

Δικτυωτό Γράφημα (Δίκτυο)

- Είναι η **σηματική απεικόνιση** της αλληλουχίας των δραστηριοτήτων που απαιτούνται για την υλοποίηση ενός έργου.
- Αποτελείται από **κόμβους** και **βέλη** που τους συνδέουν, τα οποία αναπαριστώνται με κλειστά σχήματα (κύκλους, ελλείψεις ή παραλληλόγραμμα) και ευθύγραμμα προσανατολισμένα τμήματα, αντίστοιχα
- Οι **σχέσεις αλληλουχίας** των δραστηριοτήτων χαρακτηρίζονται ως αμετάβλητες (μη αιρούμενες) ή μεταβλητές (αιρούμενες), ανάλογα με τη φύση τους
- Η δικτυωτή ανάλυση είναι **μέθοδος προγραμματισμού και ελέγχου έργων** που περιλαμβάνει το σχεδιασμό του δικτύου και μια αλγεβρική διαδικασία υπολογισμού χρονικών παραμέτρων του έργου και των επιμέρους δραστηριοτήτων που το συνθέτουν

Μέθοδοι Δικτυωτής Ανάλυσης

- Μέθοδος των κατά βέλος προσανατολισμένων δικτυωτών γραφημάτων (CPM, Critical Path Method)
- Μέθοδος δικτυωτών γραφημάτων με πιθανοτική θεώρηση των χρόνων (PERT, Programme Evaluation and Review Technique)
[Παράρτημα: Προχωρημένα Θέματα Διοίκησης Έργων]
- Μέθοδος των κατά κόμβο προσανατολισμένων δικτυωτών γραφημάτων (MPM, Metra Potential Method ή PDM, Precedence Diagram Method) *[Παράρτημα: Προχωρημένα Θέματα Διοίκησης Έργων]*

Στάδια Εφαρμογής Δικτυωτής Ανάλυσης

- Ανάλυση έργου σε δραστηριότητες
- Καθορισμός σχέσεων αλληλουχίας μεταξύ δραστηριοτήτων
- Προσδιορισμός μεθόδου εκτέλεσης δραστηριότητας
- Εκτίμηση χρονικής διάρκειας-κόστους δραστηριότητας
- Σχεδίαση δικτύου ανάλογα με τη μέθοδο δικτυωτής ανάλυσης που έχει επιλεγεί
- Επίλυση του δικτύου
- Κατάρτιση διαγράμματος Gantt
- Εκτίμηση κόστους έργου και κατασκευή της καμπύλης προόδου

Έτσι κατασκευάζεται το **εκτιμώμενο πρόγραμμα υλοποίησης του έργου (baseline plan)**

Χρονικός προγραμματισμός έργων

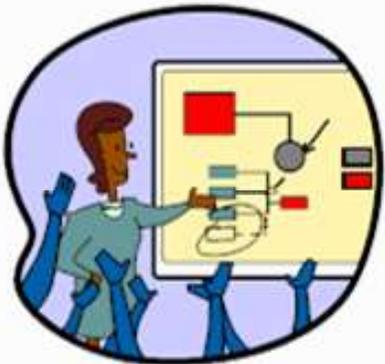
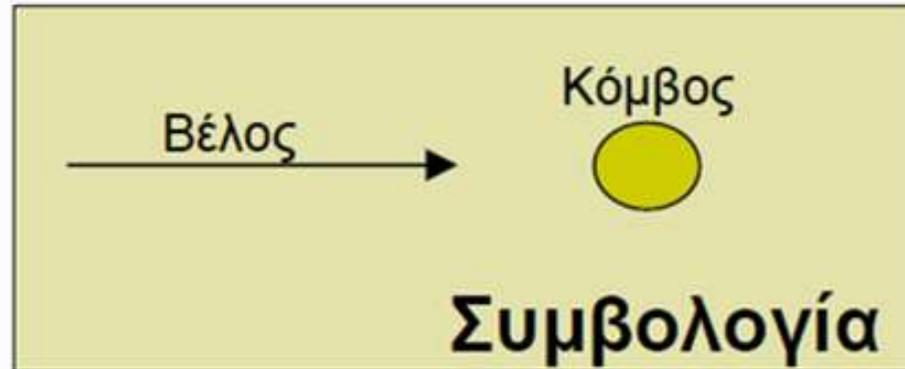
ΑΠΕΙΚΟΝΙΣΗ ΔΟΜΗΣ ΕΡΓΟΥ ΜΕ ΔΙΚΤΥΩΤΑ ΓΡΑΦΗΜΑΤΑ

- Γεγονότα και δραστηριότητες που συνδέονται σε σχέσεις αλληλουχίας
 - Κόμβοι και βέλη
 - Η έμφαση στην διαγραμματική απεικόνιση των σχέσεων αλληλουχίας
- Προσανατολισμένα κατά βέλη (CPM): **κόμβοι = γεγονότα**
Βέλη = δραστηριότητες
- Προσανατολισμένα κατά κόμβους (MPM):

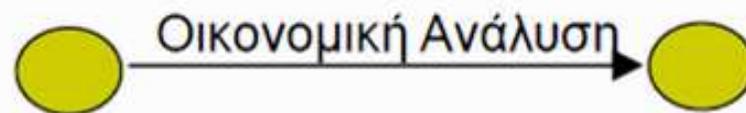
κόμβοι = δραστηριότητες
Βέλη: σχέσεις αλληλουχίας
- Δικτυωτή ανάλυση: «επίλυση» χρονικών παραμέτρων - εύρεση συνολικού χρόνου / χρονικών περιθωρίων / κρίσιμης διαδρομής

Δίκτυα Δραστηριοτήτων

Τύποι δικτύων:



Δραστηριότητα στο βέλος

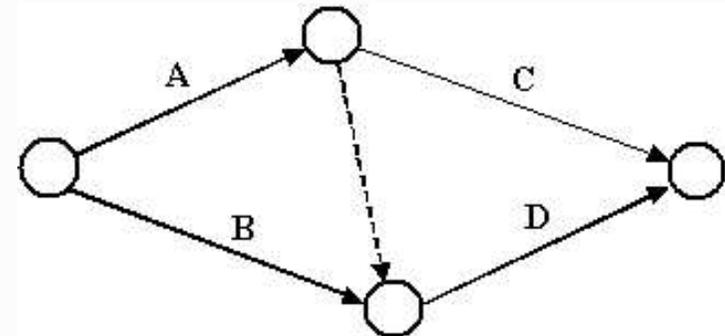


Δραστηριότητα στον κόμβο

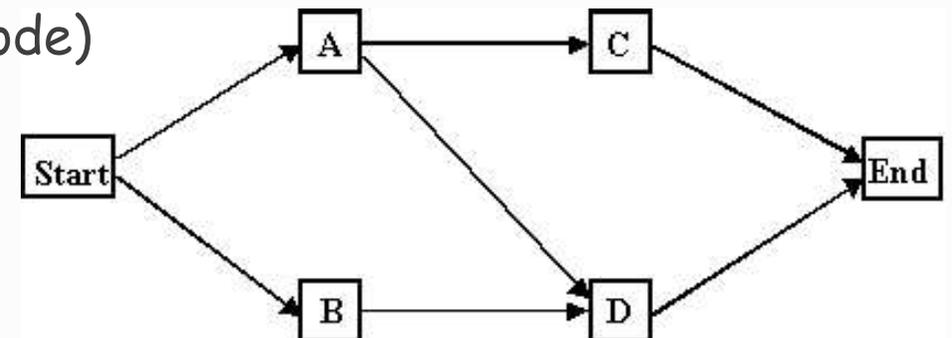
Χρονικός προγραμματισμός έργων

ΑΠΕΙΚΟΝΙΣΗ ΔΟΜΗΣ ΕΡΓΟΥ ΜΕ ΔΙΚΤΥΩΤΑ ΓΡΑΦΗΜΑΤΑ

- Η C έπεται της A και η D έπεται των A και B
- Τοξωτό δίκτυο (activity-on-arrow)



- Κομβικό δίκτυο (activity-on-node)



Μέθοδος CPM

Η μέθοδος CPM

- Αναπτύχθηκε το 1957 από τους Kelly και Walker, των εταιρειών Remington Rand και DuPont αντίστοιχα, για τον προγραμματισμό της συντήρησης σε εγκαταστάσεις χημικών βιομηχανιών

• Εποπτεία των αλληλουχιών των δραστηριοτήτων

• Απλή επίλυση

• Ανάλογα με τις σχέσεις αλληλουχίας μπορούν να προκύψουν εναλλακτικά σχέδια του δικτύου

• Εκφράζονται μόνο απλές σχέσεις αλληλουχίας (προηγείται – έπεται)

• Ο σχεδιασμός του δικτύου είναι χρονοβόρος

• Κάθε δραστηριότητα θεωρείται πως έχει σταθερή διάρκεια

Χρονικός προγραμματισμός έργων

Τοξωτό δίκτυο (activity-on-arrow)

Γεγονός

- Εκφράζει αρχή ή τέλος μίας δραστηριότητας ή ομάδας δραστηριοτήτων
- Δεν καταναλώνει πόρους ή χρόνο
- Συμβολίζεται με ένα κόμβο στο δίκτυο
- Οι κόμβοι αριθμούνται συνήθως με διαδοχικούς φυσικούς αριθμούς για τον προσδιορισμό των γεγονότων κατά σειρά διαδοχής τους



