

ΔΕΟ 31

ΓΕ 3 2020-2021

Ενδεικτική Απάντηση

ΔΕΟ 31: ΓΕ 3 2020-2021

Θέμα 4i)



Ένας επενδυτής έχει πάρει μια θέση ανοικτής πώλησης σε 1.000 μερίδια της μετοχής AAA με τρέχουσα τιμή €15. Ο επενδυτής αυτός φοβάται ότι στο τέλος των επόμενων 3 μηνών η τιμή της μετοχής ενδέχεται να αυξηθεί και να κινηθεί μεταξύ των €18 και €20 και έτσι να καταγράψει ζημιές από τη θέση αυτή. Θέλει να αντισταθμίσει τη θέση αυτή χρησιμοποιώντας δικαιώματα προαίρεσης Ευρωπαϊκού τύπου με υποκείμενο τίτλο τη μετοχή AAA. Ο παρακάτω πίνακας παρουσιάζει τα δεδομένα για τα δικαιώματα προαίρεσης διάρκειας 3 μηνών (ή 90 ημερών) όπως διαπραγματεύονται σήμερα. Κάθε δικαίωμα προαίρεσης αφορά σε 100 μετοχές της AAA. Το ετησιοποιημένο επιτόκιο μηδενικού κινδύνου συνεχούς ανατοκισμού είναι 1% και η ετήσια μεταβλητότητα (τυπική απόκλιση) των αποδόσεων της μετοχής AAA είναι 20%. Θεωρείστε ότι η μετοχή δεν θα δώσει μέρισμα τους επόμενους 3 μήνες.

Τύπος δικαιώματος	Τιμή εξάσκησης (σε €)	Τιμή δικαιώματος (σε €)
Αγοράς	12	3,04
Αγοράς	15	0,62
Αγοράς	18	0,02
Πώλησης	12	0,01
Πώλησης	15	0,58
Πώλησης	18	2,98

ι) Ποιο από τα παραπάνω δικαιώματα προτείνετε να χρησιμοποιηθεί για να πραγματοποιηθεί η αντιστάθμιση της θέσης στην αγορά μετρητοίς, με τον πιο οικονομικό τρόπο, λαμβάνοντας υπόψη τις μελλοντικές προσδοκίες του επενδυτή; Εξηγήστε το σκεπτικό σας και υπολογίστε το κόστος αυτής της στρατηγικής.

Ο επενδυτής έχει λάβει θέση ανοιχτής πώλησης (ή κατέχει αρνητική θέση ή απλά θέση πώλησης στη αγορά μετρητοίς). Με άλλα λόγια έχει προβεί σε πώληση μετοχών, τις οποίες ο πωλητής-short έχει δανειστεί (έννοια της πώλησης τίτλου που δεν κατέχω) από τρίτον (συνήθως χρηματιστηριακό μεσάζοντα), με την πρόθεση να αγοράσει πανομοιότυπα χρεόγραφα αργότερα για να τα επιστρέψει στον δανειστή.

Κατά συνέπεια, ο επενδυτής αγωνιά για την μελλοντική έκβαση της τιμής των μετοχών. **Για να προστατευθεί** θα καταφύγει στη αγορά δικαιωμάτων προκειμένου:

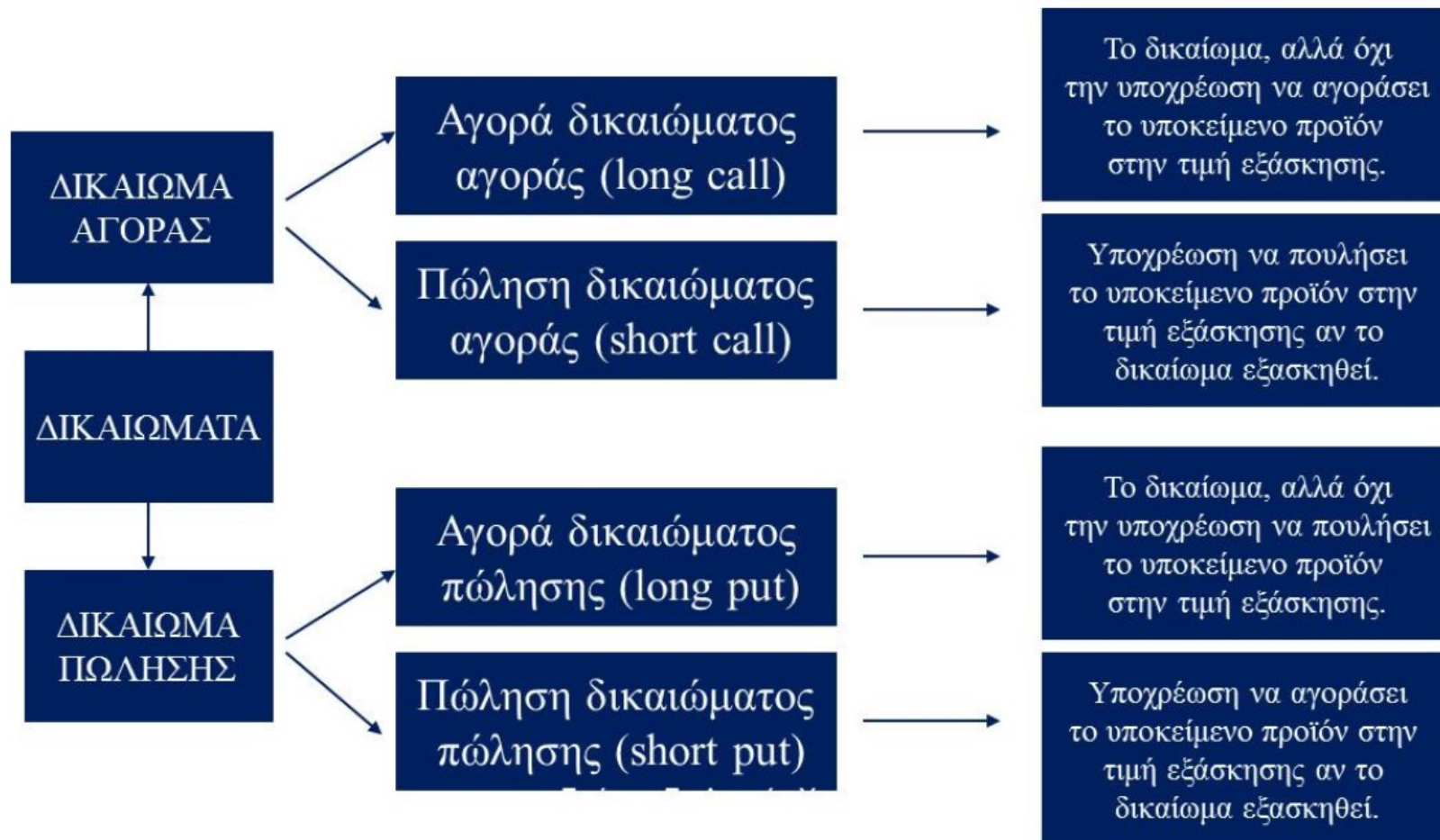
1. Να αγοράσει δικαίωμα αγοράς (προστατευτικό δικαίωμα αγοράς) ή
2. Να πουλήσει (εκδώσει) δικαίωμα πώλησης (καλυμμένο δικαίωμα πώλησης) Η χρησιμότητα αυτής της στρατηγικής είναι περιορισμένη καθώς δεν προστατεύει πλήρως τον αντισταθμιστή σε περίπτωση ανόδου της τιμής.

Ο συνήθης τρόπος κάλυψης μια τωρινής αρνητικής θέσης στη αγορά μετρητοίς:

είναι η αγορά δικαιώματος αγοράς.

Παράλληλα, υπάρχει ανοιχτό το περιθώριο ο επενδυτής να επωφεληθεί από μια πτώση τιμών στην αγορά μετρητοίς.

Είδη δικαιωμάτων



Ποιο Δικαίωμα αγοράς θα επιλέξει???

