση:

$$P = \frac{d_1}{κμ - g}$$

Το μέρισμα (d_1) της επόμενης περιόδου θα είναι: $250 \times 1,20 = 300$ δρχ. Συνεπώς:

$$P = \frac{300}{0,3 - 0,2} = 3.000 \text{ δρχ.}$$

Αποτίμηση μετοχών - παράδειγμα

Παράδειγμα

Έστω επιχείρηση η οποία πληρώνει σταθερό μέρισμα στις προνομιούχες μετοχές της ίσο με 3€, ενώ η απαιτούμενη απόδοση για τη μετοχή αυτή είναι 8%. Να υπολογιστεί η θεωρητικά σωστή τιμή της μετοχής.

Λύση

Θα είναι: $D = 3€$ και αφού ο ρυθμός ανάπτυξης του μερίσματος είναι μηδενικός (σταθερό μέρισμα) τότε θα ισχύει, σύμφωνα με το μοντέλο μηδενικής ανάπτυξης:

$$P = \frac{D}{r} = \frac{3€}{0,08} = 37,5€$$

Αποτίμηση μετοχών - παράδειγμα

Παράδειγμα

Εφέτος η εταιρεία Ω πληρώνει 0,8€ μέρισμα ανά μετοχή. Αν το μέρισμα αναμένεται να αυξάνεται με ρυθμό 4% το χρόνο και η απαιτούμενη απόδοση των επενδυτών είναι 10%, ποια πρέπει να είναι σήμερα η θεωρητικά σωστή τιμή της μετοχής;

Λύση

Σύμφωνα με το μοντέλο του Gordon για σταθερό ρυθμό ανάπτυξης του μερίσματος θα έχουμε:

$$P = \frac{D_0(1+g)}{r-g} \Rightarrow P = \frac{0,8 * (1+0,04)}{0,1-0,04} = 13,86\text{€}$$

70

Άσκηση

Αναμένεται ότι η εταιρεία Motor Oil δεν θα διανείμει μέρισμα για 3 χρόνια, και από το 4ο έτος και για πάντα το μέρισμα θα είναι ίσο με €1. Η απαιτούμενη απόδοση είναι 10%. Ποια η αξία της μετοχής;

Λύση:

Η απαιτούμενη απόδοση είναι: $k_m = 0,1$

Πρόκειται για την περίπτωση ομοιόμορφης σειράς πληρωμών στο διηνεκές, που ξεκινάει όμως από το 4ο έτος.

GORDON

Η αξία της μετοχής είναι :

$$P_0 = \frac{0}{(1+0,1)} + \frac{0}{(1+0,1)^2} + \frac{0}{(1+0,1)^3} + \frac{1}{(1+0,1)^4} + \dots + \frac{1}{(1+0,1)^\infty}$$

Άσκηση

Επειδή από το 4^ο έτος και ύστερα το μέρισμα είναι σταθερό $d=1$ με μηδενική ανάπτυξη $g=0$, για να προεξοφλήσουμε τα μερίσματα αυτά που εκτείνονται στο άπειρο, θα κάνουμε χρήση του τύπου του Gordon με μηδενικό ρυθμό ανάπτυξης μερισμάτων (δηλαδή με μέρισμα σταθερό):

$$P_0 = \frac{d_1}{k_\mu}$$

Επειδή ο Gordon βρίσκει από το 4^ο έτος και ύστερα, βάσει του τύπου θα βρούμε μέσω Gordon την τιμή της μετοχής στο έτος 3 και μετά θα πάρουμε την παρούσα αξία της προκειμένου να βρούμε την τιμή της μετοχής στο σήμερα (έτος 0) που μας ζητάει η άσκηση:

$$P_3 = \frac{d_4}{k_\mu} = \frac{1}{0,1} = 10$$

Και η τιμή της μετοχής σήμερα είναι:

$$P_0 = 10 * \frac{1}{(1+0,1)^3} = 7,5131$$

Αποτίμηση μετοχών - παράδειγμα - SOS

Παράδειγμα

Έστω ότι το σημερινό μέρισμα ανά μετοχή της επιχείρησης Z είναι 1,2€ και αναμένεται να αυξηθεί με ρυθμό 10% για τα επόμενα 3 χρόνια, ενώ κατόπιν ο μακροπρόθεσμος ρυθμός ανάπτυξής του αναμένεται να πέσει στο 4%. Να υπολογιστεί η αξία της μετοχής σήμερα εάν η απαιτούμενη απόδοση από τη μετοχή είναι 15%.

Λύση

Η αξία της μετοχής σήμερα ισούται με την παρούσα αξία των μερισμάτων των 3 επόμενων ετών και την παρούσα αξία της τιμής της μετοχής μετά από 3 χρόνια. Επομένως θα εφαρμόσουμε τη σχέση:

Αποτίμηση μετοχών - παράδειγμα - SOS

$$P = \sum_{v=1}^{\mu} \frac{D \times (1+g_1)^v}{(1+r)^v} + \frac{1}{(1+r)^\mu} \times \frac{D_{t+\mu}(1+g_2)}{(r-g_2)}$$

όπου $g_1 = 10\%$, $\mu = 3$, $g_2 = 4\%$ και $D_{t+3} = D(1+g_1)^3 = 1,2\text{€}(1+0,1)^3 = 1,597\text{€}$

Έτσι:

$$P = \frac{1,2\text{€} \times (1+0,1)}{(1+0,15)} + \frac{1,2\text{€} \times (1+0,1)^2}{(1+0,15)^2} + \frac{1,2\text{€} \times (1+0,1)^3}{(1+0,15)^3} + \frac{1}{(1+0,15)^3} \times \frac{1,597\text{€} \times (1+0,04)}{(0,15-0,04)} \Rightarrow$$

$$P = 1,148\text{€} + 1,098\text{€} + 1,05\text{€} + 18,20\text{€} = 21,496\text{€}$$

Αποτίμηση μετοχών - παράδειγμα

Παράδειγμα

Να υπολογίσετε το κόστος μετοχικού κεφαλαίου (δλδ την απαιτούμενη απόδοση από τους μετόχους) εάν το τρέχον μέρισμα μιας μετοχής είναι 4,19€, η τιμή της μετοχής είναι 50€ και τα μερίσματα θα αυξάνονται στο διηνεκές με σταθερό ρυθμό $g=5\%$.

Λύση

Είναι:

$$P = \frac{d_1}{k\mu - g} = \frac{d_0(1+g)}{k\mu - g} \Rightarrow k\mu = \frac{d_0(1+g)}{P} + g$$

Άρα με αντικατάσταση προκύπτει $k\mu = 13,8\%$

Αποτίμηση μετοχών - παράδειγμα

Παράδειγμα

Το τρέχον μέρισμα μιας μετοχής είναι 2,5€. Η αύξηση των μερισμάτων αναμένεται ότι θα είναι σταθερή και ίση με 20%. Η απόδοση που απαιτούν οι μέτοχοι είναι 30%. Να βρείτε την τιμή της μετοχής.

