



# Eclass4U

*The best Choice for you*



## ΔΕΟ : 31

ΕΠΙΜΕΛΕΙΑ ΥΛΗΣ: Κώστας Σολδάτος



## Περιεχόμενα

Ασκήσεις Παρούσας Και Μελλοντικής Αξίας .....	4
Ασκήσεις εύρεσης μελλοντικής αξίας ενός ποσού .....	6
Ασκήσεις εύρεσης παρούσας αξίας .....	9
Άσκηση για εύρεση επιτοκίου ανατοκισμού .....	11
Ασκήσεις Με Ράντες.....	12
Άσκηση Εύρεσης του επιτοκίου υπολογισμού μιας σειράς πληρωμών.....	19
Άσκηση διηνεκούς σειράς πληρωμών .....	20
Απόσβεση Δανείου & Φορολογική εξοικονόμηση.....	21
ΓΕ 1 2020 – 2021 Θέμα 2 .....	21
Ερώτημα Α .....	21
Ερώτημα Β.....	21
Καθαρές Ταμειακές Ροές (ΚΤΡ), Καθαρή Παρούσα Αξία (ΚΠΑ - NPV), Εσωτερικός Βαθμός Απόδοσης (EBA – IRR) .....	24
2016 -17 Τελικές – Θέμα 2.....	24
Ερώτημα 1.....	25
Ερώτημα 2.....	26
Ερώτημα 3.....	26
2018-2019 Τελικές – Θέμα 2 .....	27
Ερώτημα Α.....	28
Ερώτημα Β.....	31
Ερώτημα Γ.....	31
Αμοιβαία Αποκλειόμενες Επενδύσεις, Ρυθμός Πληθωρισμού, Πραγματικό Επιτόκιο.....	31
2009-2010 Τελικές – Θέμα 2 .....	31
Ερώτημα Α.....	32
Ερώτημα Β.....	35
Ερώτημα Γ.....	36
Αποτίμηση Μετοχών, Gordon .....	37

Άσκηση 1 .....	37
Άσκηση 2 .....	38
Άσκηση 3 .....	39
Άσκηση 4 .....	40
Άσκηση 5 .....	41
WACC .....	43
2013-14 Επαναληπτικές – Θέμα 2 .....	43
Ερώτημα Α.....	43
Ερώτημα Β.....	44
Ερώτημα Γi).....	45
Ερώτημα Γii).....	45
Ερώτημα Γiii).....	45
Γραπτή Εργασία 1 2017-2018 Θέμα 2 .....	46
ΘΕΜΑ 2 <sup>Α</sup> .....	46
ΘΕΜΑ 2 <sup>Β</sup> .....	47

## Ασκήσεις Παρούσας Και Μελλοντικής Αξίας

**Απλός τόκος ή απλή κεφαλαιοποίηση** ονομάζεται η διαδικασία κατά την οποία ο τόκος που παράγεται ενσωματώνεται στο κεφάλαιο μόνο μια φορά, στο τέλος του χρονικού διαστήματος που ορίζεται. Έτσι ο απλός τόκος είναι το γινόμενο του αρχικού κεφαλαίου  $K$  επί του επιτοκίου  $r$  επί του χρόνου  $t$ :

$$\text{Απλός τόκος} = K * r * t$$

### Παράδειγμα 1:

Να βρεθεί ο τόκος κεφαλαίου 100.000€, το οποίο τοκίστηκε με ετήσιο επιτόκιο 12% για 1 έτος:

#### Λύση:

$$\text{Απλός τόκος για ένα έτος} = K * r * t = 100.000 * 0,12 * 1 = 12.000€$$

### Παράδειγμα 2:

Να βρεθεί ο τόκος κεφαλαίου 100.000€, το οποίο τοκίστηκε με ετήσιο επιτόκιο 12% για 2 έτη:

#### Λύση:

$$\text{Απλός τόκος για το 1}^\circ \text{ έτος} = K * r * t = 100.000 * 0,12 * 1 = 12.000€$$

$$\text{Απλός τόκος για το 2}^\circ \text{ έτος} = K * r * t = 100.000 * 0,12 * 1 = 12.000€$$

$$\text{Συνολικός τόκος} = 12.000 + 12.000 = 24.000€$$

#### Ή με τη χρήση του τύπου έχω:

$$\text{Απλός τόκος για δύο έτη} = K * r * t = 100.000 * 0,12 * 2 = 24.000€$$

**Ανατοκισμός η σύνθετος τόκος** είναι η διαδικασία κατά την οποία ο τόκος που παράγεται κάθε περίοδο προστίθεται στο κεφάλαιο και το άθροισμα τους αποτελεί παραγωγικό κεφάλαιο.