α) Γεγονός αρχής

β) Γεγονός πέρατος



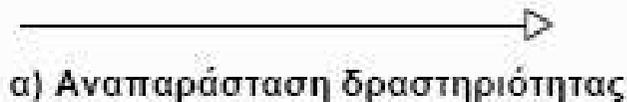
γ) Γεγονός διπλού ρόλου

Χρονικός προγραμματισμός έργων

Τοξωτό δίκτυο (activity-on-arrow)

Δραστηριότητα

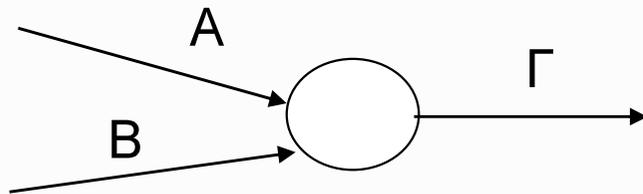
- Κάθε εργασία ενός έργου που απαιτεί χρόνο και πόρους και συνεπάγεται κόστος
- Έχει μία αρχή και ένα πέρας
- Έχει πεπερασμένη χρονική διάρκεια
- Συμβολίζεται στο δίκτυο με ένα τόξο
 - ✓ Το μήκος του τόξου δεν έχει καμία φυσική σημασία
- Αναγνωρίζονται συνήθως από τα γεγονότα αρχής και πέρατος



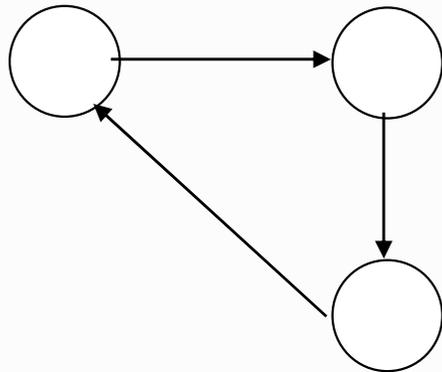
Χρονικός προγραμματισμός έργων

Κανόνες Σχεδιασμού Τοξωτού Δικτύου

Μια δραστηριότητα ξεκινά μόνο όταν τελειώσουν όλες οι δραστηριότητες που προηγούνται



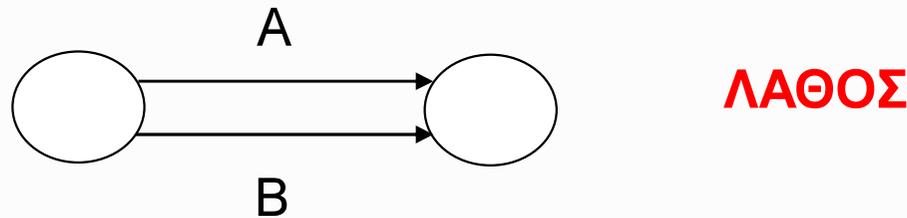
- Το μήκος του βέλους δεν αντιστοιχεί σε κανένα φυσικό μέγεθος
- Δεν επιτρέπονται **κλειστοί βρόχοι**



Χρονικός προγραμματισμός έργων

Κανόνες Σχεδιασμού Τοξωτού Δικτύου

Μεταξύ δυο γεγονότων υπάρχει μόνο μια δραστηριότητα

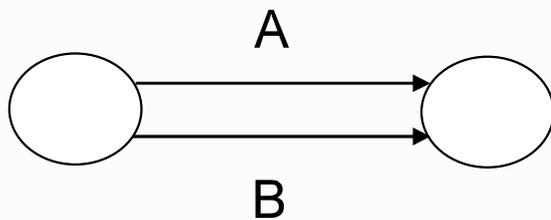


- Σε κάθε δίκτυο υπάρχει μόνο ένα γεγονός αρχής (χωρίς προηγούμενο) και ένα γεγονός τέλους (χωρίς επόμενο)
- Οι συμβολισμοί των γεγονότων και των δραστηριοτήτων πρέπει να είναι μοναδικοί
- Δεν επιτρέπονται ανεξάρτητα γεγονότα ή δραστηριότητες (εκτός αυτών της αρχής και του τέλους)
- Επιτρέπεται η χρήση **πλασματικών** δραστηριοτήτων

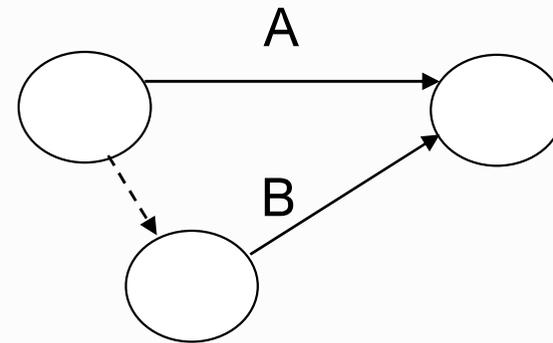
Χρονικός προγραμματισμός έργων

Κανόνες Σχεδιασμού Τοξωτού Δικτύου

Πλασματικές Δραστηριότητες \rightarrow Μηδενική Διάρκεια

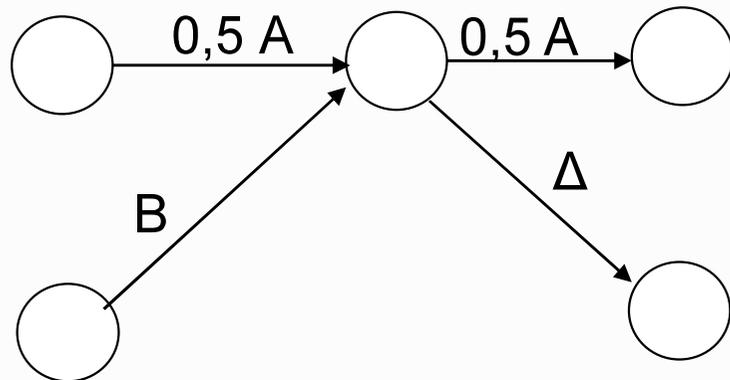


ΛΑΘΟΣ



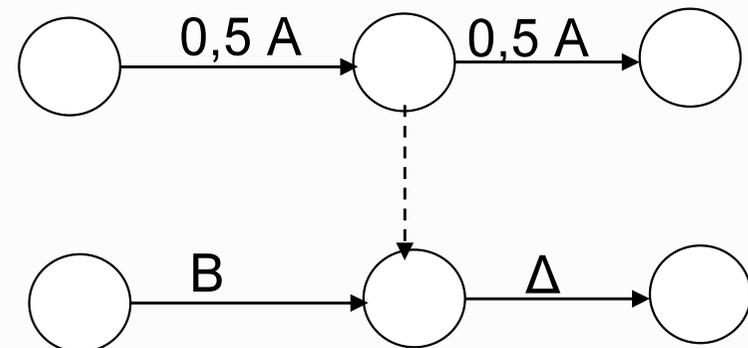
ΣΩΣΤΟ

- Έστω Δ έπεται των $0,5A, B$



ΛΑΘΟΣ

Γιατί η $0,5A$ να περιμένει τη B ?



Κανόνες Σχεδίασης Δικτύου CPM (1/2)

- Οι κόμβοι αναπαριστούν γεγονότα και τα βέλη δραστηριότητες
- Το μήκος ενός βέλους και το σχήμα ενός κόμβου δεν αντιστοιχούν σε κάποιο φυσικό μέγεθος
- Το δίκτυο έχει «ροή» από αριστερά (αρχικός κόμβος) προς τα δεξιά (τερματικός κόμβος) αλλά μπορεί να σχεδιαστεί και από τις δύο κατευθύνσεις
- Κάθε δραστηριότητα έχει αρχή και τέλος.
- Μεταξύ δύο γεγονότων μπορεί να υπάρχει μόνο μία δραστηριότητα
- Μια δραστηριότητα A προηγείται μίας δραστηριότητας B όταν ο κόμβος τέλους της A αποτελεί κόμβο αρχής της B.
- Μια δραστηριότητα ξεκινά μόνο όταν τελειώσουν οι δραστηριότητες που προηγούνται
- Δεν επιτρέπονται κλειστοί βρόχοι

Κανόνες Σχεδίασης Δικτύου CPM (2/2)

- Δεν επιτρέπονται δραστηριότητες χωρίς επόμενη (εκτός από την τελευταία δραστηριότητα)
- Δεν επιτρέπονται ανεξάρτητα γεγονότα (που δεν συνδέονται με κάποια δραστηριότητα)
- Σε κάθε δίκτυο υπάρχει μόνο ένα γεγονός αρχής και μόνο ένα τέλος
- Οι συμβολισμοί γεγονότων και δραστηριοτήτων είναι μοναδικοί σε κάθε γράφημα
- Επιτρέπεται η χρήση τεχνητών δραστηριοτήτων (δραστηριοτήτων αναμονής με διάρκεια αλλά χωρίς κόστος), οροσών και πλασματικών δραστηριοτήτων (χωρίς διάρκεια και κόστος)
- Οι πλασματικές δραστηριότητες απεικονίζονται με διακεκομμένα βέλη, έχουν μηδενική διάρκεια και δεν απαιτούν πόρους

Χρήση Πλασματικών Δραστηριοτήτων

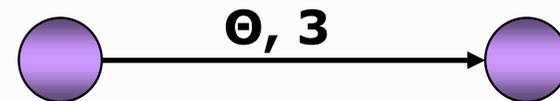
- Για την απεικόνιση δραστηριοτήτων με κοινούς κόμβους αρχής και τέλους
- Για την απεικόνιση σύνθετων σχέσεων αλληλουχίας (π.χ. όταν η A έπεται μόνο ενός μέρους της B)
- Για την αποφυγή πολλών γεγονότων αρχής και τέλους.
- Στην περίπτωση που σε έναν κόμβο εισέρχεται μια δραστηριότητα που δεν προηγείται όλων των δραστηριοτήτων που εξέρχονται από αυτόν
- Στην περίπτωση ύπαρξης οροσήμου για την ολοκλήρωση μιας δραστηριότητας με κοινό κόμβο τέλους με άλλες δραστηριότητες
- Για την αποφυγή απεικόνισης περισσότερων σχέσεων αλληλουχίας από αυτές που υπάρχουν στην πραγματικότητα
- Για την απεικόνιση επαναληπτικών έργων που αποτελούνται από την ίδια αλληλουχία δραστηριοτήτων