Λύση

Αφού αυξάνεται το μέρισμα με σταθερό ρυθμό, θα χρησιμοποιήσουμε τον τύπο του Gordon:

$$P = \frac{d_1}{k\mu - g} = \frac{d_0(1+g)}{k\mu - g} = \frac{2,5*(1+0,2)}{(0,3 - 0,2)} = 30\text{€}$$

Ρυθμός μεγέθυνσης κερδών και μερισμάτων g : υπολογισμός

$$g = b * ROE$$

ROE = αποδοτικότητα Ιδίων Κεφαλαίων (Return on Equity)

ROE = Κέρδη / Ιδία Κεφάλαια

b = ποσοστό των παρακρατούμενων κερδών

Άρα, ποσοστό διανεμηθέντων κερδών δηλαδή μερισμάτων d :

$$d = 1 - b$$

Άσκηση

Η εταιρεία ΟΠΑΠ Α.Ε. πραγματοποιεί κέρδη ανά μετοχή 1€ και επιτυγχάνει απόδοση ιδίων κεφαλαίων (ROE) 3%, ενώ η απόδοση εναλλακτικής τοποθέτησης ισοδύναμου κινδύνου είναι 5%.

(α) Εκτιμήστε την τιμή της μετοχής του ΟΠΑΠ όταν η εταιρεία διανέμει το 50% των ετήσιων κερδών της ως μέρισμα.

Λύση:

Μας δίνεται ότι:

$$KAM = 1$$

$$ROE = 0,03$$

$$K_{\mu} = 0,05$$

Άσκηση

Επειδή η άσκηση δεν οριοθετεί χρονικά την αύξηση των κερδών της, θεωρούμε ότι τα κέρδη της αυξάνονται με ένα ρυθμό g για **πάντα**. Κατά συνέπεια για την αποτίμηση της μετοχής, θα χρησιμοποιήσουμε τον τύπο του Gordon:

$$P_0 = \frac{d_1}{k_{\mu} - g}$$

Γνωρίζουμε ότι το μέρισμα d_1 της επόμενης περιόδου προκύπτει ως εξής:

$$d_1 = d_0(1+g)$$

Όμως:

$$d_0 = KAM * 0,5 = 1 * 0,5 = 0,5$$

Άσκηση

ο ρυθμός μεγέθυνσης g δίνεται από:

$$g = b \cdot \text{ROE}$$

Όπου b : το ποσοστό των παρακρατηθέντων κερδών = $1 - d = 1 - 0,5 = 0,5$

Οπότε:

$$g = 0,5 \cdot 0,03 = 0,015$$

$$\text{Και } d_1 = d_0(1+g) = 0,5(1+0,015) = 0,5075$$

Κατά συνέπεια, η τιμή της μετοχής είναι:

$$P_0 = \frac{d_1}{k_\mu - g} = \frac{0,5075}{0,05 - 0,015} = \frac{0,5075}{0,035} = 14,5$$

Άσκηση

(β) Εκτιμήστε την τιμή της μετοχής του ΟΠΑΠ όταν η εταιρεία διανέμει το 100% των ετήσιων κερδών της ως μέρισμα

Λύση:

Από τη στιγμή που διανέμει όλα της τα κέρδη:

$$d_0 = \text{KAM} * 1 = 1 * 1 = 1$$

ο ρυθμός μεγέθυνσης g δίνεται από:

$$g = b * \text{ROE} = 0 * \text{ROE} = 0$$

Κατά συνέπεια, η τιμή της μετοχής είναι:

$$P_0 = \frac{d_1}{k_\mu - g} = \frac{1}{0,05 - 0} = 20$$

Άσκηση

(γ) Ένα η τιμή της μετοχής στο χρηματιστήριο είναι 10,2€ , τι συμπεράσματα βγάξετε για την αποτίμηση της μετοχής σε κάθε περίπτωση;

Λύση:

Σύμφωνα με την χρηματιστηριακή τιμή, η μετοχή είναι υποτιμημένη.

Ο δείκτης P/E (Price to Earning ratio – P/E) ή Πολλαπλασιαστής Κερδών (Earnings Multiplier) - Ορισμός

Ο δείκτης τιμή μετοχής προς κέρδη ανά μετοχή [price-to-earnings (P/E) ratio], ο οποίος λέγεται και **πολλαπλασιαστής κερδών** (earnings multiplier), υπολογίζεται ως **η τρέχουσα τιμή της μετοχής της εταιρείας διά τα κέρδη των τελευταίων δώδεκα μηνών ανά μετοχή**.

$$\text{Λόγος Τιμής προς Κέρδη ανά Μετοχή} = \frac{\text{Χρηματιστηριακή Τιμή ανά Μετοχή}}{\text{Κέρδη ανά Μετοχή}}$$

$$\text{Πολλαπλασιαστής Κερδών: } \frac{P_{\text{ΧΡΗΜΑΤΙΣΤΗΡΙΟΥ (ΑΓΟΡΑΣ)}}}{E_0}$$

Ο δείκτης P/E (Price to Earning ratio – P/E) ή Πολλαπλασιαστής Κερδών (Earnings Multiplier) – Τι δείχνει

- Παρουσιάζει πόσες φορές είναι διατεθειμένη η αγορά (δηλαδή οι επενδυτές) να πληρώσει τα κέρδη που αντιστοιχούν σε κάθε μία μετοχή. Για αυτό λοιπόν ο δείκτης P/E ονομάζεται και πολλαπλασιαστής κερδών
- Δείχνει πόσα χρόνια χρειάζεται ο επενδυτής για να ανακτήσει τα χρήματα που έδωσε για να αγοράσει τη μετοχή της εταιρείας υπό την προϋπόθεση ότι τα κέρδη ανά μετοχή παραμένουν σταθερά διαχρονικά

Πχ αν P= 10€ και E= 5€ ανά έτος

Τα 5€ αντιστοιχούν σε	1 έτος
Τα 10€ αντιστοιχούν σε πόσα	Έτη X ? $X = 10/5 = 2$ έτη

Ο δείκτης P/E (Price to Earning ratio – P/E) ή Πολλαπλασιαστής Κερδών (Earnings Multiplier) – Τι δείχνει

- **Εάν** ο δείκτης P/E της μετοχής μιας εταιρείας είναι υψηλός σε σύγκριση με τον δείκτη P/E του κλάδου ή της συνολικής αγοράς (**P/E εταιρείας > P/E αγοράς**) τότε η εταιρεία είτε προτιμάται από τους επενδυτές γιατί θεωρείται ότι είναι μία από τις καλύτερες το κλάδου είτε η εταιρεία είναι **υπερτιμημένη συγκριτικά με τον αντίστοιχο δείκτη της αγοράς** διότι οι επενδυτές έχουν **υπερεκτιμήσει** τις δυνατότητές της.
- **Ένας χαμηλός** δείκτης P/E της μετοχής μιας εταιρείας (**P/E εταιρείας < P/E αγοράς**) υποδηλώνει ότι είτε η εταιρεία **δεν προτιμάται από τους επενδυτές** (το οποίο μπορεί να οφείλεται στο ότι η διοίκηση ή οι προοπτικές της εταιρείας **δεν είναι καλές**) είτε είναι **υποτιμημένη συγκριτικά με τον αντίστοιχο δείκτη της αγοράς** διότι οι επενδυτές έχουν **υποεκτιμήσει** τις δυνατότητές της.