Το πιο δικαίωμα αγοράς θα επιλέξει ο επενδυτής είναι συνάρτηση

1. με **το πόσα χρήματα** είναι διατεθειμένος να δαπανήσει για την απόκτησή του και
2. **μέχρι πόσο ανέχεται να μια αύξηση στην τιμή της μετοχής.**

Ο επενδυτής μπορεί να επιλέξει να αγοράσει το δικαίωμα αγοράς με τιμή εξάσκησης $X = 18\text{€}$ ώστε να είναι καλυμμένος στην ενδεχόμενη άνοδο της τιμής της μετοχής μεταξύ 18€ και 20€ . Επιπρόσθετα, η τιμή του συγκεκριμένου δικαιώματος αγοράς είναι η πιο φθηνή $C = 0,02\text{€}$.

Ωστόσο, ο επενδυτής κάνοντας τη φθηνότερη επιλογή αψηφά το γεγονός ότι η τιμή της μετοχής μπορεί να κινηθεί μεταξύ 15€ που είναι σήμερα και 18€ πέφτοντας έξω στις προβλέψεις του και μένοντας έτσι ακάλυπτος από το ενδεχόμενο η τιμή της μετοχής να κινηθεί στο διάστημα $(15, 18)$.

Τελικά θα επιλέξει:

Επειδή σύμφωνα με την εκφώνηση Ο επενδυτής θέλει να αντισταθμίσει τη θέση πώλησης που έχει στην αγορά μετρητοίς (δηλαδή εξολοκλήρου) θα επιλέξει να αγοράσει το δικαίωμα αγοράς με τιμή εξάσκησης $X = 15\text{€}$ (όσο είναι η τρέχουσα τιμή της μετοχής) και τιμή $C = 0,62\text{€}$. Έτσι θα είναι καλυμμένος από την παραμικρή αύξηση της τιμής της μετοχής συγκριτικά με την τρέχουσα $S = 15\text{€}$.

Αν είχε επιλέξει το δικαίωμα με υψηλότερη τιμή εξάσκησης $X = 18$, μπορεί να είναι φθηνότερο αλλά ταυτόχρονα θα επέτρεπε μια μικρή άνοδο στην τιμή της μετοχής.

Κόστος στρατηγικής:

Κόστος στρατηγικής= Αριθμός δικαιωμάτων *τιμή δικαιώματος αγοράς ανά μετοχή*πολλαπλασιαστή (ή αριθμός μετοχών)

Αριθμός δικαιωμάτων M= ?

Τιμή δικαιώματος αγοράς= 0,62€ ανά μετοχή

Πολλαπλασιαστής= 100 μετοχές αντιστοιχούν σε ένα δικαίωμα

Υπολογισμός Αριθμού δικαιωμάτων M:

$$M = \frac{\text{αξία προς αντιστάθμιση}}{\delta_{\alpha} * \text{πολλαπλασιαστής} * X} \quad (1)$$

Η αξία που θα αντισταθμίσει ο επενδυτής είναι ίση με την συνολική αξία των μετοχών:

Αξία προς αντιστάθμιση= 1.000*15= 15.000€

Πολλαπλασιαστής= 100

X= 15€

Το δέλτα του δικαιώματος αγοράς δ_α είναι:

Δέλτα δικαιώματος αγοράς $\delta_\alpha = N(d_1)$

Όμως:

$$d_1 = \frac{\ln\left(\frac{S}{X}\right) + (r_f + \sigma^2 * 0,5)\tau}{\sigma\sqrt{\tau}}$$

$$d_1 = \frac{\ln\left(\frac{15}{15}\right) + (0,01 + 0,20^2 * 0,5) * 0,25}{0,20\sqrt{0,25}}$$

$$d_1 = 0,075$$

Οπότε με χρήση της συνάρτησης NORMSDIST έχουμε:

$$\delta_\alpha = N(d_1) = N(0,075) = 0,529893$$

ή με χρήση του πίνακα σωρευτικής κανονικής κατανομής $N(d)$ έχουμε:

$$N(0,075) = N(0,07) + 0,50 * (N(0,08) - N(0,07)) = 0,5279 + 0,50 * (0,5319 - 0,5279) = 0,5299$$

Οπότε, η (1) γίνεται:

$$M = \frac{\text{αξια προς αντισταθμιση}}{\delta_{\alpha} * \text{πολλαπλασιαστης} * X}$$

$$M = \frac{15.000}{0,5299 * 100 * 15} = 18,87$$

δηλαδή θα χρειαστεί να αγοραστούν περίπου 19 (ο πιο κοντινός ακέραιος) δικαιώματα αγοράς

Κατά συνέπεια,

Κόστος στρατηγικής= Αριθμός δικαιωμάτων *τιμή δικαιώματος αγοράς ανά μετοχή*πολλαπλασιαστή (ή αριθμός μετοχών)

$$\text{Κόστος στρατηγικής} = 19 * 0,62 * 100 = 1.178\text{€}$$

ΔΕΟ 31: ΓΕ 3 2020-2021

Θέμα 4ii)



ii) Κατασκευάστε ένα διάγραμμα που θα αποτυπώνει τις δύο θέσεις ανά μονάδα υποκειμένου τίτλου (στην αγορά μετρητοίς και στην αγορά δικαιωμάτων) καθώς και τη συνδυασμένη θέση αντιστάθμισης την ημέρα λήξης των δικαιωμάτων, χωρίς να λαμβάνεται υπόψη ο αριθμός των δικαιωμάτων στα οποία έχετε πάρει θέση. Ερμηνεύστε το διάγραμμα (για την κατασκευή του διαγράμματος μπορείτε να υποθέσετε ένα εύρος τιμών από μια αρκετά μικρότερη σε μια αρκετά μεγαλύτερη τιμή της μετοχής σε σχέση με την τωρινή τιμή της).

			Τρέχουσα Τιμή S	15									
			Τιμή ΔΑ C	0,62									
			Τιμή εξάσκησης X	15									
Δυνητική μελλοντική τιμή μετοχής	0	5	12	15	16	17	18	20	25	28	30	32	34
Κέρδος από ανοιχτή πώληση μετοχής	15	10	3	0	-1	-2	-3	-5	-10	-13	-15	-17	-19
Κέρδος από Αγορά Δικαιώματος Αγοράς	-0,62	-0,62	-0,62	-0,62	0,38	1,38	2,38	4,38	9,38	12,38	14,38	16,38	18,38
Συνολικό Κέρδος/Ζημιά (Συνδυασμένη θέση αντιστάθμισης)	14,38	9,38	2,38	-0,62	-0,62	-0,62	-0,62	-0,62	-0,62	-0,62	-0,62	-0,62	-0,62

Κέρδος/ζημία από άμεση (μετρητοίς) αγορά

Ο επενδυτής από τη θέση ανοιχτής πώλησης σημειώνει κέρδος όταν η τιμή της μετοχής παίρνει τιμές μικρότερες από $S = 15\text{€}$ καθώς του δίνεται η ευκαιρία να επαναγοράσει τη μετοχή σε καλύτερη τιμή.

Κέρδος αν $S < 15\text{€}$

Ζημία αν $S > 15\text{€}$.

Κέρδος/ζημία από προθεσμιακή αγορά

Επίσης, από την αγορά δικαιώματος αγοράς ο επενδυτής έχει κέρδος όταν η τιμή της μετοχής γίνεται μεγαλύτερη από την τιμή εξάσκησης $X = 15\text{€}$ ίσο με