Παράδειγμα Μεθόδου CPM (1/8)

Δραστηριότητα	Προηγούμενες	Διάρκεια
A	-	6
B	-	3
Γ	-	4
Δ	A,B	6
E	B,Γ	8
Z	Γ	7
H	Δ,E,Z	5
Θ	H	3

Παράδειγμα Μεθόδου CPM (2/8)

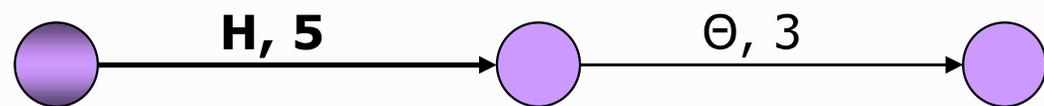
Σχεδιασμός δικτύου



Εντοπίζουμε την (ή τις) τελευταία (ή τελευταίες) δραστηριότητα (πράγματι, δεν υπάρχει δραστηριότητα που να έχει ως προηγούμενη τη θ).

Παράδειγμα Μεθόδου CPM (3/8)

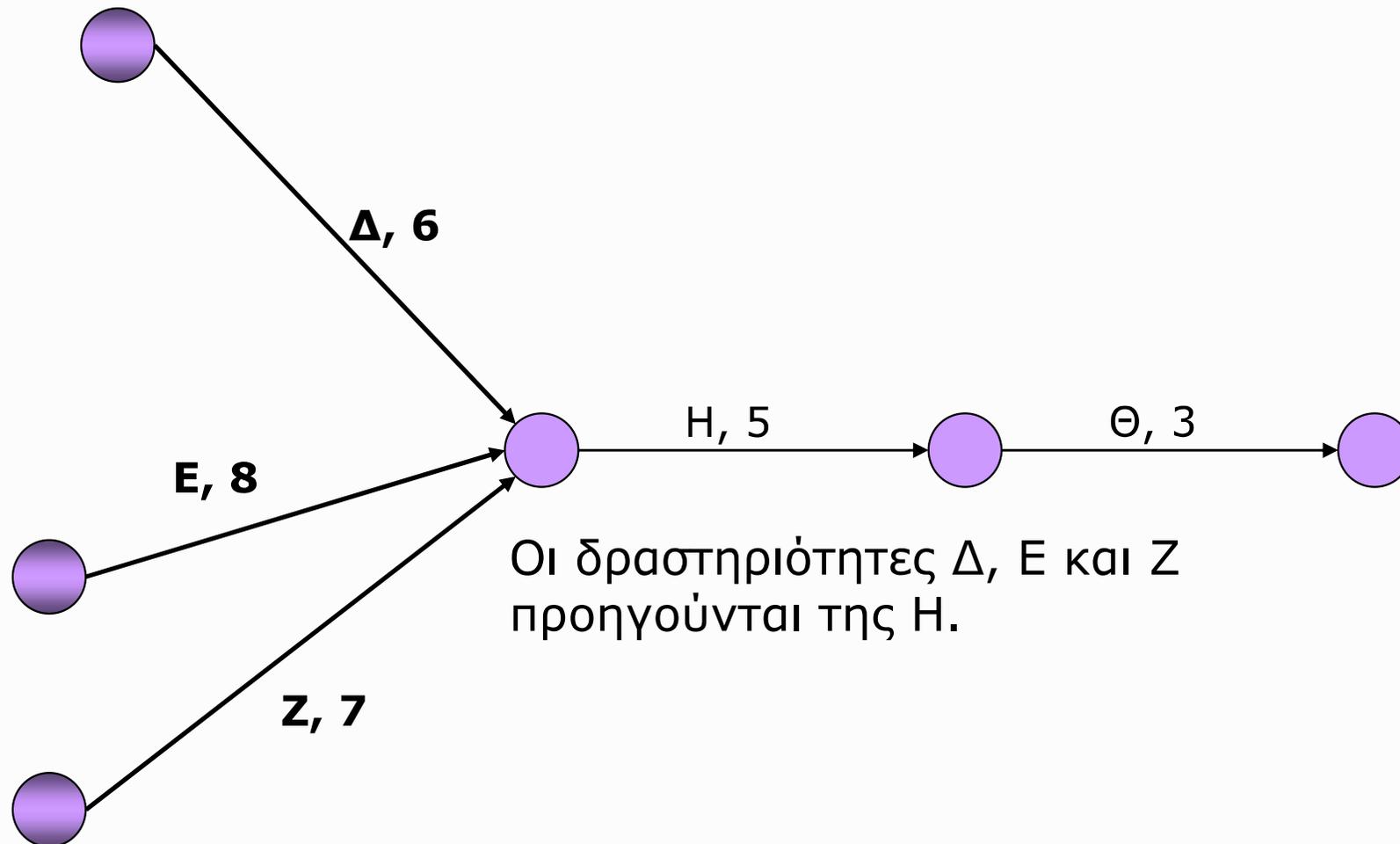
Σχεδιασμός δικτύου



Η δραστηριότητα Η προηγείται της Θ.

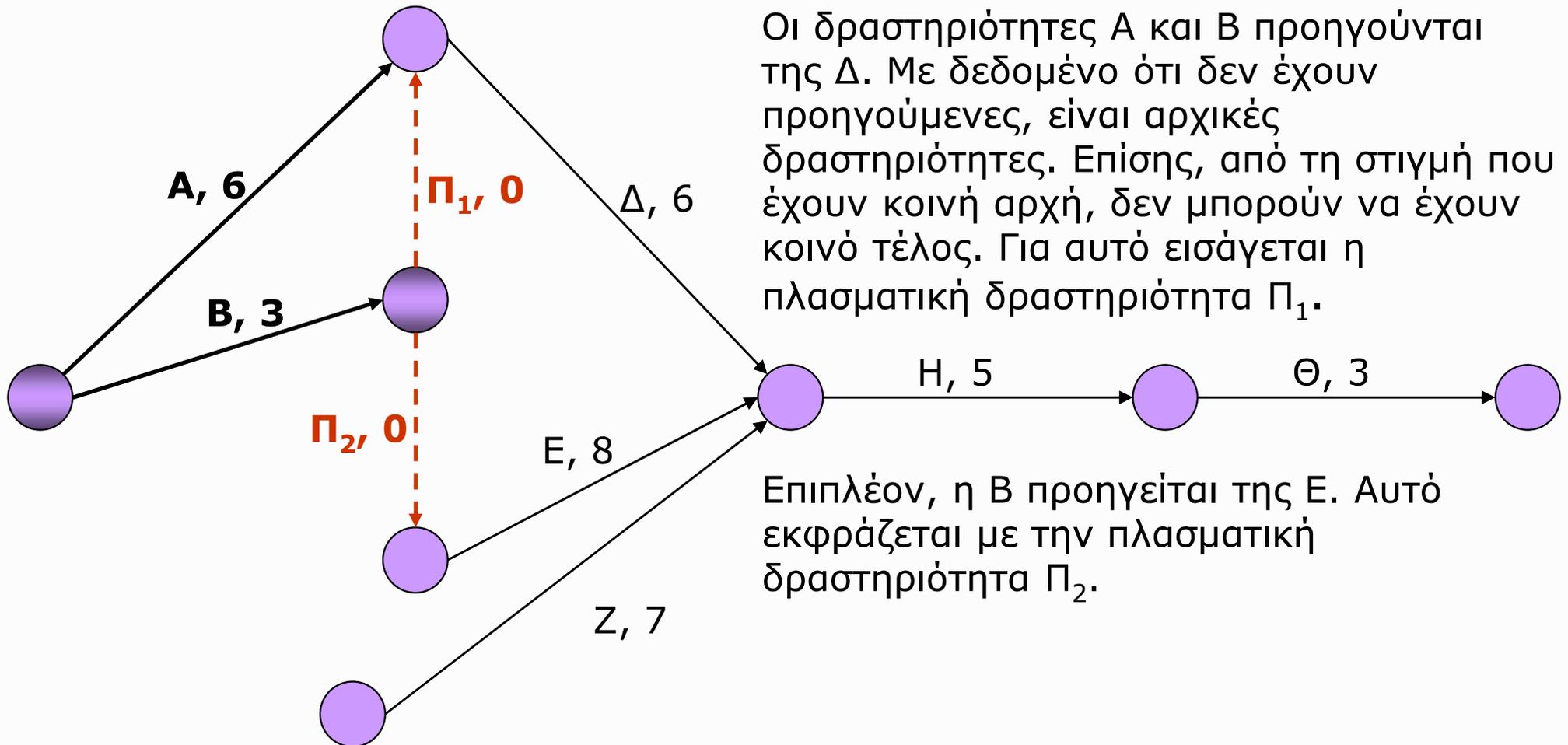
Παράδειγμα Μεθόδου CPM (4/8)

Σχεδιασμός δικτύου



Παράδειγμα Μεθόδου CPM (5/8)

