

ΘΕΜΑΤΙΚΗ
ΕΝΟΤΗΤΑ
ΔΕΟ 13



Eclass4U

The best Choice for you

ΣΗΜΕΙΩΣΕΙΣ

ΕΛΑΣΤΙΚΟΤΗΤΑ ΤΗΣ ΖΗΤΗΣΗΣ ΩΣ ΠΡΟΣ ΤΗΝ ΤΙΜΗ

ΗΜΕΡΟΜΗΝΙΑ ΑΝΑΡΤΗΣΗΣ: 29-11-21

ΣΥΝΤΑΚΤΗΣ: ΣΠΥΡΟΣ ΒΛΑΧΟΠΟΥΛΟΣ



ΘΕΡΜΟΠΥΛΩΝ 17
ΠΕΡΙΣΤΕΡΙ

100Μ ΑΠΟ ΤΗ ΣΤΑΣΗ
ΜΕΤΡΟ «ΠΕΡΙΣΤΕΡΙ»

ΤΗΛΕΦΩΝΟ: 210-5711484

ΚΙΝΗΤΟ: 6970401981

EMAIL: grammateia.eclass4u@gmail.com

ΤΟΠΟΘΕΣΙΑ WEB : www.eclass4u.gr

SOCIAL MEDIA:



ΕΛΑΣΤΙΚΟΤΗΤΑ ΤΗΣ ΖΗΤΗΣΗΣ ΩΣ ΠΡΟΣ ΤΗΝ ΤΙΜΗ (E_D)

Ελαστικότητα της ζήτησης ως προς την τιμή, ορίζεται ο λόγος της ποσοστιαίας μεταβολής της ζητούμενης ποσότητας προς την ποσοστιαία μεταβολή της τιμής. Δηλαδή

$$E_D = \frac{\text{Ποσοστιαία μεταβολή ζητούμενης ποσότητας}}{\text{Ποσοστιαία μεταβολή της τιμής}}$$

Από το νόμο της ζήτησης γνωρίζουμε ότι κάθε μεταβολή της τιμής έχει ως αποτέλεσμα τη μεταβολή της ζητούμενης ποσότητας προς την αντίθετη φορά. Η αρνητική αυτή σχέση μεταξύ τιμής και ζητούμενης ποσότητας έχει ως αποτέλεσμα η αριθμητική τιμή της ελαστικότητας ζήτησης να είναι αρνητική, και πιο συγκεκριμένα, να παίρνει τιμές από $-\infty$ έως 0.

$$E_D \in (-\infty, 0]$$

Την ποσοστιαία μεταβολή οποιουδήποτε μεγέθους την υπολογίζουμε με το κλάσμα

$$\text{Ποσοστιαία μεταβολή} = \frac{\text{Τελική Τιμή} - \text{Αρχική τιμή}}{\text{Αρχική Τιμή}} \cdot 100\%$$

Επομένως, ο τύπος της ελαστικότητας γίνεται

$$E_D = \frac{\frac{Q_T - Q_A}{Q_A} \cdot 100\%}{\frac{P_T - P_A}{P_A} \cdot 100\%} = \frac{P_A \cdot (Q_T - Q_A)}{Q_A \cdot (P_T - P_A)} = \frac{P}{Q} \cdot \frac{dQ}{dP} = \frac{P}{Q} \cdot \frac{1}{\frac{dP}{dQ}}$$

Όμως, $\frac{dQ}{dP} = Q'$ κι αντίστοιχα $\frac{dP}{dQ} = P'$

(Υπενθυμίζεται ότι $\frac{df}{dx} = f'(x)$)

Κι έτσι, καταλήγουμε στους δύο τύπους της ελαστικότητας της ζήτησης ως προς την τιμή