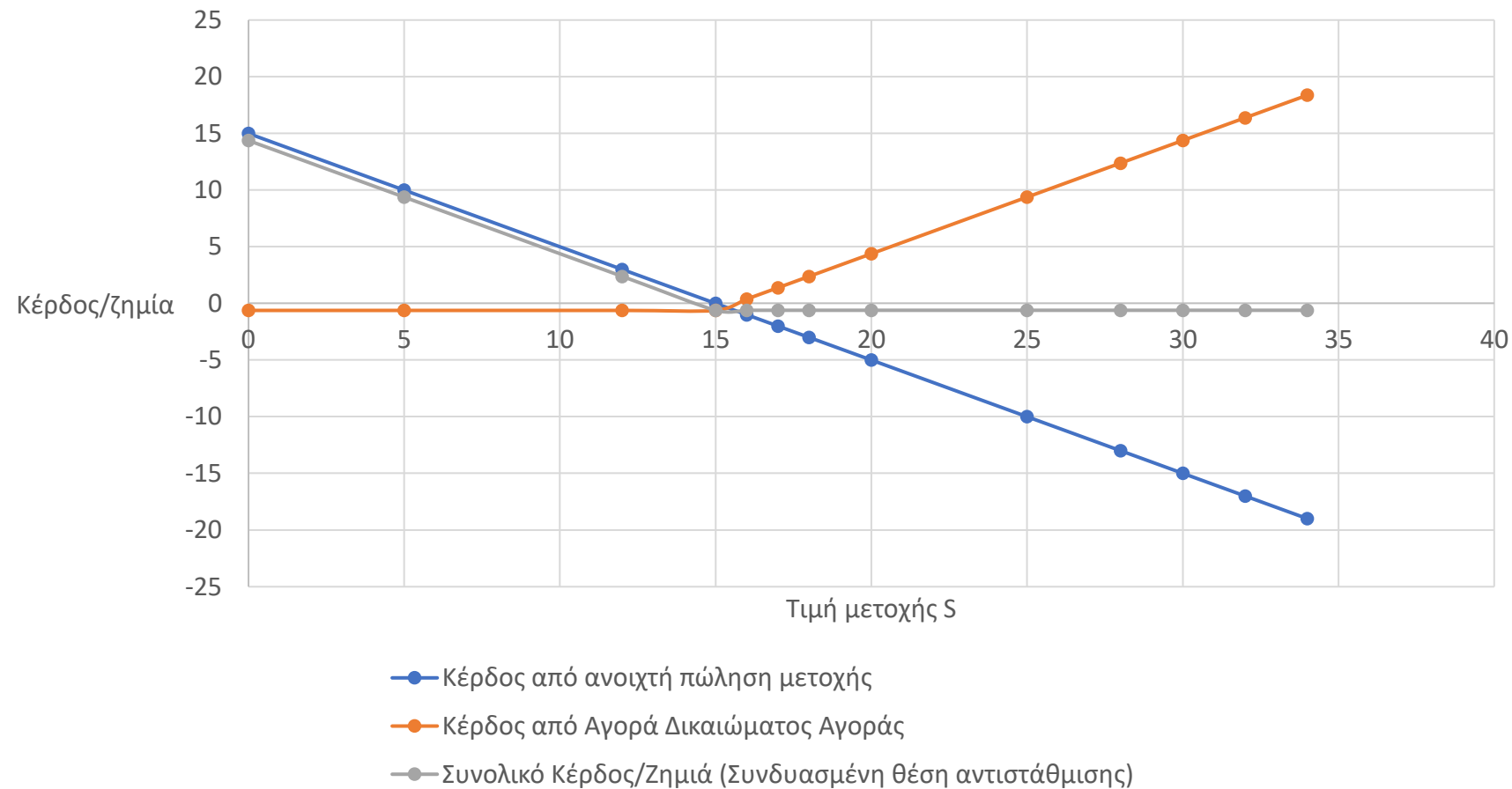
$$\text{Κέρδος} = S - X - C$$

Ενώ όταν η τιμή της μετοχής παίρνει τιμές μικρότερες ή ίσες της τιμής εξάσκησης $X = 15\text{€}$, ο επενδυτής σημειώνει ζημία ίση με το κόστος αγοράς του δικαιώματος αγοράς δηλαδή

$$\text{ζημία} = -C = -0,62\text{€}$$

Τα παραπάνω καθώς και το συνολικό αποτέλεσμα από τον συνδυασμό των παραπάνω, φαίνονται στον ακόλουθο πίνακα και σχήμα:

Ανοικτή πώληση μετοχής (Short Selling) και αγορά δικαιώματος αγοράς



Αν $S > X = 15$

Η απόδοση που επιτυγχάνεται με την συνδυασμένη αντιστάθμιση έχει ελάχιστη τιμή ίση με το κόστος απόκτησης του δικαιώματος αγοράς

Ελάχιστη ζημία $C = 0,62€$

σε όλα τα επίπεδα τιμών μεγαλύτερα της τιμής εκτέλεσης $X = 15€$.