Σχεδιασμός δικτύου

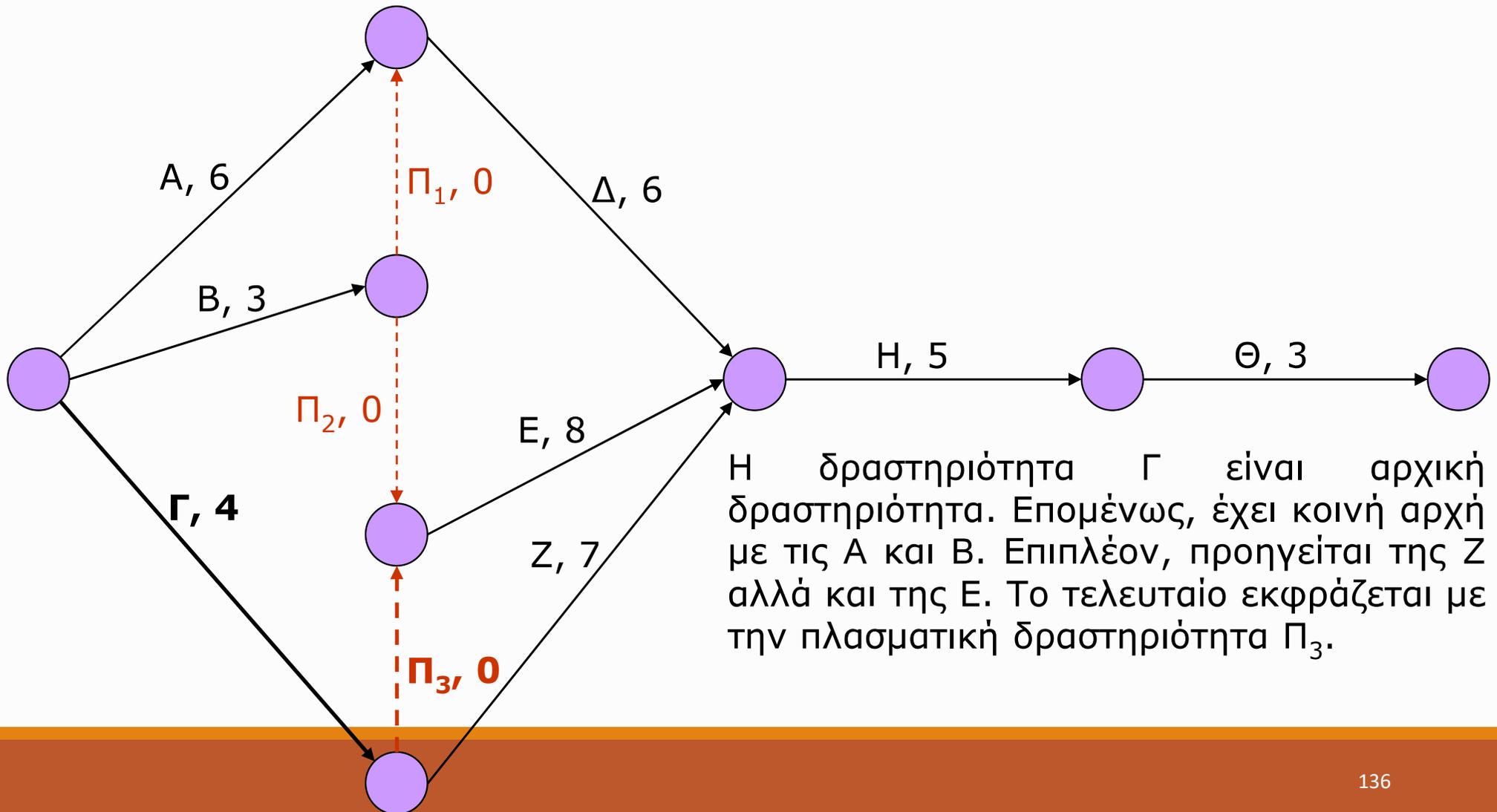


Οι δραστηριότητες A και B προηγούνται της Δ. Με δεδομένο ότι δεν έχουν προηγούμενες, είναι αρχικές δραστηριότητες. Επίσης, από τη στιγμή που έχουν κοινή αρχή, δεν μπορούν να έχουν κοινό τέλος. Για αυτό εισάγεται η πλασματική δραστηριότητα Π_1 .

Επιπλέον, η B προηγείται της E. Αυτό εκφράζεται με την πλασματική δραστηριότητα Π_2 .

Παράδειγμα Μεθόδου CPM (6/8)

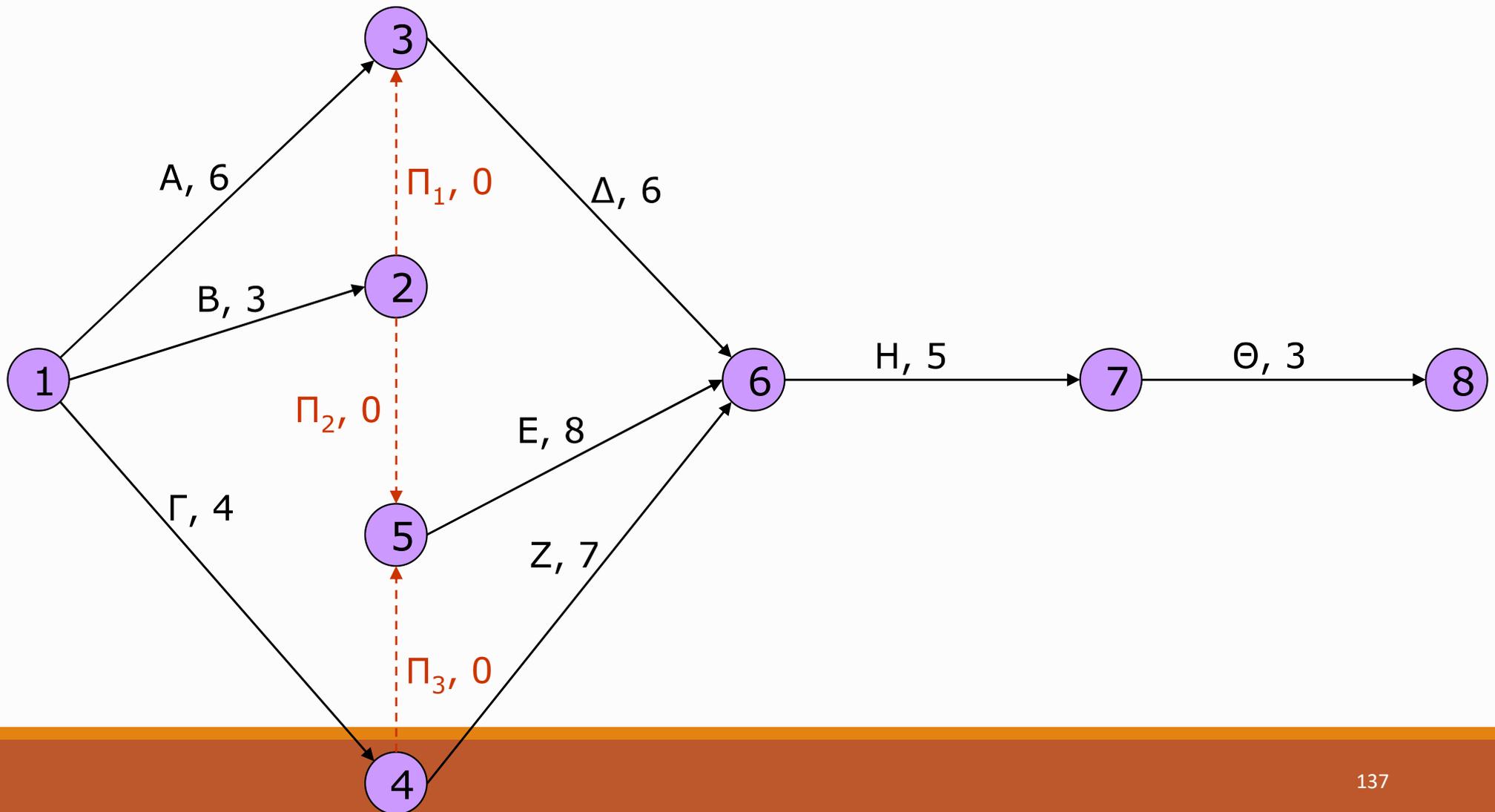
Σχεδιασμός δικτύου



Η δραστηριότητα Γ είναι αρχική δραστηριότητα. Επομένως, έχει κοινή αρχή με τις A και B . Επιπλέον, προηγείται της Z αλλά και της E . Το τελευταίο εκφράζεται με την πλασματική δραστηριότητα Π_3 .