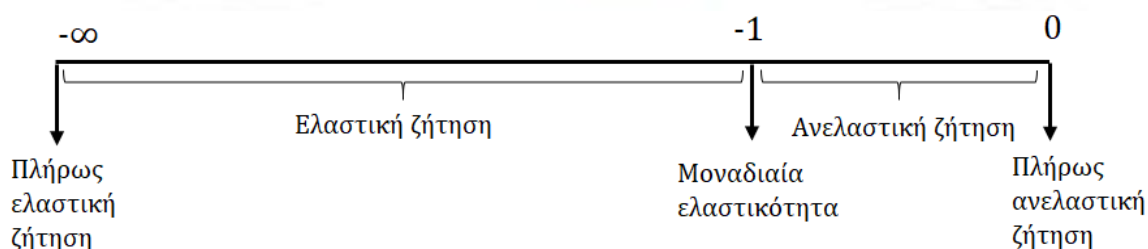
$$E_D = \frac{P}{Q} \cdot Q' \text{ και } E_D = \frac{P}{Q} \cdot \frac{1}{P'}$$

Τον πρώτο τύπο, δηλαδή τον $E_D = \frac{P}{Q} \cdot Q'$ θα τον χρησιμοποιούμε όταν η συνάρτηση ζήτησης είναι λυμένη ως προς την ποσότητα Q

(π.χ. $Q_D = 380 - 10P$) ενώ τον δεύτερο, θα τον χρησιμοποιούμε όταν η συνάρτηση ζήτησης είναι λυμένη ως προς την τιμή P (π.χ. $P_D = 50 - 2Q$).

Χαρακτηρισμός ζήτησης μέσω της ελαστικότητας

Όπως είδαμε, η ελαστικότητα ζήτησης παίρνει τιμές από $-\infty$ έως 0 . Ανάλογα με την τιμή της, χαρακτηρίζουμε την ζήτηση ως εξής :



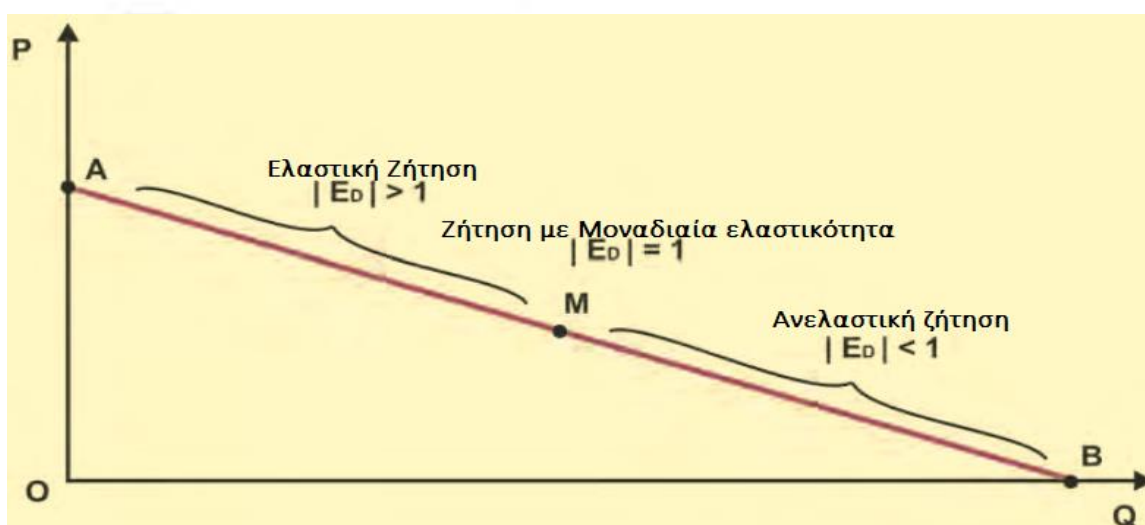
Στην περιοχή που η ζήτηση είναι ανελαστική, ισχύει $|\epsilon_d| < 1$

Στην περιοχή που η ζήτηση είναι ελαστική, ισχύει $|\epsilon_d| > 1$

Στην πλήρως ανελαστική ζήτηση, ισχύει $|\epsilon_d| = 0$

Στην μοναδιαία ζήτηση (μοναδιαία ελαστικότητα), ισχύει $|\epsilon_d| = 1$

Ειδικά στην μοναδιαία ελαστικότητα, αξίζει να σημειωθεί ότι τα συνολικά έσοδα (TR) μεγιστοποιούνται (ή, ισοδύναμα, η συνολική δαπάνη των καταναλωτών).