Αποτίμηση με χρήση του δείκτη τιμή προς κέρδη (Price to Earning ratio – P/E)

Σε περίπτωση που θέλουμε να υπολογίσουμε την Οικονομική Αξία ή Εσωτερική ή Εύλογη Τιμή ή απλά την Τιμή P μιας μετοχής, τότε κάνουμε χρήση της παρακάτω σχέσης:

$$\left(\frac{P_0 \text{ ΑΓΟΡΑΣ}}{E_0}\right)_{\text{ΔΕΙΚΤΗΣ ΑΓΟΡΑΣ}} = \frac{P_{\text{ΔΙΚΑΙΗ}}}{E_1}$$

E_0 = Κέρδη ανά μετοχή τρέχοντος έτους

E_1 = Αναμενόμενα κέρδη επόμενης περιόδου

Αποτίμηση με χρήση του δείκτη τιμή προς κέρδη (Price to Earning ratio – P/E)

Ο λόγος $\frac{P_{\DeltaΙΚΑΙΗ}}{E_1}$ δείχνει την τιμή που είναι διατεθειμένοι να πληρώσουν οι επενδυτές για να αγοράσουν τη μετοχή για κάθε 1€ αναμενόμενων κερδών της επιχείρησης.

Αποδεικνύεται ότι:

$$\frac{P_{\DeltaΙΚΑΙΗ}}{E_1} = \frac{1-b}{k_{\mu}-g}$$

Όπου $d = 1 - b$ ποσοστό πληρωμής μερίσματος του επόμενου έτους

b : ποσοστό παρακρατούμενων κερδών του επόμενου έτους

E_1 = αναμενόμενα κέρδη επόμενου έτους

Περίπτωση μηδενικής ανάπτυξης (no growth model) ο δείκτης P/E γίνεται:

$$\frac{P}{E_1} = \frac{1-b}{k_\mu - g} \quad (1)$$

Αφού ο ρυθμός ανάπτυξης $g=0$ συνεπάγεται ότι τα κέρδη και το μέρισμα παραμένουν σταθερά δηλ:

$$E_1 = E$$

Επίσης, μηδενική ανάπτυξη σημαίνει ότι η επιχείρηση δεν πραγματοποιεί επενδύσεις είτε μέσω δανεισμού είτε Μέσω παρακράτησης κερδών δηλαδή: $b=0$ οπότε, η (1) γίνεται:

$$\frac{P}{E_1} = \frac{1-b}{k_\mu - g} \xleftrightarrow[g=0]{E_1=E} \frac{P}{E} = \frac{1}{k_\mu} \quad b=0$$

Από τι εξαρτάται ο δείκτης τιμή προς κέρδη (Price to Earning ratio – P/E)

$$\frac{P_{\text{ΕΣΩΤΕΡΙΚΗ}}}{E_1} = \frac{1 - b}{k_{\mu} - g}$$

- το **αναμενόμενο ποσοστό των διανεμόμενων κερδών** της εταιρείας (ή το ποσοστό των παρακρατούμενων κερδών της)·
- την **απαιτούμενη από τους επενδυτές απόδοση της μετοχής** της εταιρείας (η οποία συνδέεται με τα επιτόκια που επικρατούν στην αγορά)·
- το **αναμενόμενο ποσοστό μεγέθυνσης των μερισμάτων της εταιρείας**.

Αδυναμίες του δείκτη τιμή προς κέρδη (Price to Earning ratio – P/E)

Από τους παράγοντες αυτούς, εκείνοι οι οποίοι επηρεάζουν περισσότερο τον δείκτη P/E μιας εταιρείας είναι η απαιτούμενη απόδοση και το ποσοστό μεγέθυνσης των μερισμάτων. Μία, έστω και μικρή, μεταβολή σε έναν από τους παράγοντες αυτούς θα επιφέρει μία μεγάλη μεταβολή στον δείκτη P/E. Στο σημείο αυτό θα πρέπει να υπογραμμίσουμε ότι οι παράγοντες αυτοί πολλές φορές αλληλοεπηρεάζονται. Για παράδειγμα, μία αύξηση του ποσοστού των διανεμόμενων κερδών μιας εταιρείας θα επιφέρει αύξηση του δείκτη P/E, εάν όλα τα άλλα παραμείνουν σταθερά. Δυστυχώς, όμως, η ενέργεια αυτή της εταιρείας είναι πιθανό να μειώσει τις επενδύσεις της, και επομένως και τα μελλοντικά της κέρδη. Το αποτέλεσμα της μείωσης των μελλοντικών κερδών θα είναι η μείωση του ποσοστού μεγέθυνσης των μερισμάτων της εταιρείας. Το τελευταίο θα επιφέρει μείωση του δείκτη P/E της εταιρείας, και επομένως θα αντισταθμιστεί η θετική επίδραση στον δείκτη P/E που είχε η αρχική ενέργεια της εταιρείας.

$$\frac{P}{E_1} = \frac{1 - b}{k_\mu - g}$$

Αδυναμίες του δείκτη τιμή προς κέρδη (Price to Earning ratio – P/E)

- **Αδυναμία** του ίδιου του δείκτη να λάβει υπόψη τη δυναμική πορεία και την ενδεχόμενη δυναμική μεγέθυνση μιας εισηγμένης στο Χρηματιστήριο εταιρείας.
- Μια άλλη αδυναμία αποτελεί η **απουσία διαχωρισμού των πηγών των κερδών που χρησιμοποιούνται για τον υπολογισμό του δείκτη**. Κάποια από τα κέρδη που εμφανίζονται, **ενδέχεται να οφείλονται σε έκτακτα γεγονότα** και να **μην σχετίζονται με την κύρια παραγωγική δραστηριότητα** της εταιρείας, με αποτέλεσμα τα κέρδη να εμφανίζονται **αυξημένα**. Παρόμοια, είναι πιθανό τα κέρδη να εμφανίζονται μειωμένα λόγω έκτακτων ζημιών, οδηγώντας, λοιπόν, σε κάθε περίπτωση στην εξαγωγή εσφαλμένων συμπερασμάτων

Αδυναμίες του δείκτη τιμή προς κέρδη (Price to Earning ratio – P/E)

- Ακόμα, επειδή για την εξαγωγή συμπερασμάτων και τη λήψη αποφάσεων απαιτείται η σύγκριση του δείκτη με κάποιο δεδομένο πρότυπο (relative analysis) ο καθορισμός του κατάλληλου προτύπου μπορεί να είναι προβληματικός. Είναι πιθανό ολόκληροι κλάδοι, σε συγκεκριμένες χρονικές περιόδους, να εμφανίζονται υπερτιμημένοι (overvalued) από την αγορά. Στην περίπτωση αυτή, **μια επιχείρηση που έχει χαμηλότερο P/E συγκριτικά με τις ομοειδείς της εταιρείες, δεν σημαίνει πως η μετοχή της είναι «φθηνότερη» ή ενέχει κάποιο κίνδυνο, αφού ο κλάδος είναι σημαντικά υπερτιμημένος.**

Αδυναμίες του δείκτη τιμή προς κέρδη (Price to Earning ratio – P/E)

Επιπρόσθετα, ο δείκτης δεν είναι σε θέση να δώσει ορθή αξιολόγηση για εταιρίες με χαμηλά ή και μηδενικά κέρδη, καθώς τείνει να υποεκτιμά κατά την αξιολόγηση αυτές τις εταιρίες, μη λαμβάνοντας υπόψη την υψηλή πάγια περιουσία, την υψηλή τεχνογνωσία και άλλα στοιχεία που πιθανόν διαθέτουν.