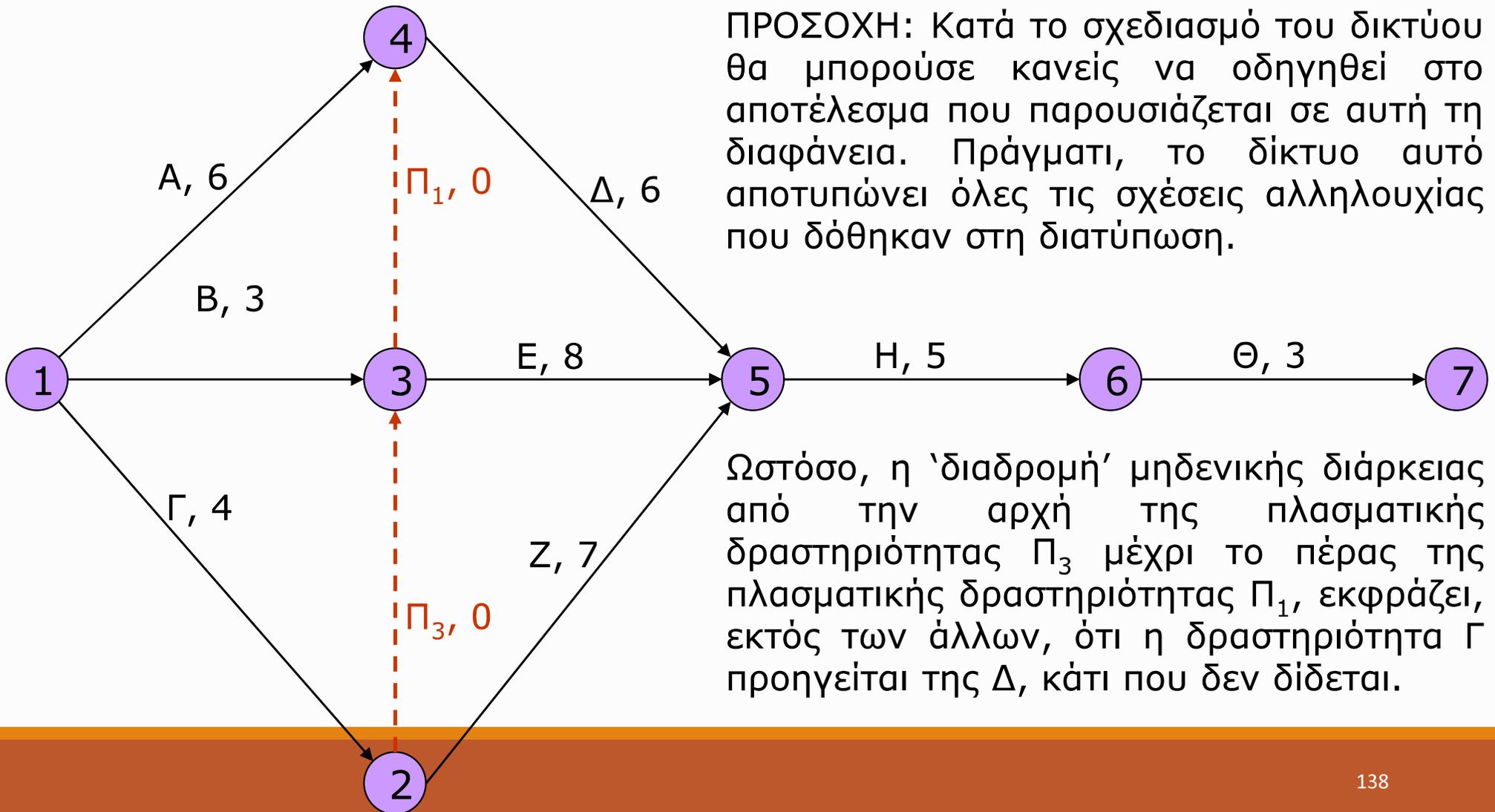
Παράδειγμα Μεθόδου CPM (7/8)

Σχεδιασμός δικτύου



Παράδειγμα Μεθόδου CPM (8/8)

Σχεδιασμός δικτύου



ΠΡΟΣΟΧΗ: Κατά το σχεδιασμό του δικτύου θα μπορούσε κανείς να οδηγηθεί στο αποτέλεσμα που παρουσιάζεται σε αυτή τη διαφάνεια. Πράγματι, το δίκτυο αυτό αποτυπώνει όλες τις σχέσεις αλληλουχίας που δόθηκαν στη διατύπωση.

Ωστόσο, η 'διαδρομή' μηδενικής διάρκειας από την αρχή της πλασματικής δραστηριότητας Π₃ μέχρι το πέρας της πλασματικής δραστηριότητας Π₁, εκφράζει, εκτός των άλλων, ότι η δραστηριότητα Γ προηγείται της Δ, κάτι που δεν δίδεται.

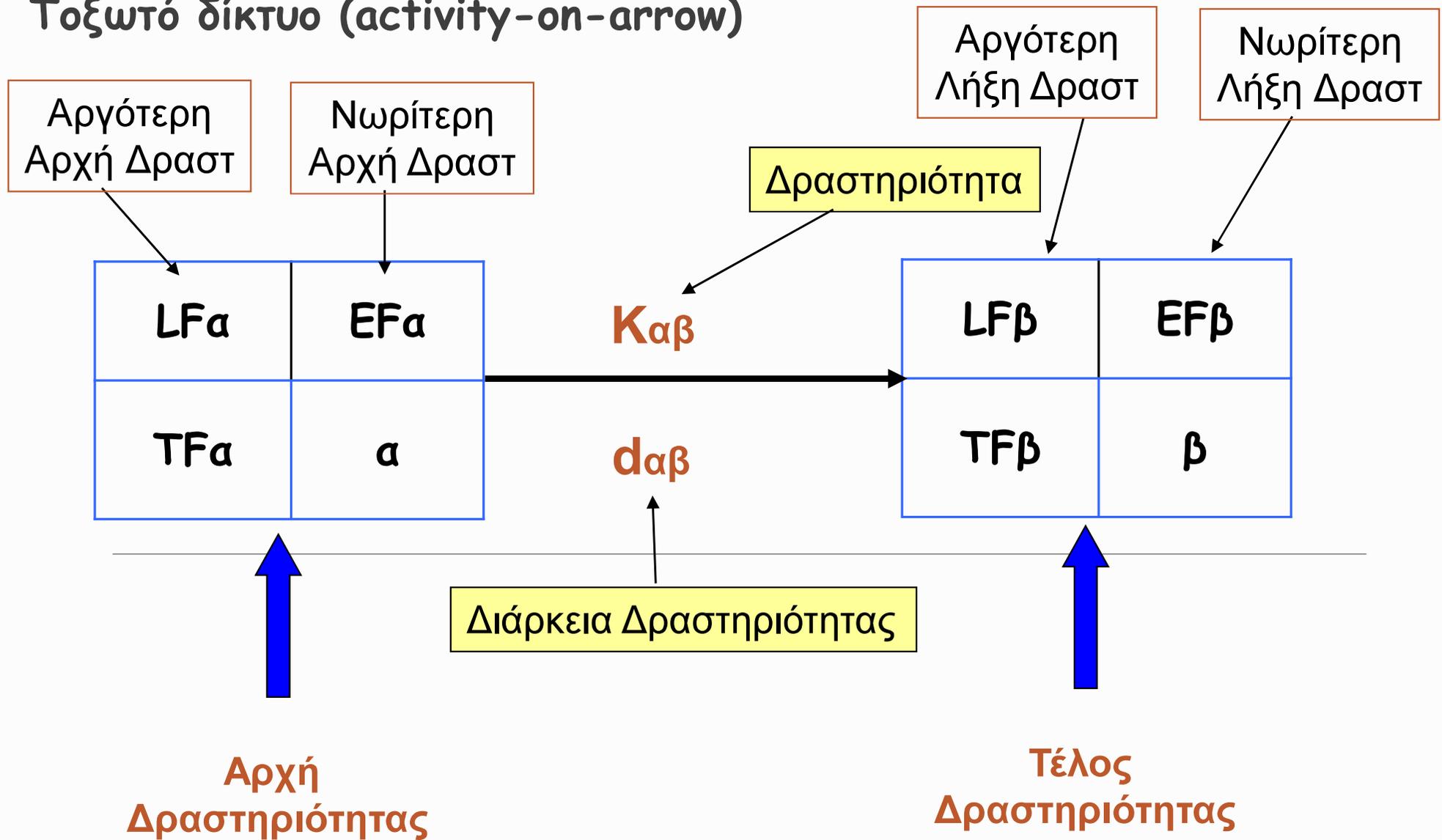
Χρονικός προγραμματισμός έργων

Τοξωτό δίκτυο (activity-on-arrow)

Αργότερη Λήξη Γεγονότος (LF)	Νωρίτερη Λήξη Γεγονότος (EF)
Ολικό Περιθώριο Γεγονότος (TF)	A/A Γεγονότος

Χρονικός προγραμματισμός έργων

Τοξωτό δίκτυο (activity-on-arrow)