Διάγραμμα τιμών ελαστικότητας στην καμπύλη ζήτησης

Ερμηνεία ελαστικότητας

Η ελαστικότητα είναι ένας «δείκτης» της αντίδρασης των καταναλωτών στις μεταβολές των τιμών. Μια επιχείρηση, μέσω της ελαστικότητας, μπορεί να γνωρίζει αν έχει την δυνατότητα αύξησης της τιμής του προϊόντος της χωρίς να διακινδυνεύει την μείωση των εσόδων της (εφόσον η ζήτηση είναι ανελαστική) ή αν μια αύξηση της τιμής συνεπάγεται μεγάλη απώλεια εσόδων (εφόσον η ζήτηση είναι ελαστική). Η τιμή της ελαστικότητας, τελικά, μας δείχνει και κατά ποιο ποσοστό θα μειωθεί (ή αυξηθεί) η ζητούμενη ποσότητα σε μια αύξηση (ή αντίστοιχα μείωση) της τιμής.

Η φράση που θα χρησιμοποιούμε κάθε φορά που θα ζητείται ερμηνεία της ελαστικότητας, είναι

Αν η τιμή P αυξηθεί (μειωθεί) κατά 1%, τότε η ζητούμενη ποσότητα θα μειωθεί (αυξηθεί) κατά την τιμή της ελαστικότητας (χωρίς το πρόσημο) %.

ΕΛΑΣΤΙΚΟΤΗΤΑ ΠΡΟΣΦΟΡΑΣ ΩΣ ΠΡΟΣ ΤΗΝ ΤΙΜΗ

Η ελαστικότητα της προσφοράς ως προς την τιμή (E_s) υπολογίζεται με τους ίδιους ακριβώς τύπους με την ελαστικότητα ζήτησης, δηλαδή

$$E_s = \frac{P}{Q} \cdot Q' \text{ και } E_s = \frac{P}{Q} \cdot \frac{1}{P'}$$

Προφανώς, και πάλι τον πρώτο τύπο τον χρησιμοποιούμε όταν η συνάρτηση προσφοράς είναι λυμένη ως προς Q (π.χ. $Q_s = -20 + 9P$) και τον δεύτερο όταν η συνάρτηση προσφοράς είναι λυμένη ως προς P (π.χ. $P_s = 2Q + 7$).

Η ελαστικότητα προσφοράς, αντίθετα με την ελαστικότητα ζήτησης, παίρνει τιμές από 0 έως $+\infty$

$$E_s \in [0, +\infty)$$

Εφόσον ζητηθεί ερμηνεία της ελαστικότητας προσφοράς, η αντίστοιχη φράση που θα χρησιμοποιούμε είναι

Αν η τιμή P αυξηθεί (μειωθεί) κατά 1%, τότε η προσφερόμενη ποσότητα θα αυξηθεί (μειωθεί) κατά την τιμή της ελαστικότητας %.

Παράδειγμα 1

Δίνεται η συνάρτηση ζήτησης $Q_D = 30 - 2P$. Να υπολογιστεί η συνάρτηση της ελαστικότητας με μεταβλητή την τιμή P , $E_{d(P)}$. Να υπολογιστεί η ελαστικότητα όταν η τιμή $P = 4$ και να ερμηνευτεί.

Η συνάρτηση ζήτησης είναι λυμένη ως προς Q , επομένως θα χρησιμοποιήσουμε τον τύπο

$E_D = \frac{P}{Q} \cdot Q'$ και θα πρέπει να καταλήξουμε σε μια συνάρτηση με μοναδική μεταβλητή την τιμή

Αρχικά η παράγωγος $Q' = (30 - 2P)' = (30)' - (2P)' = -2$

Έτσι, ο τύπος γίνεται

$$E_D = \frac{P}{30 - 2P} \cdot (-2) = \frac{-2P}{30 - 2P} \Leftrightarrow E_D = \frac{-2P}{30 - 2P}$$

Για να υπολογίσουμε την τιμή της ελαστικότητας όταν $P=4$, θα κάνουμε αντικατάσταση στον τύπο, δηλαδή

$$E_D = \frac{-2 \cdot 4}{30 - 2 \cdot 4} = \frac{-8}{22} = -0,364$$

Εφόσον η τιμή της ελαστικότητας είναι ανάμεσα σε -1 και 0 (εναλλακτικά $|\varepsilon_d| < 1$) η ζήτηση είναι ανελαστική.