Αδυναμίες του δείκτη τιμή προς κέρδη (Price to Earning ratio – P/E)

Ακόμη, αξιολογώτερη είναι και η μείωση της αξίας του δείκτη στη σύγκριση μεταξύ δύο εταιριών σε περίπτωση που δε χρησιμοποιούν τον ίδιο τρόπο λογιστικής απεικόνισης το οποίο σημαίνει διαφορετικό τρόπο υπολογισμού αποσβέσεων, διαφορετική πολιτική κατά την κατάρτιση των προβλέψεων

Αδυναμίες του δείκτη τιμή προς κέρδη (Price to Earning ratio – P/E)

Τέλος, ο δείκτης αδυνατεί να αξιολογήσει σωστά **εταιρίες που επενδύουν συνεχώς σε νέα προγράμματα**, καθώς το κόστος χρηματοδότησης των επενδύσεων αλλά και οι **υψηλές αποσβέσεις που εγγράφονται στους ισολογισμούς τους** επηρεάζουν αρνητικά τα κέρδη στο μεσοπρόθεσμο διάστημα κι επομένως ο δείκτης φαίνεται να απαξιώνει εταιρίες με δυναμική ανάπτυξης στο μέλλον

Αποτίμηση με χρήση του δείκτη τιμή προς κέρδη (price to earnings ratio - P/E) - Παράδειγμα

Έστω η επιχείρηση X η οποία επανεπενδύει το 60% των κερδών της, ενώ η απόδοση

$$b = 0,6$$

των ιδίων κεφαλαίων της είναι 15%. Εάν η απαιτούμενη απόδοση από τη μετοχή είναι

$$ROE = 0,15$$

12,5% και ο αναμενόμενος μακροπρόθεσμος ρυθμός αύξησης των μερισμάτων είναι

$$K_{\mu} = 0,125$$

9%, να υπολογιστούν: 1) ο λόγος P/E με τον οποίο πρέπει να διαπραγματεύεται

$$g = 0,09$$

σήμερα η μετοχή και 2) η θεωρητικά σωστή τιμή της εάν τα φετινά κέρδη της είναι 2€

$$\text{Φετινά κέρδη } E = 2\text{€}$$

ανά μετοχή. Εάν ο ανακοινωμένος στον τύπο σήμερα λόγος P/E είναι 10, η μετοχή

$$\text{Λόγος που έχει ανακοινωθεί } \frac{P}{E_1} = 10$$

θεωρείται αγοραστική ευκαιρία και με ποιες προϋποθέσεις;

Αποτίμηση με χρήση του δείκτη τιμή προς κέρδη (price to earnings ratio - P/E) - Παράδειγμα

Να υπολογιστούν: 1) ο λόγος P/E με τον οποίο πρέπει να διαπραγματεύεται σήμερα η μετοχή.

Λύση:

$$\frac{P_{\text{ΕΣΩΤΕΡΙΚΗ}}}{E_1} = \frac{\overbrace{1 - b}^d}{k_\mu - g}$$

$$\frac{P}{E_1} = \frac{d}{k - g} = \frac{0,4}{0,125 - 0,09} = 11,4$$

Αποτίμηση με χρήση του δείκτη τιμή προς κέρδη (Price to Earnings ratio - P/E) - Παράδειγμα

και 2) η θεωρητικά σωστή τιμή της εάν τα φετινά κέρδη της είναι 2€ ανά μετοχή. Εάν ο ανακοινωμένος στον τύπο σήμερα λόγος P/E είναι 10, η μετοχή θεωρείται αγοραστική ευκαιρία και με ποιες προϋποθέσεις;

Λύση:

Γνωρίζοντας από το προηγούμενο ερώτημα ότι:

$$\frac{P}{E_1} = 11,4$$

η θεωρητικά σωστή τιμή $P = E_1 * 11,4$ (1)

Όμως, $E_1 = E * (1+g) = 2 * (1+0,09) = 2,18$

Οπότε, η (1) γίνεται: $P = 2,18 * 11,4 = 24,852$

Αποτίμηση με χρήση του δείκτη τιμή προς κέρδη (Price to Earnings ratio - P/E) - Παράδειγμα

Εάν ο ανακοινωμένος στον τύπο σήμερα λόγος P/E είναι 10, η μετοχή θεωρείται αγοραστική ευκαιρία και με ποιες προϋποθέσεις;

Λύση:

Αφού ο σημερινός λόγος P/E είναι 10, αυτό σημαίνει ότι η τιμή της μετοχής είναι:

$$\frac{P}{E} = 10 \Rightarrow P = 10 \times 2\text{€} = 20\text{€}$$

Άρα αποτελεί αγοραστική ευκαιρία, με την προϋπόθεση ότι η επενδυτική και μερισματική της πολιτική θα παραμείνει ίδια και η απόδοση ιδίων κεφαλαίων της θα παραμείνει στο 15%, κάτι που θα διατηρήσει το ρυθμό αύξησης μερισμάτων στο 9% μακροπρόθεσμα.

Ερμηνεία του δείκτη P/E

εάν ο δείκτης P/E της μετοχής μιας εταιρείας είναι υψηλός σε σύγκριση με τον δείκτη P/E του κλάδου ή της συνολικής αγοράς, τότε είτε η εταιρεία προτιμάται από τους επενδυτές γιατί θεωρείται ότι είναι μία από τις καλύτερες του κλάδου είτε η εταιρεία είναι υπερτιμημένη διότι οι επενδυτές έχουν υπερεκτιμήσει τις δυνατότητές της. Αντίθετα, ένας χαμηλός δείκτης P/E της μετοχής μιας εταιρείας υποδηλώνει ότι είτε η εταιρεία δεν προτιμάται από τους επενδυτές (το οποίο μπορεί να οφείλεται στο ότι η διοίκηση ή οι προοπτικές της εταιρείας δεν είναι καλές) είτε είναι υποτιμημένη από την αγορά (διότι οι επενδυτές έχουν υποεκτιμήσει τις δυνατότητές της).

Αποτελεσματική Αγορά (Efficient Market)

Επομένως, ως **αποτελεσματική αγορά (efficient market)** ορίζουμε αυτήν την αγορά όπου η **αγοραία τιμή κάθε χρεογράφου είναι ίση με την εσωτερική** (ή επενδυτική ή οικονομική ή εύλογη ή δίκαιη) του αξία

Υπενθύμιση: εσωτερική (ή επενδυτική ή οικονομική ή εύλογη ή δίκαιη) αξία είναι η τιμή της μετοχής όπως αυτή προκύπτει από τους υπολογισμούς μας

Με άλλα λόγια, η **τιμή των αξιογράφων ενσωματώνει όλη την πληροφορία** που είναι διαθέσιμη στους επενδυτές σχετικά με την αξία τους.