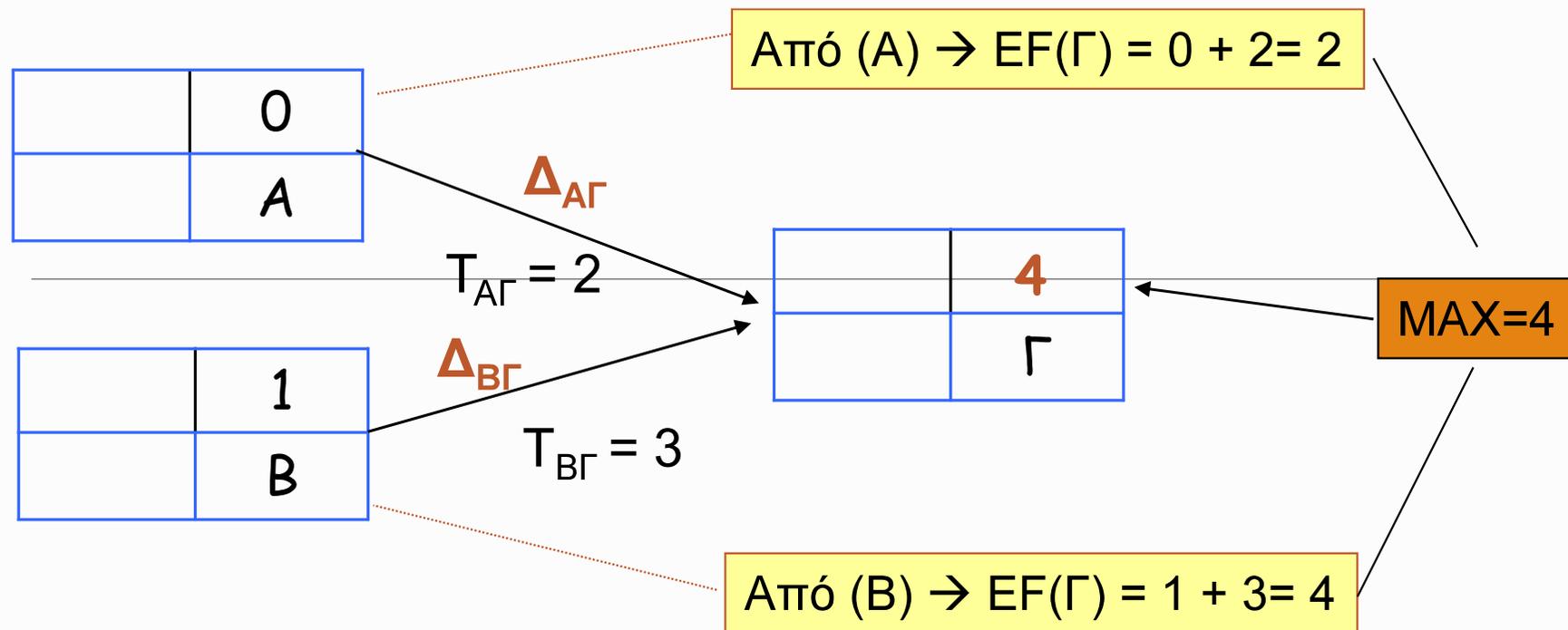


Χρονικός προγραμματισμός έργων

ΕΠΙΛΥΣΗ ΤΟΞΩΤΟΥ ΔΙΚΤΥΟΥ

1. ΟΜΟΡΡΟΠΟΣ ΥΠΟΛΟΓΙΣΜΟΣ: ΑΠΟ ΑΡΙΣΤΕΡΑ ΠΡΟΣ ΔΕΞΙΑ

- ΥΠΟΛΟΓΙΖΟΥΜΕ ΤΟΥΣ ΝΩΡΙΤΕΡΟΥΣ ΧΡΟΝΟΥΣ (ΕΦ) ΤΩΝ ΚΟΜΒΩΝ
- $EF(ΑΡΧ) = 0$
- $EF(K) = \text{MAX} (EF(J)+T_{JK})$ ΓΙΑ ΚΑΘΕ J-ΠΡΟΗΓΟΥΜΕΝΟ ΚΟΜΒΟ

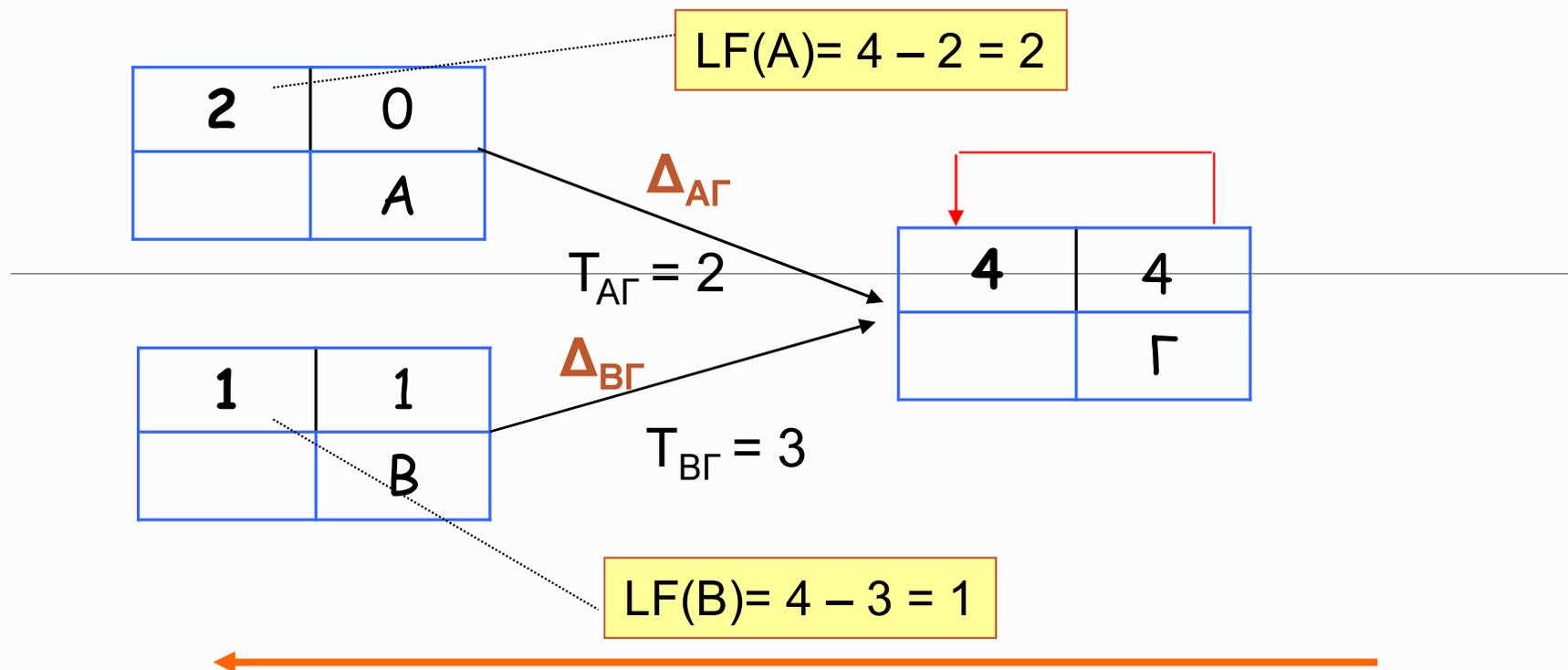


Χρονικός προγραμματισμός έργων

ΕΠΙΛΥΣΗ ΤΟΞΩΤΟΥ ΔΙΚΤΥΟΥ

2. ΑΝΤΙΡΡΟΠΟΣ ΥΠΟΛΟΓΙΣΜΟΣ: ΑΠΟ ΔΕΞΙΑ ΠΡΟΣ ΑΡΙΣΤΕΡΑ

- ΥΠΟΛΟΓΙΖΟΥΜΕ ΤΟΥΣ ΑΡΓΟΤΕΡΟΥΣ ΧΡΟΝΟΥΣ (LF) ΤΩΝ ΚΟΜΒΩΝ
- $LF(\text{ΤΕΛ}) = EF(\text{ΤΕΛ})$
- $LF(K) = \text{MIN} (LF(J) - T_{KJ})$ ΓΙΑ ΚΑΘΕ J-ΠΡΟΗΓΟΥΜΕΝΟ ΚΟΜΒΟ



Χρονικός προγραμματισμός έργων

ΕΠΙΛΥΣΗ ΤΟΞΩΤΟΥ ΔΙΚΤΥΟΥ

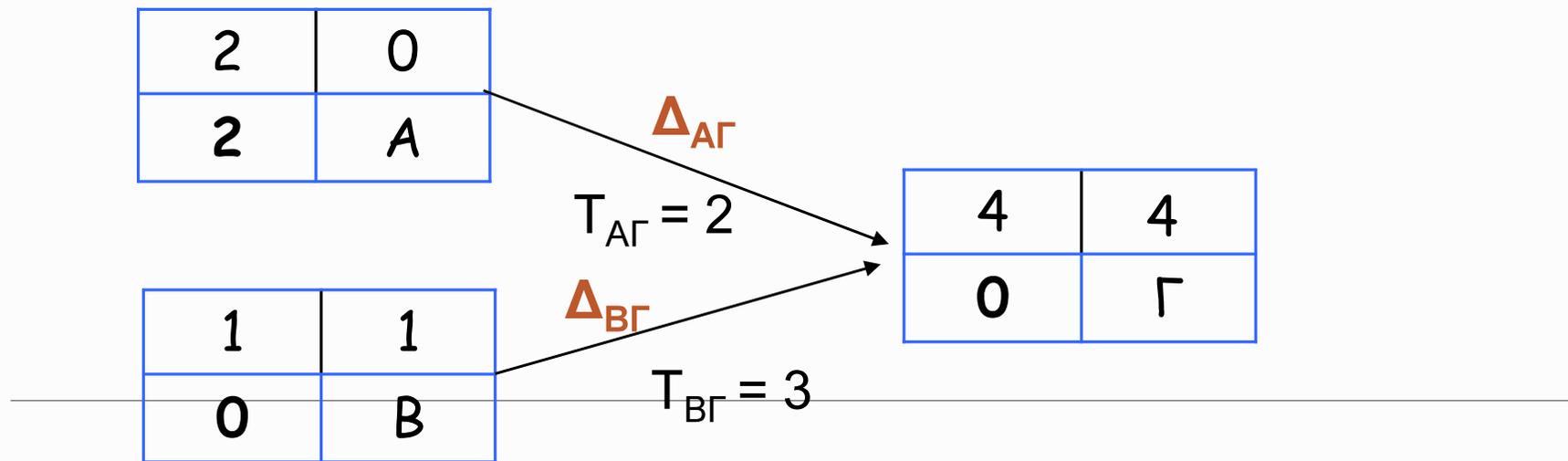
3. ΥΠΟΛΟΓΙΣΜΟΣ ΠΕΡΙΘΩΡΙΩΝ

- **Ολικό περιθώριο γεγονότος:** $LF_i - EF_i$
 - Μέγιστο καθυστέρησης γεγονότος χωρίς να καθυστερήσει το έργο
- **Ολικό περιθώριο δραστηριότητας** $K_{ij}: LF_j - (EF_i + T_{ij})$
 - Μέγιστο καθυστέρησης δραστηριότητας χωρίς να καθυστερήσει το έργο
- **Ελεύθερο περιθώριο δραστηριότητας** $K_{ij}: EF_j - (EF_i + T_{ij})$
 - Μέγιστο καθυστέρησης δραστηριότητας χωρίς να καθυστερήσει η έναρξη της επόμενης
- **Ανεξάρτητο περιθώριο δραστηριότητας** $K_{ij}: EF_j - (LF_i + T_{ij})$
 - Το περιθώριο που απομένει σε μια δραστηριότητα όταν όλες οι επόμενες ξεκινήσουν το νωρίτερο και όλες οι προηγούμενες τελειώσουν το αργότερο δυνατό
- **Ολικό \geq Ελεύθερο \geq Ανεξάρτητο**