Ερμηνεία ελαστικότητας

Αν η τιμή P αυξηθεί (μειωθεί) κατά 1% , τότε η ζητούμενη ποσότητα θα μειωθεί (αυξηθεί) κατά $0,364\%$.

Επιπλέον ερώτημα : Τι θα συμβεί στην ζητούμενη ποσότητα αν η τιμή αυξηθεί κατά 3%

Σε αυτές τις περιπτώσεις, που ζητείται να υπολογιστεί η μεταβολή της ζητούμενης ποσότητας όταν η τιμή μεταβάλλεται σε ποσοστό διαφορετικό του $\pm 1\%$ (που περιέχει η φράση της ερμηνείας της ελαστικότητας ζήτησης) κάνουμε, ουσιαστικά, απλή μέθοδο των 3.

Γνωρίζουμε από την ερμηνεία της ελαστικότητας ότι

Αύξηση της τιμής 1% συνεπάγεται μείωση ζητ. ποσότητας 0,364%

Αύξηση 3% 3% x

$$\frac{1}{3} = \frac{0,364}{x} \Leftrightarrow x \cdot 1 = 3 \cdot 0,364 \Leftrightarrow x = 1,092$$

Συνεπώς, αύξηση της τιμής κατά 3% θα έχει ως αποτέλεσμα μείωση της ζητούμενης ποσότητας κατά 1,092%.

Σημείωση

Στις ασκήσεις θα ζητείται είτε η συνάρτηση ελαστικότητας, είτε η αριθμητική τιμή της ελαστικότητας σε συγκεκριμένο σημείο (για συγκεκριμένες τιμές της ποσότητας ή της τιμής του προϊόντος)

Στην περίπτωση της συνάρτησης ελαστικότητας, θα καταλήγουμε σε έναν τύπο με μεταβλητή είτε P είτε Q.

Στην περίπτωση της ελαστικότητας σε συγκεκριμένο σημείο, συνήθως **θα αντικαθιστούμε στην συνάρτηση ελαστικότητας την συγκεκριμένη τιμή της μεταβλητής**, και θα καταλήγουμε σε συγκεκριμένη αριθμητική τιμή. Συνήθως σε αυτήν την περίπτωση θα ζητείται και ερμηνεία της ελαστικότητας.

Παράδειγμα 2

Η ζήτηση των ζαχαρωτών δίνεται από την σχέση $Q_D = 1000 - 5P$ ενώ η συνάρτηση προσφοράς δίνεται από την σχέση $Q_S = -500 + 10P$. Να βρεθεί η ελαστικότητα ζήτησης στο σημείο ισορροπίας και να ερμηνευτεί. Να βρεθεί η συνάρτηση ελαστικότητας προσφοράς συναρτήσει της τιμής.

Αρχικά θα υπολογίσουμε το σημείο ισορροπίας

Στην ισορροπία ισχύουν $Q_D = Q_S$ ή $P_D = P_S$

$$Q_D = Q_S \Leftrightarrow 1000 - 5P = -500 + 10P \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow -5P - 10P = -500 - 100 \Leftrightarrow -15P = -1500 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow P = \frac{-1500}{-15} \Leftrightarrow \mathbf{P = 100}$$