Δηλαδή, η **αναζήτηση χρεογράφων που είναι υποτιμημένα**, είτε με τη βοήθεια της **τεχνικής ανάλυσης**, όπου οι αναλυτές εξετάζουν την **παρελθοντική συμπεριφορά των τιμών** των χρεογράφων, είτε με τη βοήθεια της **θεμελιώδους ανάλυσης**, όπου οι αναλυτές εξετάζουν **τα προβλεπόμενα κέρδη και μερίσματα** των επιχειρήσεων, τον κλάδο στον οποίο ανήκουν, την βιομηχανία και την οικονομία γενικότερα, **δεν θα είναι επιτυχής**

Αποτελεσματική Αγορά (Efficient Market)

- Παρατηρήσεις

- Αποτελεσματική αγορά **δεν** σημαίνει ότι η τιμή του αξιογράφου θα είναι ίση με την οικονομική του αξία **σε κάθε χρονική στιγμή**. Σημαίνει ότι οι **αποκλίσεις μεταξύ της τιμής και της οικονομικής αξίας του αξιογράφου εμφανίζονται τυχαία**.
- Αφού οι **αποκλίσεις** εμφανίζονται τυχαία, **δεν μπορούν να προβλεφθούν** χρησιμοποιώντας οποιοδήποτε οικονομικό μέγεθος (μεταβλητή) (π.χ. τα κέρδη μιας επιχείρησης, το ΑΕΠ της χώρας, τα επιτόκια κλπ.). Συνεπώς, **δεν μπορεί ένας επενδυτής να εκμεταλλευτεί συστηματικά τις αποκλίσεις για να επιτυγχάνει αποδόσεις ανώτερες από τη μέση απόδοση της αγοράς**.

Μορφές Αποτελεσματικής Αγοράς (Fama 1970)

Μορφές Αποτελεσματικής Αγοράς	Σύνολο Πληροφοριών που Αντανακλάται στις Τιμές των Χρεογράφων
1. Ασθενής	Παρελθοντικές τιμές των χρεογράφων.
2. Ημι-ισχυρή	Όλες οι δημόσια διαθέσιμες πληροφορίες.
3. Ισχυρή	Όλες οι πληροφορίες, και οι δημόσιες και οι ιδιωτικές.

Ασθενώς Αποτελεσματική (Weak Form Efficient) Αγορά

Μια αγορά θα μπορεί να περιγραφεί σαν **ασθενώς αποτελεσματική** (weak form efficient), εάν είναι **αδύνατο να επιτευχθούν υπεραποδόσεις** (εκτός κι αν αυτό συμβεί τυχαία), χρησιμοποιώντας **παρελθοντικές τιμές** για την λήψη αποφάσεων αγοράς ή πώλησης

Ημι-ισχυρώς Αποτελεσματική (Semi-strong Form Efficient) Αγορά

Μια αγορά θα μπορεί να χαρακτηριστεί σαν ημι-ισχυρώς αποτελεσματική (semi-strong form efficient), εάν είναι αδύνατο να επιτευχθούν υπεραποδόσεις (εκτός κι αν αυτό συμβεί τυχαία), χρησιμοποιώντας δημόσια διαθέσιμες πληροφορίες για την λήψη αποφάσεων αγοράς ή πώλησης.

Ισχυρώς Αποτελεσματική (Strong Form Efficient) Αγορά

Μια αγορά θα μπορεί να χαρακτηριστεί σαν **ισχυρώς αποτελεσματική** (strong form efficient), εάν είναι **αδύνατον να πραγματοποιηθούν υπεραποδόσεις** (εκτός κι αν αυτό συμβεί τυχαία), **χρησιμοποιώντας οποιαδήποτε πληροφορία**, δημόσια ή ιδιωτική για την λήψη αποφάσεων αγοράς ή πώλησης.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 6^ο

Θεωρία Χαρτοφυλακίου

Θεωρία χαρτοφυλακίου (portfolio theory)

Η Θεωρία χαρτοφυλακίου (portfolio theory) αναφέρεται στον τρόπο δημιουργίας του χαρτοφυλακίου ενός επενδυτή, δηλαδή στον συνδυασμό των περιουσιακών στοιχείων (assets) που έχει επενδύσει και κατέχει ένας επενδυτής.

Αναμενόμενη απόδοση αξιόγραφου

Στο κεφάλαιο 2 (Απόδοση και Κίνδυνος) αναφέραμε ότι η **αναμενόμενη απόδοση ενός αξιογράφου είναι ο σταθμικός μέσος όρος όλων των δυνητικών αποδόσεων του αξιογράφου, στον οποίο η κάθε δυνητική απόδοση σταθμίζεται από την αντίστοιχη πιθανότητα να συμβεί**. Άρα, η αναμενόμενη απόδοση ενός αξιογράφου είναι:

$$E(r) = \sum_{i=1}^n P_i r_i \quad (6.1)$$

όπου $E(r)$ = η αναμενόμενη ή προσδοκώμενη απόδοση του αξιογράφου, P_i = η πιθανότητα να συμβεί η i δυνητική απόδοση του αξιογράφου (και $\sum P_i = 1$), r_i = η i δυνητική απόδοση του αξιογράφου και n = ο αριθμός των δυνητικών αποδόσεων.

Αναμενόμενη απόδοση ενός χαρτοφυλακίου

Η αναμενόμενη απόδοση ενός χαρτοφυλακίου είναι ο σταθμικός μέσος όρος των αναμενόμενων αποδόσεων των αξιογράφων που περιλαμβάνει το χαρτοφυ-

$$E(R_p) = \bar{R}_p = \sum_{i=1}^N w_i E(R_i) \quad (6.3)$$

όπου $E(R_p)$ [ή \bar{R}_p] = η αναμενόμενη (ή μέση) απόδοση του χαρτοφυλακίου, w_i = το ποσοστό των επενδυμένων κεφαλαίων που έχει τοποθετηθεί στο i αξιόγραφο, $E(R_i)$ = η αναμενόμενη απόδοση του i αξιογράφου και N = ο αριθμός των αξιογράφων που περιλαμβάνει το χαρτοφυλάκιο.

Αναμενόμενη απόδοση ενός χαρτοφυλακίου

$$E(R_p) = \sum_{i=1}^n w_i \cdot E(R_i) = w_1 \cdot E(R_1) + w_2 \cdot E(R_2) + \dots + w_n \cdot E(R_n)$$

$E(R_p)$: η προσδοκώμενη απόδοση του χαρτοφυλακίου.

w_i : το ποσοστό των επενδυμένων κεφαλαίων στο χρεόγραφο i ως προς τη συνολική αξία του χαρτοφυλακίου.

$E(R_i)$: η προσδοκώμενη απόδοση του i χρεογράφου.

n : το σύνολο των επενδύσεων που περιλαμβάνονται στο χαρτοφυλάκιο.