Χρονικός προγραμματισμός έργων

ΕΠΙΛΥΣΗ ΤΟΞΩΤΟΥ ΔΙΚΤΥΟΥ

3. ΥΠΟΛΟΓΙΣΜΟΣ ΠΕΡΙΘΩΡΙΩΝ



Χρονικά Στοιχεία Έργου (1/8)

Έστω δραστηριότητα Ω με κόμβο έναρξης τον i και κόμβο πέρατος τον j διάρκειας T_{Ω} (ή T_{ij}) χρονικών μονάδων. Τότε:

- Ενωρίτερος χρόνος έναρξης δραστηριότητας (ES_{Ω} ή ES_{ij}): ο συντομότερος χρόνος που μπορεί να αρχίσει η εκτέλεση της δραστηριότητας. Προκύπτει από τον ενωρίτερο χρόνο του γεγονότος αρχής της EF_i : $ES_{ij}=EF_i$
- Βραδύτερος χρόνος πέρατος δραστηριότητας (LF_{Ω} ή LF_{ij}): ο βραδύτερος χρόνος που επιτρέπεται να περατωθεί η δραστηριότητα ώστε να μην παραταθεί η διάρκεια του έργου. Προκύπτει από το βραδύτερο χρόνο του γεγονότος πέρατός της LF_j : $LF_{ij}=LF_j$

Χρονικά Στοιχεία Έργου (2/8)

- Ενωρίτερος χρόνος πέρατος δραστηριότητας (EF_{Ω} ή EF_{ij}): ο συντομότερος χρόνος που αναμένεται να περατωθεί η δραστηριότητα. Ισούται με το άθροισμα του ενωρίτερου χρόνου του γεγονότος αρχής i συν τη διάρκεια της δραστηριότητας: $EF_{ij} = EF_i + T_{ij}$
- Βραδύτερος χρόνος έναρξης δραστηριότητας (LS_{Ω} ή LS_{ij}): ο βραδύτερος χρόνος που επιτρέπεται να αρχίσει η δραστηριότητα ώστε να μην παραταθεί η διάρκεια του έργου. Ισούται με τη διαφορά του βραδύτερου χρόνου του γεγονότος πέρατος j μείον τη διάρκεια της δραστηριότητας: $LS_{ij} = LF_j - T_{ij}$
- ΣΥΝΕΠΩΣ: **$EF_{ij} = ES_{ij} + T_{ij}$ και $LS_{ij} = LF_{ij} - T_{ij}$**

Χρονικά Στοιχεία Έργου (3/8)

- Ολικό χρονικό περιθώριο κάθε γεγονότος του έργου: το μέγιστο χρονικό διάστημα που μπορεί να καθυστερήσει η πραγματοποίηση του γεγονότος χωρίς να καθυστερήσει η εκτέλεση του έργου. Το ολικό χρονικό περιθώριο του γεγονότος ισούται με: $\Delta T_{o_i} = LF_i - EF_i$
- Ολικό χρονικό περιθώριο δραστηριότητας (ΔT_{o_Ω} ή $\Delta T_{o_{ij}}$): το μέγιστο χρονικό διάστημα που μπορεί να καθυστερήσει η ολοκλήρωση της δραστηριότητας χωρίς να καθυστερήσει η εκτέλεση του έργου. Ισχύει:

$$\Delta T_{o_{ij}} = LF_j - (EF_i + T_{ij}) = LS_{ij} - ES_{ij} = LF_{ij} - EF_{ij}$$

Χρονικά Στοιχεία Έργου (4/8)

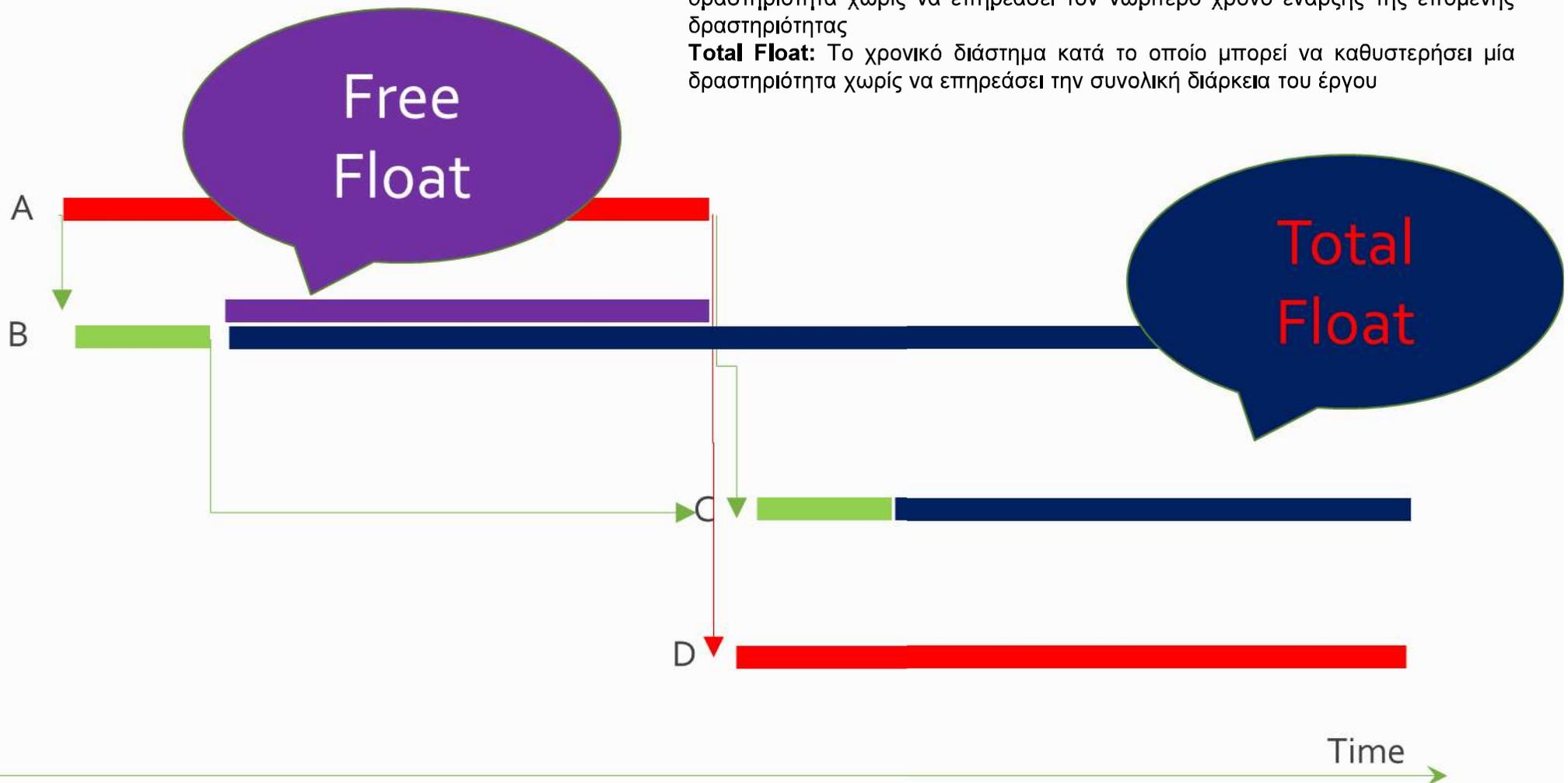
- Ελεύθερο χρονικό περιθώριο δραστηριότητας (ΔTF_{Ω} ή ΔTF_{ij}): το διάστημα που μπορεί να καθυστερήσει η ολοκλήρωση της δραστηριότητας χωρίς να καθυστερήσει η έναρξη μίας από τις αμέσως επόμενες.
- Ήδη από το 1969 οι White, Donaldson & Lawrie διαπίστωσαν ότι η σχέση για τον υπολογισμό του ελεύθερου περιθωρίου:

$$\Delta TF_{ij} = EF_j - (EF_i + T_{ij})$$

η οποία χρησιμοποιείται ακόμα και σήμερα σε συγγράμματα, δεν είναι ικανή να δώσει πάντα σωστά αποτελέσματα (βλ. την περίπτωση μίας δραστηριότητας της οποίας όλες οι ακριβώς επόμενες είναι πλασματικές - δραστηριότητα Β στη διαφάνεια 74).

Παραδείγματα Ολικού & Ελεύθερου Περιθωρίου

Free Float: Το χρονικό διάστημα κατά το οποίο μπορεί να καθυστερήσει μία δραστηριότητα χωρίς να επηρεάσει τον νωρίτερο χρόνο έναρξης της επόμενης δραστηριότητας
Total Float: Το χρονικό διάστημα κατά το οποίο μπορεί να καθυστερήσει μία δραστηριότητα χωρίς να επηρεάσει την συνολική διάρκεια του έργου



Χρονικά Στοιχεία Έργου (5/8)

Χρονικά στοιχεία έργου (συνέχεια):

- Το 2003 οι Zhao & Tseng πρότειναν την αναμόρφωση της σχέσης για τον υπολογισμό του ελεύθερου περιθωρίου ως εξής:
- Έστω η δραστηριότητα Ω με κόμβο αρχής τον i και κόμβο τέλους τον j .