Για την τιμή ισορροπίας, έχουμε :

$$Q = 1000 - 5 \cdot 100 = 500 \Leftrightarrow \mathbf{Q = 500}$$

Για να υπολογίσουμε την ελαστικότητα ζήτησης στο σημείο ισορροπίας, αρχικά θα υπολογίσουμε την συνάρτησή της. Η συνάρτηση ζήτησης είναι λυμένη ως προς Q επομένως θα χρησιμοποιήσουμε την σχέση

$$E_D = \frac{P}{Q} \cdot Q' = \frac{P}{1000 - 5P} \cdot (1000 - 5P)' = \frac{P}{1000 - 5P} \cdot (-5) =$$
$$= \frac{-5P}{1000 - 5P}$$

Για την τιμή της ελαστικότητας στο συγκεκριμένο σημείο, θα αντικαταστήσουμε στον τύπο της συνάρτησής της $\mathbf{P = 100}$

Έτσι, έχουμε

$$E_D = \frac{-5 \cdot 100}{1000 - 5 \cdot 100} = \frac{-500}{500} = -1$$

Συνεπώς στο σημείο ισορροπίας, η ελαστικότητα είναι μοναδιαία.

(Υπενθυμίζεται ότι όταν έχουμε μοναδιαία ελαστικότητα, μεγιστοποιούνται τα συνολικά έσοδα TR, ή, ισοδύναμα, η δαπάνη των καταναλωτών)

Ερμηνεία ελαστικότητας

Αν η τιμή P αυξηθεί (μειωθεί) κατά 1%, τότε η ζητούμενη ποσότητα θα μειωθεί (αυξηθεί) κατά 1%.

Τι θα συμβεί στην ζητούμενη ποσότητα αν η τιμή μειωθεί κατά 3%;

Αν η τιμή μειωθεί κατά 3% τότε κατά αναλογία, η ζητούμενη ποσότητα θα αυξηθεί κατά 3%

Για την συνάρτηση ελαστικότητας προσφοράς :

Θα χρησιμοποιήσουμε την σχέση

$$E_s = \frac{P}{Q} \cdot Q' = \frac{P}{-500 + 10P} \cdot (-500 + 10P)' = \frac{P}{-500 + 10P} \cdot 10 =$$
$$= \frac{10P}{10P - 500} \Leftrightarrow E_s = \frac{10P}{10P - 500}$$

Eclass4U

The best Choice for you

Παράδειγμα 3

Δίνεται η συνάρτηση ζήτησης $P_D = -0,4Q + 100$. Να προσδιοριστεί η συνάρτηση ελαστικότητας. Να ερμηνευτεί η ελαστικότητα όταν η τιμή είναι $P=15$. Τι θα συμβεί στην ζητούμενη ποσότητα αν η τιμή αυξηθεί 3,5%; Ποια πρέπει να είναι η στρατηγική της εταιρείας αν θέλει να αυξηθούν τα έσοδά της;

Για την συνάρτηση ελαστικότητας

Δεδομένου ότι η συνάρτηση ζήτησης είναι λυμένη ως προς P , θα χρησιμοποιήσουμε την σχέση

$$E_D = \frac{P}{Q} \cdot \frac{1}{P'} = \frac{-0,4Q + 100}{Q} \cdot \frac{1}{(-0,4Q + 100)'} =$$
$$= \frac{-0,4Q + 100}{Q} \cdot \left(\frac{1}{-0,4} \right) = \frac{-0,4Q + 100}{-0,4Q} \Leftrightarrow E_D = \frac{-0,4Q + 100}{-0,4Q}$$

Δίνεται $P=15$, αλλά η συνάρτηση ελαστικότητας έχει μεταβλητή την ποσότητα Q

Θα χρησιμοποιήσουμε την συνάρτηση ζήτησης ώστε να βρούμε την αντίστοιχη ζητούμενη ποσότητα. Για $P=15$, έχουμε :

$$15 = -0,4Q + 100 \Leftrightarrow 0,4Q = 100 - 15 \Leftrightarrow 0,4Q = 85 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow Q = \frac{85}{0,4} = 212,5 \Leftrightarrow Q = 212,5$$

Έτσι, από την συνάρτηση της ελαστικότητας, με αντικατάσταση έχουμε

$$E_D = \frac{-0,4 \cdot 212,5 + 100}{-0,4 \cdot 212,5} = \frac{-85 + 100}{-85} = \frac{15}{-85} = -0,1764$$