Το άθροισμα των ποσοστών των επιμέρους επενδύσεων του χαρτοφυλακίου θα πρέπει να

είναι ίσο με **1**. Δηλαδή: $\sum_{i=1}^n w_i = w_1 + w_2 + \dots + w_n = 1$

Κίνδυνος ενός αξιόγραφου

Στο ίδιο κεφάλαιο ορίσαμε ως **κίνδυνο** τη **μεταβλητότητα των δυνητικών αποτελεσμάτων γύρω από την αναμενόμενη τιμή τους**. Επιπλέον, αναφέραμε ότι ένα **στατιστικό μέτρο της διασποράς των δυνητικών αποτελεσμάτων γύρω από την αναμενόμενη τιμή τους είναι η τυπική απόκλιση (και η διακύμανση)**. Άρα, η τυπική απόκλιση των αναμενόμενων αποδόσεων ενός αξιογράφου δίνεται από τη σχέση:

$$\sigma = \left\{ \sum_{i=1}^n P_i [r_i - E(r)]^2 \right\}^{1/2} \quad (6.2)$$

όπου σ = η τυπική απόκλιση των αναμενόμενων αποδόσεων ενός αξιογράφου, P_i = η πιθανότητα να συμβεί η i δυνητική απόδοση του αξιογράφου, r_i = η i δυνητική απόδοση του αξιογράφου, $E(r)$ = η αναμενόμενη ή προσδοκώμενη απόδοση του αξιογράφου και n = ο αριθμός των δυνητικών αποδόσεων.

Κίνδυνος ενός αξιόγραφου

Σε περίπτωση που εξετάζουμε πραγματικές και όχι αναμενόμενες αποδόσεις (δηλαδή τα αποτελέσματα δεν έχουν κάποιο συντελεστή βαρύτητας) τότε στον τύπο του κινδύνου αντί για αναμενόμενη απόδοση $E(r)$ έχω τον μέσο όρο \bar{x} των αποδόσεων:

$$\sigma_i = \sqrt{\sigma_i^2} = \sqrt{\frac{1}{N} \sum [(r_i - \bar{r})]^2}$$

Όπου: r_i = οι παρατηρούμενες αποδόσεις

\bar{r} = η μέση απόδοση (ο μέσος όρος των αποδόσεων που χρησιμοποιούνται)

N = ο αριθμός των παρατηρήσεων

Κίνδυνος ενός αξιόγραφου

Αν έχω δείγμα παρατηρήσεων ο παραπάνω τύπος γίνεται:

Κίνδυνος (τυπική απόκλιση του δείγματος): $\sigma = \left[\frac{\sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2}{(n-1)} \right]^{1/2}$

Κίνδυνος Χαρτοφυλακίου

Ο **κίνδυνος ενός χαρτοφυλακίου** είναι ο κίνδυνός που έχει κάθε μεμονωμένο αξιόγραφο του χαρτοφυλακίου δηλαδή της τυπικής απόκλισης των αναμενομένων αποδόσεων του, καθώς επίσης των αναμενόμενων αποδόσεων των αξιογράφων του χαρτοφυλακίου.

Η **συν διακύμανση** είναι το μέτρο εκείνο που δείχνει αν τα αξιόγραφα κινούνται μαζί σε σχέση με τις αναμενόμενες τιμές τους, εξετάζοντας τις αποδόσεις τους.

Κίνδυνος χαρτοφυλακίου με δύο αξιόγραφα

$$\sigma_p^2 = w_1^2 \cdot \sigma_1^2 + w_2^2 \cdot \sigma_2^2 + 2 \cdot w_1 \cdot w_2 \cdot \text{COV}(R_1, R_2)$$

w_1 : το ποσοστό του κεφαλαίου που έχει επενδυθεί στο χρεόγραφο 1

w_2 : το ποσοστό του κεφαλαίου που έχει επενδυθεί στο χρεόγραφο 2

$\text{COV}(R_1, R_2)$: η συνδιακύμανση των αποδόσεων του χαρτοφυλακίου

Χρησιμοποιείται (η τυπική απόκλιση των αποδόσεων του χαρτοφυλακίου) για να μετρήσει τον κίνδυνο του χαρτοφυλακίου.

Συνδιακύμανση σ_{ij} ή Cov (Covariance) των Αποδόσεων του Χαρτοφυλακίου

$$\text{COV}(R_1, R_2) = \sigma_{1,2} = \sigma_1 \cdot \sigma_2 \cdot \rho_{1,2} \quad \text{και} \quad \text{COV}(R_1, R_2) = \sum P_i \cdot [R_{1i} - E(R_1)] \cdot [R_{2i} - E(R_2)]$$

$\rho_{1,2}$: ο συντελεστής συσχέτισης των αποδόσεων των χρεογράφων Α και Β.

P_i : η πιθανότητα τα επενδυτικά στοιχεία να έχουν μια συγκεκριμένη τιμή, να συμβεί η δυνητική απόδοση του καθενός αξιόγραφου.

Χρησιμοποιείται για να μετρήσει μέχρι ποιο σημείο οι αναμενόμενες αποδόσεις των επενδύσεων στο χαρτοφυλάκιο αλληλεξαρτώνται ή αλληλοεπηρεάζονται.

Η συνδιακύμανση των αποδόσεων των επενδύσεων στο χαρτοφυλάκιο μετρά την ομοιότητα ή την ανομοιότητα στη συμπεριφορά των αποδόσεων.

Συνδιακύμανση σ_{ij} ή Cov (Covariance)

Στο σημείο αυτό αξίζει να υπενθυμίσουμε ότι η **συνδιακύμανση** είναι ένα απόλυτο μέτρο του βαθμού με τον οποίο δύο μεταβλητές «κινούνται μαζί» (σε σχέση με τις αναμενόμενες τιμές τους), διαχρονικά. Στη θεωρία χαρτοφυλακίου οι μεταβλητές για τις οποίες ενδιαφερόμαστε είναι συνήθως οι αποδόσεις των αξιογράφων. Έστω, π.χ., ότι εξετάζουμε τις αποδόσεις δύο αξιογράφων για κάποιο χρονικό διάστημα και ότι η συνδιακύμανση των αποδόσεών τους βρέθηκε να είναι ίση με 4,5. Ο αριθμός αυτός μπορεί να σημαίνει ότι υπάρχει μία μεγάλη θετική σχέση μεταξύ των αποδόσεων των δύο αξιογράφων, εάν οι δύο αυτές σειρές των αποδόσεων έχουν μεγάλη σταθερότητα. Αντίθετα, ο αριθμός αυτός μπορεί να δηλώνει ότι υπάρχει μία αδύναμη θετική σχέση μεταξύ των αποδόσεων των δύο αξιογράφων, εάν οι δύο αυτές σειρές των αποδόσεων έχουν μεγάλη μεταβλητότητα. Για τον λόγο αυτό, είναι προτιμότερο να «τυποποιήσουμε» τη συνδιακύμανση, διαιρώντας την διά το γινόμενο των τυπικών αποκλίσεων των αποδόσεων των δύο αξιογράφων. Στην περίπτωση αυτή λαμβάνουμε τον **συντελεστή συσχέτισης** (correlation coefficient) των αποδόσεων των δύο αξιογράφων, ο οποίος είναι ίσος με:

Συντελεστής συσχέτισης ρ των Αποδόσεων του Χαρτοφυλακίου

Τύπος συντελεστή συσχέτισης $\rho_{1,2} = \frac{\sigma_{1,2}}{\sigma_1 * \sigma_2}$

Χρησιμοποιείται για να μετρήσει τη συσχέτιση δηλαδή **το βαθμό στον οποίο οι αποδόσεις των επενδύσεων κινούνται μαζί.**

1. Όταν ο συντελεστής συσχέτισης είναι θετικός δηλ. $\rho_{1,2} > 0$ τότε όταν **αυξάνεται** η απόδοση **του ενός επενδυτικού** στοιχείου **θα αυξάνεται** και η απόδοση **του άλλου** και αντίστροφα.
2. Όταν ο συντελεστής συσχέτισης είναι ίσος με τη μονάδα δηλ. $\rho_{1,2} = 1$ τότε όσο **αυξάνεται** η απόδοση **του ενός επενδυτικού** στοιχείου **θα αυξάνεται** και η απόδοση **του άλλου** και αντίστροφα (πλήρης θετική συσχέτιση).