Έστω $A(j)$ το σύνολο των κόμβων που είναι κόμβοι τέλους των δραστηριοτήτων που έχουν κόμβο αρχής τον j .

Τότε ισχύει:

$$\Delta TF_{ij} = EF_j - (EF_i + T_{ij}) + \min_{k \in A(j)} f_{jk}$$

όπου

$$f_{jk} = \begin{cases} \Delta TF_{jk} & \text{if } T_{jk} = 0 \\ 0 & \text{if } T_{jk} \neq 0 \end{cases}$$

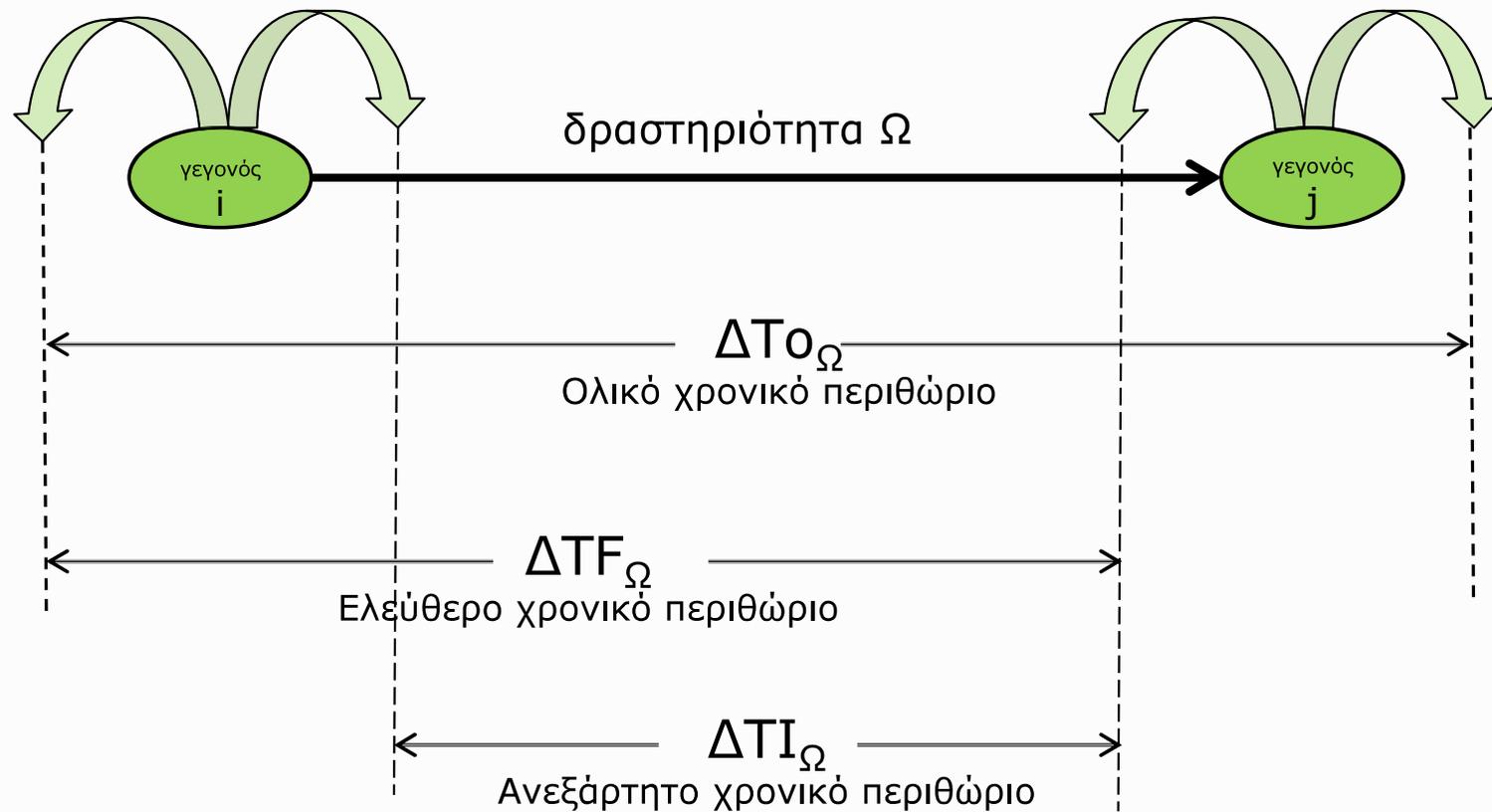
Χρονικά Στοιχεία Έργου (6/8)

- Ανεξάρτητο χρονικό περιθώριο δραστηριότητας ($\Delta T_{I_{\Omega}}$ ή $\Delta T_{I_{ij}}$): Το χρονικό διάστημα που συγκεντρώνεται σε μία δραστηριότητα όταν όλες οι προηγούμενες τελειώσουν το βραδύτερο δυνατό και όλες οι επόμενες αρχίσουν το ενωρίτερο δυνατό. Ισχύει:

$$\Delta T_{I_{ij}} = \begin{cases} \Delta T_{F_{ij}} - \Delta T_{O_i} & \text{if } \Delta T_{F_{ij}} - \Delta T_{O_i} \geq 0 \\ 0 & \text{if } \Delta T_{F_{ij}} - \Delta T_{O_i} < 0 \end{cases}$$

Χρονικά Στοιχεία Έργου (7/8)

Χρονικά Περιθώρια



Χρονικά Στοιχεία Έργου (8/8)

- Στα δίκτυα CPM δεν συνηθίζεται πλέον ο υπολογισμός του ανεξάρτητου περιθωρίου
- Σε κάθε περίπτωση το ελεύθερο και το ανεξάρτητο χρονικό περιθώριο μπορούν να προσδιοριστούν εποπτικά με τη χρήση των διασυνδεόμενων διαγραμμάτων Gantt
- Στην περίπτωση που κάποια δραστηριότητα πρέπει να ξεκινήσει ή να ολοκληρωθεί κάποια δεδομένη ημερομηνία (πρόσθετος περιορισμός), ενδέχεται οι υπολογισμοί να οδηγήσουν σε αρνητική τιμή στο ολικό της περιθώριο (το γεγονός αυτό σημαίνει πως η δραστηριότητα έχει καθυστερήσει να ξεκινήσει και το έργο δεν μπορεί να ολοκληρωθεί στο χρόνο που προγραμματίστηκε)
- Το ελεύθερο και το ανεξάρτητο χρονικό περιθώριο μπορούν να πάρουν μόνο μη αρνητικές τιμές
- Χωρίς την ύπαρξη πρόσθετων περιορισμών ισχύει:

$$\Delta T_{o_{ij}} \geq \Delta T_{F_{ij}} \geq \Delta T_{I_{ij}}$$

Περιθώρια

- Στα δίκτυα CPM δεν συνηθίζεται πλέον ο υπολογισμός του ανεξάρτητου περιθωρίου
- Σε κάθε περίπτωση το ελεύθερο και το ανεξάρτητο χρονικό περιθώριο μπορούν να προσδιοριστούν εποπτικά με τη χρήση των διασυνδεόμενων διαγραμμάτων Gantt
- Στην περίπτωση που κάποια δραστηριότητα πρέπει να ξεκινήσει ή να ολοκληρωθεί κάποια δεδομένη ημερομηνία (πρόσθετος περιορισμός), ενδέχεται οι υπολογισμοί να οδηγήσουν σε αρνητική τιμή στο ολικό της περιθώριο (το γεγονός αυτό σημαίνει πως η δραστηριότητα έχει καθυστερήσει να ξεκινήσει και το έργο δεν μπορεί να ολοκληρωθεί στο χρόνο που προγραμματίστηκε)
- Το ελεύθερο και το ανεξάρτητο χρονικό περιθώριο μπορούν να πάρουν μόνο μη αρνητικές τιμές
- Χωρίς την ύπαρξη πρόσθετων περιορισμών ισχύει:

$$\Delta T_{o_{ij}} \geq \Delta T_{F_{ij}} \geq \Delta T_{I_{ij}}$$

Κρίσιμη Δραστηριότητα & Κρίσιμη Διαδρομή

- **Κρίσιμη** ονομάζεται μία **δραστηριότητα** της οποίας το ολικό χρονικό περιθώριο είναι μηδενικό, δηλαδή οι ενωρίτεροι και βραδύτεροι χρόνοι έναρξης και πέρατος της ταυτίζονται
- **Κρίσιμη διαδρομή** είναι μία ακολουθία κρίσιμων δραστηριοτήτων από τον κόμβο αρχής του έργου ως τον κόμβο τέλους. Καθυστέρηση μίας κρίσιμης δραστηριότητας σημαίνει αντίστοιχη καθυστέρηση στην περάτωση του έργου
- Σε κάθε δίκτυο υπάρχει τουλάχιστον μία κρίσιμη διαδρομή και αυτή έχει τη μεγαλύτερη χρονική διάρκεια από όλους τους κλάδους που οδηγούν από το γεγονός έναρξης στο γεγονός πέρατος του έργου
- Η εύρεση της κρίσιμης διαδρομής και ο υπολογισμός της διάρκειάς της, που είναι και η διάρκεια ολοκλήρωσης του έργου, είναι ο σκοπός της επίλυσης του δικτύου