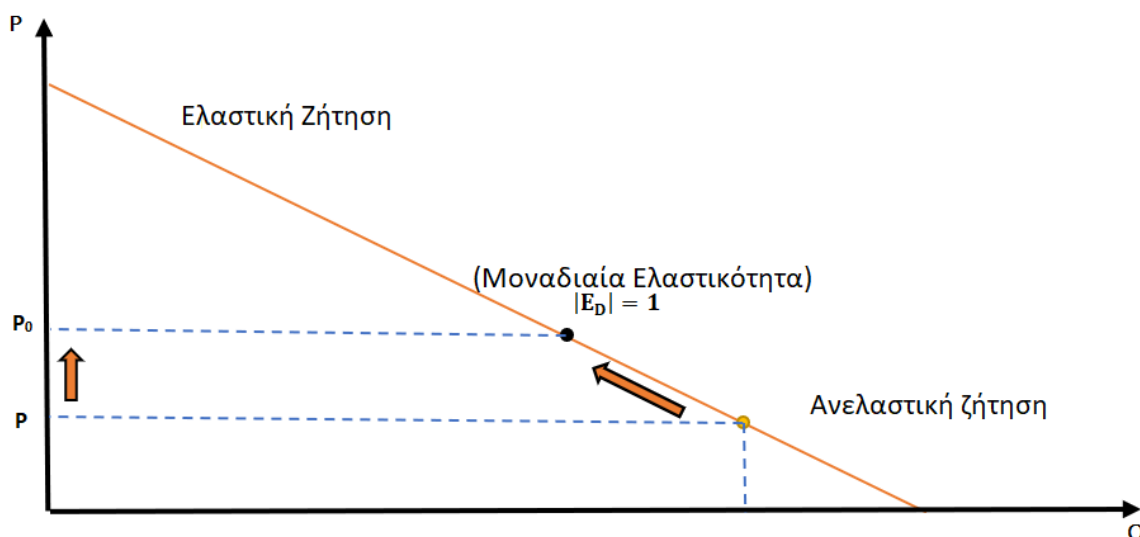
Σημείωση : η ζήτηση για την συγκεκριμένη τιμή είναι ανελαστική, καθώς η τιμή της ελαστικότητας είναι ανάμεσα σε -1 και 0 (εναλλακτικά $|e_d| < 1$)

Ερμηνεία ελαστικότητας

Αν η τιμή P αυξηθεί (μειωθεί) κατά 1%, τότε η ζητούμενη ποσότητα θα μειωθεί (αυξηθεί) κατά 0,1764 %.

Αν η τιμή αυξηθεί κατά 3,5% τότε, κατά αναλογία, η ζητούμενη ποσότητα θα μειωθεί κατά $3,5 \cdot 0,1764\% = 0,6174\%$

Όπως είδαμε, τα έσοδα μεγιστοποιούνται όταν η ελαστικότητα γίνεται μοναδιαία. Συνεπώς, η στρατηγική της εταιρείας θα πρέπει να είναι να κινηθεί στην καμπύλη της ζήτησης προς το σημείο μοναδιαίας ελαστικότητας.



Συνεπώς, η στρατηγική της εταιρείας θα πρέπει να είναι αύξηση της τιμής του προϊόντος.

Παράδειγμα 4

Η συνάρτηση ζήτησης και η συνάρτηση προσφοράς ενός αγαθού, που ως γνωστόν είναι φθίνουσα και αύξουσα συνάρτηση αντίστοιχα, δίνονται από τις παρακάτω σχέσεις

$$Q = 0,4P^2 + 4P + 10 \text{ και } Q = -1,2P^2 + 30 \text{ όπου } P, Q > 0$$

Να προσδιοριστεί ποια από τις παραπάνω συναρτήσεις είναι η συνάρτηση προσφοράς και ποια η συνάρτηση ζήτησης.

Να βρεθεί η τιμή και η ποσότητα ισορροπίας, καθώς και η ελαστικότητα (προσφοράς και ζήτησης) στο σημείο ισορροπίας.