Συντελεστής συσχέτισης ρ των Αποδόσεων του Χαρτοφυλακίου

3. Όταν ο συντελεστής συσχέτισης είναι αρνητικός δηλ. $\rho_{1,2} < 0$ τότε **όταν αυξάνεται** η απόδοση του ενός επενδυτικού στοιχείου **θα μειώνεται** και η απόδοση του άλλου και αντίστροφα.

4. Όταν ο συντελεστής συσχέτισης είναι $\rho_{1,2} = -1$ τότε **όσο αυξάνεται** η απόδοση του ενός επενδυτικού στοιχείου **τόσο θα μειώνεται** και η απόδοση του άλλου και αντίστροφα (πλήρης αρνητική συσχέτιση).

5. Όταν ο συντελεστής συσχέτισης είναι **μηδενικός** δηλ. $\rho_{1,2} = 0$ τότε **δεν υπάρχει καμία συσχέτιση** των αποδόσεων μεταξύ των επενδύσεων που απαρτίζουν το χαρτοφυλάκιο

Συντελεστής συσχέτισης ρ

Παράδειγμα:

Έστω ο συντελεστής συσχέτισης $\rho_{AB} = 0,1333$ δηλαδή είναι θετικός και κοντά στο μηδέν. Αυτό σημαίνει ότι υπάρχει μια ασθενής θετική συσχέτιση μεταξύ των αποδόσεων των μετοχών A και B του χαρτοφυλακίου και άρα μια μικρή έστω διαφοροποίηση.

Διαφοροποίηση & Συσχέτιση

Η διαφοροποίηση γίνεται πιο αποτελεσματική όσο η συσχέτιση ανάμεσα στις αποδόσεις των χρεογράφων μικραίνει και πλησιάζει το -1

Μέτρηση της Διαφοροποίησης Ενός Χαρτοφυλακίου

Η διαφοροποίηση ενός χαρτοφυλακίου μετράται με τη **συσχέτιση** που έχουν **οι αποδόσεις του χαρτοφυλακίου με τις αποδόσεις του δείκτη της αγοράς**, η οποία **μπορεί να υπολογιστεί από το συντελεστή προσδιορισμού R^2** , που είναι το **τετράγωνο του συντελεστή συσχέτισης ρ** .

Ο R^2 καθορίζει το ποσοστό της συνολικής διακύμανσης των αποδόσεων του χαρτοφυλακίου, η οποία εξηγείται από τις μεταβολές των αποδόσεων του δείκτη. **Λαμβάνει τιμές στο διάστημα $[0, 1]$** . Όταν το χαρτοφυλάκιο είναι πλήρως διαφοροποιημένο, τότε προσεγγίζει τη μονάδα.

Κίνδυνος Χαρτοφυλακίου με Δυο Αξιόγραφα

Η πιο απλή περίπτωση είναι το εξεταζόμενο χαρτοφυλάκιο να περιλαμβάνει μόνο δύο αξιόγραφα (το 1 και το 2). Στην περίπτωση αυτή, ο κίνδυνος του χαρτοφυλακίου γράφεται ως εξής:

$$\sigma_p = \left[w_1^2 \sigma_1^2 + w_2^2 \sigma_2^2 + 2 w_1 w_2 \rho_{12} \sigma_1 \sigma_2 \right]^{1/2} \quad (6.8)$$

Κίνδυνος Χαρτοφυλακίου με Τρία Αξιόγραφα

Η διακύμανση των αποδόσεων του χαρτοφυλακίου όταν εκείνο αποτελείται από τρία περιουσιακά στοιχεία δίνεται από την σχέση:

$$\sigma_p^2 = w_A^2 \sigma_A^2 + w_B^2 \sigma_B^2 + w_G^2 \sigma_G^2 + 2w_A w_B \sigma_{AB} + 2w_A w_G \sigma_{AG} + 2w_B w_G \sigma_{BG}$$

Ο κίνδυνός του χαρτοφυλακίου εξαρτάται από :

- Τον κίνδυνο των επιμέρους επενδύσεων που αποτελούν το χαρτοφυλάκιο δηλαδή την αβεβαιότητα των διακυμάνσεων των αποδόσεων της κάθε μετοχής
- Το ποσοστό συμμετοχής κάθε επένδυσης στην συνολική αξία του χαρτοφυλακίου w
- Την αλληλεπίδραση του κίνδυνου μέσω των συν διακυμάνσεων των αποδόσεων επενδύσεων που υπάρχουν στο χαρτοφυλάκιο.

Άσκηση 1

Έστω ότι το χαρτοφυλάκιο μας αποτελείται από την μετοχή A κατά 60% και κατά την μετοχή B κατά 40%. Να υπολογισθεί κίνδυνός του χαρτοφυλακίου αν ο συντελεστής συσχέτισης είναι 0,9 καθώς και η απόδοση του χαρτοφυλακίου.

ΜΕΤΟΧΕΣ	Αναμενόμενη απόδοση	Διακύμανση
A	0,30	0,0625
B	0,50	0,09

Μεθοδολογία

- Υπολογίζουμε την αναμενόμενη απόδοση του χαρτοφυλακίου.
- Βρίσκουμε τη συνδιακύμανση των αποδόσεων των δύο μετοχών και κατόπιν τη διακύμανση του χαρτοφυλακίου.
- Υπολογίζουμε κατόπιν την τυπική απόκλιση του χαρτοφυλακίου (κίνδυνος).

ΑΝΑΜΕΝΟΜΕΝΗ (ΠΡΟΣΔΟΚΩΜΕΝΗ) ΑΠΟΔΟΣΗ ΧΑΡΤΟΦΥΛΑΚΙΟΥ

$$E(R_p) = \sum_{i=1}^n w_i \cdot E(R_i)$$

$$E(R_p) = w_A \cdot E(R_A) + w_B \cdot E(R_B) = 0,60 \cdot 0,30 + 0,40 \cdot 0,50 = 0,38$$

ΣΥΝΔΙΑΚΥΜΑΝΣΗ ΤΩΝ ΑΠΟΔΟΣΕΩΝ ΤΟΥ ΧΑΡΤΟΦΥΛΑΚΙΟΥ

$$\text{COV}(R_A, R_B) = \sigma_{AB} = \sigma_A \cdot \sigma_B \cdot \rho_{AB}$$

$$\text{COV}(R_A, R_B) = 0,25 \cdot 0,3 \cdot 0,9 = 0,0675$$

ΚΙΝΔΥΝΟΣ ΧΑΡΤΟΦΥΛΑΚΙΟΥ

Για να βρούμε τον κίνδυνο του παραπάνω χαρτοφυλακίου βρίσκουμε την τυπική απόκλιση:

$$\sigma_p^2 = w_A^2 \cdot \sigma_A^2 + w_B^2 \cdot \sigma_B^2 + 2 \cdot w_A \cdot w_B \cdot \text{COV}(R_A, R_B)$$

$$\begin{aligned} \sigma_p &= \sqrt{\sigma_p^2} = \sqrt{w_A^2 \sigma_A^2 + w_B^2 \sigma_B^2 + 2w_A w_B \sigma_{AB}} = \sqrt{(0,6)^2 \cdot 0,0625 + (0,4)^2 \cdot 0,09 + 2 \cdot 0,6 \cdot 0,4 \cdot 0,0675} \\ &= \sqrt{0,0693} = 0,263 \end{aligned}$$

Άσκηση 2

Ένας επενδυτής εξετάζει δύο επενδύσεις :

Επένδυση Α	Δονητική απόδοση	Πιθανότητα
	0,20	0,60
	0,30	0,40
Επένδυση Β	Δονητική απόδοση	Πιθανότητα
	0,30	0,60
	0,05	0,40

(α) Να υπολογιστεί η προσδοκώμενη απόδοση κάθε επένδυσης και ο κίνδυνος καθεμίας επένδυσης.