Έτσι προστατεύεται πλήρως ο αντισταθμιστής από πιθανή άνοδο των τιμών.

Αν $S \leq X = 15$

ακολουθεί την απόδοση της θέσης πώλησης, υπολειπόμενη μόνο κατά το ποσό απόκτησης του δικαιώματος αγοράς $C = 0,62€$.

Η διαγραμματική απεικόνιση (γκρι γραμμή) της συνδυασμένης θέσης αντιστάθμισης «θυμίζει» τη διαγραμματική απεικόνιση της αγοράς ενός δικαιώματος πώλησης.

ΔΕΟ 31: ΓΕ 3 2020-2021

Θέμα 4iii)



iii) Μετά από ένα μήνα η τιμή της μετοχής έχει αυξηθεί κατά 20%. Υπολογίστε τη μεταβολή της συνολικής αξίας της αντισταθμισμένης θέσης που κατασκευάσατε στο 1ο ερώτημα.

Η συνολική αξία της αντιστάθμισης είναι:

Συνολική Αξία θέσης μετρητοίς + συνολική αξία δικαιώματος αγοράς
Αν έκλεινα τις θέσεις μου και στις δυο αγορές τι θα μου έμενε

Στόχος:

Θα προσπαθήσουμε να βρούμε τη συνολική αξία της αντιστάθμισης στις δυο αυτές χρονικές στιγμές και να τις συγκρίνουμε

Άμεση αγορά	Προθεσμιακή αγορά
Π	Α
Α δίνει πχ -15.000€ (κλείσιμο θέσης μετρητοίς)	Π εισπράττει $F = 19 * 0,62 * 100 = +1.178€$ (κλείσιμο προθεσμιακής θέσης)
Η συνολικά αντισταθμισμένη θέση ένα μήνα πριν είναι:	
$S + F = -15.000 + 1.178 = -13.822€$	

Αξία θέσης μετρητοίς

Η συνολική αξία θέσης μετρητοίς πριν από ένα μήνα ήταν:

$$S = 15 * (-1.000) = -15.000$$

Μετά από ένα μήνα η συνολική αξία θέσης μετρητοίς γίνεται:

$$S_1 = 15 * 1,20 * (-1.000) = -18.000\text{€}$$

Αξία δικαιώματος αγοράς

Η συνολική αξία (κόστος) των δικαιωμάτων αγοράς είναι:

Αριθμός δικαιωμάτων * τιμή δικαιώματος αγοράς ανά μετοχή * πολλαπλασιαστή

Όπως είδαμε και προηγουμένως,

Η συνολική αξία των δικαιωμάτων αγοράς F πριν από ένα μήνα :

$$F = 19 * 0,62 * 100 = 1.178\text{€}$$

Η συνολική αξία των δικαιωμάτων αγοράς F_1 μετά από ένα μήνα :

Η αύξηση της τρέχουσας τιμής S της μετοχής θα οδηγήσει σε αύξηση της τιμής του δικαιώματος όπως φαίνεται από τον παρακάτω τύπο των Black & Scholes:

$$C = S * N(d_1) - X * e^{-r_f * \tau} * N(d_2)$$

Έχοντας υπόλοιπο διάρκειας μέχρι τη λήξη $\tau = 2$ μήνες ή $2/12 = 1/6 = 0,17$ έτη, έχουμε:

$$C = 18 * N(d_1) - 15 * e^{-0,01 * 0,17} * N(d_2)$$

$$d_1 = \frac{\ln\left(\frac{S}{X}\right) + (r_f + \sigma^2 * 0,5)\tau}{\sigma\sqrt{\tau}}$$

$$d_1 = \frac{\ln\left(\frac{18}{15}\right) + (0,01 + 0,20^2 * 0,5)0,17}{0,20\sqrt{0,17}}$$

$$d_1 = 2,2942$$

Και:

$$d_2 = d_1 - \sigma\sqrt{\tau} = 2,2942 - 0,20\sqrt{0,17} = 2,2126$$

Κάνοντας χρήση της συνάρτησης NORMSDIST του excel έχουμε:

$$N(d_1) = 0,9891$$

$$N(d_2) = 0,9865$$

Οπότε,

$$C = 18 * N(d_1) - 15 * e^{-0,01*0,17} * N(d_2)$$

$$C = 18 * 0,9891 - 15 * e^{-0,01*0,17} * 0,9565$$

$$C_{1 \text{ μηνας}} = 3,031\text{€ ανά μετοχή}$$

Η συνολική αξία (κόστος) των δικαιωμάτων αγοράς F_1 μετά ένα μήνα είναι:

$$F_1 = \text{Αριθμός δικαιωμάτων} * \text{τιμή δικαιώματος αγοράς ανά μετοχή} * \text{πολλαπλασιαστή} = \\ = 19 * 3,031 * 100 = 5.758,9\text{€}$$

Κατά συνέπεια,

Η συνολικά αντισταθμισμένη θέση ένα μήνα πριν είναι:

$$S + F = -15.000 + 1.178 = -13.822\text{€}$$

Η συνολικά αντισταθμισμένη θέση ένα μήνα μετά είναι:

$$S_1 + F_1 = -18.000 + 5.758,9\text{€} = -12.241,1\text{€}$$

Οπότε έχει επέλθει μια μεταβολή:

$$-12.241,1 - (-13.822) = 1.580,9$$

ΔΕΟ 31: ΓΕ 3 2020-2021

Θέμα 4iv)



iv) Την ίδια περίοδο (δηλαδή μετά από ένα μήνα), ο επενδυτής σκέφτεται να αναπροσαρμόσει τη θέση του στα δικαιώματα στα οποία έχει ήδη επενδύσει. **Υπολογίστε τον αριθμό των δικαιωμάτων** στα οποία θα πρέπει να λάβει θέση. Υπολογίστε **το κόστος ή όφελος** που απορρέει από την αναπροσαρμογή της θέσης του στα δικαιώματα.

Επειδή η τιμή του υποκείμενου τίτλου έχει αυξηθεί και έχει γίνει μετά από ένα μήνα:

$S_1 = 18\text{€}$, ο επενδυτής μπορεί να αναπροσαρμόσει τον αριθμό των δικαιωμάτων που θα αγοράσει:

$$M_1 = \frac{\text{αξία προς αντιστάθμιση}}{\delta_\alpha * \text{πολλαπλασιαστής} * X}$$

Λόγω της νέας τιμής της μετοχής, η αξία προς αντιστάθμιση γίνεται:

$$\text{αξία προς αντιστάθμιση} = 18 * 1.000 = 18.000\text{€}$$

Το δέλτα του δικαιώματος αγοράς δ_α είναι:

$$\text{Δέλτα δικαιώματος αγοράς } \delta_\alpha = N(d_1) = 0,9891$$

Άρα:

$$M_1 = \frac{18.000}{0,9891 * 100 * 15} = 12,1321, \text{ ή σε ακέραιο, θα αγοράσει 12 δικαιώματα αγοράς}$$

Όφελος:

Με άλλα λόγια, χρειάζεται $19 - 12 = 7$ δικαιώματα αγοράς λιγότερα που σημαίνει ότι θα τα πουλήσει στην τρέχουσα τιμή των δικαιωμάτων $C = 3,031\text{€}$ ανά μετοχή και **θα εισπράξει συνολικά:**

$$3,031 * 7 * 100 = 2.121,7\text{€}$$