Θα εντοπίσουμε τις συναρτήσεις ζήτησης και προσφοράς από την μονοτονία τους.

$$Q' = (0,4P^2 + 4P + 10)' = (0,4P^2)' + (4P)' + (10)' = 0,8P + 4$$

Όμως, $P > 0$ επομένως $0,8P + 4 > 0$ ως άθροισμα θετικών

Συνεπώς $Q' > 0$ κι ως εκ τούτου, η πρώτη συνάρτηση είναι αύξουσα, δηλαδή η συνάρτηση προσφοράς.

$$\text{Ομοίως, } Q' = (-1,2P^2 + 30)' = (-1,2P^2)' + (30)' = -2,4P < 0$$

Επειδή $Q' < 0$, η δεύτερη συνάρτηση είναι φθίνουσα, δηλαδή η συνάρτηση ζήτησης.

Στην ισορροπία ισχύουν $Q_D = Q_S$ ή $P_D = P_S$

$$Q_D = Q_S \Leftrightarrow -1,2P^2 + 30 = 0,4P^2 + 4P + 10 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow -1,2P^2 + 30 - 0,4P^2 - 4P - 10 = 0 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow -1,6P^2 - 4P + 20 = 0$$

Καταλήγουμε σε τριώνυμο με $\alpha = -1,6$, $\beta = -4$, $\gamma = 20$

$$\Delta = \beta^2 - 4\alpha\gamma = (-4)^2 - 4 \cdot (-1,6) \cdot 20 = 16 + 128 = 144 > 0$$

$$P_{1,2} = \frac{-\beta \pm \sqrt{\Delta}}{2\alpha} = \frac{-(-4) \pm \sqrt{144}}{2 \cdot (-1,6)} = \frac{4 \pm 12}{-3,2}$$

$$P_1 = \frac{4 + 12}{-3,2} = \frac{16}{-3,2} = -5$$

$$P_2 = \frac{4 - 12}{-3,2} = \frac{-8}{-3,2} = 2,5$$

Η $P_1 = -5$ απορρίπτεται διότι είναι αρνητική ($P > 0$)

Η μοναδική δεκτή ρίζα είναι η $P_2 = 2,5$ (τιμή ισορροπίας)

Για την αντίστοιχη ποσότητα ισορροπίας, έχουμε

$$Q = -1,2 \cdot 2,5^2 + 30 = -7,5 + 30 = 22,5$$

Άρα στο σημείο ισορροπίας έχουμε $P = 2,5$ και $Q = 22,5$

Για να βρούμε την ελαστικότητα προσφοράς και ζήτησης στο σημείο ισορροπίας, καταρχάς θα βρούμε τις αντίστοιχες συναρτήσεις ελαστικότητας

$$E_s = \frac{P}{Q} \cdot Q' = \frac{P}{0,4P^2 + 4P + 10} \cdot (0,8P + 4) = \frac{0,8P^2 + 4P}{0,4P^2 + 4P + 10} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow E_s = \frac{0,8P^2 + 4P}{0,4P^2 + 4P + 10}$$

Και, για $P = 2,5$ (τιμή ισορροπίας), έχουμε

$$E_s = \frac{0,8 \cdot 2,5^2 + 4 \cdot 2,5}{0,4 \cdot 2,5^2 + 4 \cdot 2,5 + 10} = \frac{5 + 10}{2,5 + 10 + 10} = \frac{15}{22,5} = 0,667$$

$$E_D = \frac{P}{Q} \cdot Q' = \frac{P}{-1,2P^2 + 30} \cdot (-2,4P) = \frac{-2,4P^2}{-1,2P^2 + 30} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow E_D = \frac{-2,4P^2}{-1,2P^2 + 30}$$

Και, για $P = 2,5$ (τιμή ισορροπίας), έχουμε

$$E_D = \frac{-2,4 \cdot 2,5^2}{-1,2 \cdot 2,5^2 + 30} = \frac{-2,4 \cdot 2,5^2}{-1,2 \cdot 2,5^2 + 30} = \frac{-15}{22,5} = -0,667$$