(β) Αν θέλαμε να δημιουργήσουμε ένα χαρτοφυλάκιο με ποσοστό συμμετοχής της επένδυσης Α 50% και της Β 50% να βρεθεί η αναμενόμενη απόδοση του χαρτοφυλακίου καθώς κι ο αντίστοιχος κίνδυνός του.

(γ) Βρείτε το συντελεστή συσχέτισης των αποδόσεων των δύο επενδυτικών στοιχείων. Τι δείχνει αυτός ο συντελεστής;

Άσκηση 2

Λύση

Μεθοδολογία

- Υπολογίζουμε την αναμενόμενη απόδοση κάθε επένδυσης.
- Βρίσκουμε τον κίνδυνο (τυπική απόκλιση) κάθε επένδυσης αφού υπολογίσουμε πρώτα τη διακύμανση.
- Στη συνέχεια έχοντας υπολογίσει τις αναμενόμενες αποδόσεις καθεμίας επένδυσης μετράμε την προσδοκώμενη απόδοση του χαρτοφυλακίου.
- Υπολογίζουμε κατόπιν την τυπική απόκλιση του χαρτοφυλακίου (κίνδυνος)
- Τέλος βρίσκουμε το συντελεστή συσχέτισης των αποδόσεων.

Άσκηση 2

(α) Να υπολογιστεί η προσδοκώμενη απόδοση κάθε επένδυσης και ο κίνδυνος καθεμίας επένδυσης.

$$E(r) = \sum_{i=1}^n R_i \cdot P_i$$

Επομένως, η προσδοκώμενη απόδοση της επένδυση A και B είναι αντίστοιχα:

$$E(R_A) = (0,20 * 0,40) + (0,30 * 0,40) \Leftrightarrow E(R_A) = 0,24$$

$$E(R_B) = (0,30 * 0,60) + (0,05 * 0,40) \Leftrightarrow E(R_A) = 0,20$$

Άσκηση 2

Ο κίνδυνος ενός αξιογράφου δίνεται από:

$$\sigma = \left\{ \sum_{i=1}^n P_i [r_i - E(r)]^2 \right\}^{1/2} \quad (6.2)$$

Συνεπώς, ο κίνδυνος της επένδυση A και B είναι αντίστοιχα:

$$\sigma_A^2 = (0,20 - 0,24)^2 \cdot 0,60 + (0,30 - 0,24)^2 \cdot 0,40 = 0,0024$$

$$\sigma_A = \sqrt{\sigma_A^2} = \sqrt{0,0024} = 0,049$$

$$\sigma_B^2 = (0,30 - 0,20)^2 \cdot 0,60 + (0,05 - 0,20)^2 \cdot 0,40 = 0,006 + 0,009 = 0,015$$

$$\sigma_B = \sqrt{\sigma_B^2} = \sqrt{0,015} = 0,1225$$

Άσκηση 2

(β) Αν θέλαμε να δημιουργήσουμε ένα χαρτοφυλάκιο με ποσοστό συμμετοχής της επένδυσης A 50% και της B 50% να βρεθεί η αναμενόμενη απόδοση του χαρτοφυλακίου καθώς κι ο αντίστοιχος κίνδυνός του.

Λύση:

Η Αναμενόμενη απόδοση ενός χαρτοφυλακίου δίνεται από:

$$E(R_p) = \bar{R}_p = \sum_{i=1}^N w_i E(R_i) \quad (6.3)$$

$$E(R_p) = w_A \cdot E(R_A) + w_B \cdot E(R_B) = 0,50 \cdot 0,24 + 0,50 \cdot 0,20 = 0,22$$

Άσκηση 2

Για να υπολογίσω τον κίνδυνο (τυπική απόκλιση σ) θα υπολογίσω πρώτα τη διακύμανση σ^2 :

$$\sigma_p^2 = w_1^2 \cdot \sigma_1^2 + w_2^2 \cdot \sigma_2^2 + 2 \cdot w_1 \cdot w_2 \cdot \text{COV}(R_1, R_2)$$

Όμως η συνδιακύμανση είναι:

$$\text{COV}(R_1, R_2) = \sigma_{1,2} = \sigma_1 \cdot \sigma_2 \cdot \rho_{1,2} \quad \text{και} \quad \text{COV}(R_1, R_2) = \sum P_i \cdot [R_{1i} - E(R_1)] \cdot [R_{2i} - E(R_2)]$$

$$\text{COV}(R_A, R_B) = 0,60 \cdot (0,20 - 0,24)(0,30 - 0,20) + 0,40 \cdot (0,30 - 0,24)(0,05 - 0,20) = -0,0024 - 0,0036 = -0,006$$

Άσκηση 2

Επανερχόμαστε στον υπολογισμό της διακύμανσης σ^2 :

$$\sigma_p^2 = w_A^2 \cdot \sigma_A^2 + w_B^2 \cdot \sigma_B^2 + 2 \cdot w_A \cdot w_B \cdot \text{COV}(R_A, R_B) = (0,50)^2 \cdot 0,0024 + (0,50)^2 \cdot 0,015 + 2 \cdot 0,50 \cdot 0,50(-0,006) =$$

$$\sigma_p^2 = 0,00675$$

Κατά συνέπεια, ο κίνδυνος (τυπική απόκλιση είναι:

$$\sigma_p = \sqrt{\sigma_p^2} = \sqrt{0,00675} = 0,082$$

Άσκηση 2

(γ) Βρείτε το συντελεστή συσχέτισης των αποδόσεων των δύο επενδυτικών στοιχείων. Τι δείχνει αυτός ο συντελεστής;

Λύση:

Ο συντελεστής συσχέτισης ρ δίνεται από:

$$\rho_{1,2} = \frac{\sigma_{1,2}}{\sigma_1 * \sigma_2} = \frac{-0,006}{0,049 * 0,1225} = -10$$

Αυτό σημαίνει ότι υπάρχει αρνητική συσχέτιση μεταξύ των αποδόσεων των δύο επενδύσεων A και B. Όταν θα ανεβαίνει η απόδοση της μιας επένδυσης κατά 1 ποσοστιαία μονάδα θα μειωθεί η απόδοση της άλλης επένδυσης κατά 10 ποσοστιαίες μονάδες