## Χρήσιμοι τύποι

- Βιβλίου:

➤ Ανατοκισμός (ΜΑ) = Μελλοντική αξία , Προεξόφληση (ΠΑ)=Παρούσα αξία

$$MA = PA (1 + i)^n$$

$$PA = \frac{MA}{(1+i)^n}$$

➤ **Ράντα Ανατοκισμού ( MA)**

**Ράντα προεξόφλησης**

$$MA = A * \left[ \frac{(1+i)^n - 1}{i} \right]$$

$$PA = A * \left[ \frac{1 - \frac{1}{(1+i)^n}}{i} \right]$$

**Ράντα στο διηνεκές**

$$PA = \frac{A}{i}$$

- Με Διεθνείς συμβολισμούς (τύποι διαφανειών)

**Μελλοντική αξία ενός σημερινού ποσού (Future Value FV)**

$$FV = PV (1 + r)^n$$

**Παρούσα Αξία ενός μελλοντικού ποσού (Present Value PV)**

$$PV = \frac{FV}{(1+r)^n}$$

**Μελλοντική Αξία σειράς σταθερών χρηματικών ποσών - FV Ράντας**

$$FV = A * \left[ \frac{(1+r)^n - 1}{r} \right]$$

**Παρούσα Αξία σειράς σταθερών χρηματικών ποσών – PV Ράντας**

$$PV = A * \left[ \frac{1 - \frac{1}{(1+r)^n}}{r} \right]$$

**Παρούσα Αξία PV Διηνεκούς Ράντας**

$$PV = \frac{A}{r}$$

Όπου:

$r$  ή  $i$ : επιτόκιο

$n$ : αριθμός περιόδων

$A$ : σταθερός όρος της ράντας δηλαδή το περιοδικό ποσό

### Ασκήσεις εύρεσης μελλοντικής αξίας ενός ποσού

Έστω ότι καταθέτει κάποιος ένα κεφάλαιο 100.000ευρω σε έναν τραπεζικό λογαριασμό το κεφάλαιο αυτό ανατοκίζεται κάθε χρόνο με ετήσιο επιτόκιο 8% τι ποσό θα έχει συγκεντρωθεί στο λογαριασμό στο τέλος του 3 έτους;

**Λύση:**

$$MA = PA (1 + i)^n \Leftrightarrow MA = 100.000 * (1 + 0,08)^3 \Leftrightarrow$$

$$MA = 125.971,2$$

### ΜΕ ΧΡΗΣΗ ΤΟΥ ΠΙΝΑΚΑ 1 τελική αξία μια νομισματικής μονάδας

Όπως βλέπουμε στον παρακάτω πίνακα, για περίοδο  $t=3$  χρόνια για επιτόκιο  $i=8\%$  ο συντελεστής ανατοκισμού είναι 1,2597

Περίοδοι	7%	8%	9%	10%	11%	12%
1	1,0700	1,0800	1,0900	1,1000	1,1100	1,1200
2	1,1449	1,1664	1,1881	1,2100	1,2321	1,2544
3	1,2250	1,2597	1,2950	1,3310	1,3676	1,4049
4	1,3108	1,3605	1,4116	1,4641	1,5181	1,5735
5	1,4026	1,4693	1,5386	1,6105	1,6851	1,7623

Κατά συνέπεια:

$$MA = 100.000 * 1,2597 = 125.971,2$$

## Άσκηση

Θέλουμε να επενδύσουμε 100€ με ετήσιο επιτόκιο  $i=4\%$ . Πόσα χρήματα θα πάρετε από την επένδυσή σας σε 5 χρόνια ΚΑΙ σε 10 χρόνια;

### Λύση:

θα πρέπει να βρω την μελλοντική αξία στα 5 χρόνια κάνοντας αντικατάσταση στον τύπο

$$MA = PA (1 + i)^n \Leftrightarrow MA = 100 * (1 + 0,04)^5 \Leftrightarrow$$

$$MA = 121,67$$

Με τον ίδιο τρόπο για τα 10 χρόνια είναι

$$MA = PA (1 + i)^n \Leftrightarrow MA = 100 * (1 + 0,04)^{10} \Leftrightarrow$$

$$MA = 148,02$$

## Άσκηση

Έστω ότι καταθέτει κάποιος ένα κεφάλαιο 100.000ευρω σε έναν τραπεζικό λογαριασμό το κεφάλαιο αυτό ανατοκίζεται **2 φορές το χρόνο** δηλαδή κάθε 6 μήνες με ετήσιο επιτόκιο 10% τι ποσό θα έχει συγκεντρωθεί στο λογαριασμό στο τέλος του 5 έτους ;

### Λύση:

το ποσό ανατοκίζεται 2 φορές το χρόνο κατά συνέπεια θα πρέπει το επιτόκιο **να το προσαρμόζω πάντα στο χρονικό διάστημα που γίνεται ο ανατοκισμός**

$$MA = PA (1 + i)^n \Leftrightarrow MA = 100.000 * \left(1 + \frac{0,1}{2}\right)^{2*5} \Leftrightarrow$$

$$MA = 100.000 * (1 + 0,05)^{10} \Leftrightarrow MA = 162.890$$

## Άσκηση

Έστω ότι καταθέτει κάποιος ένα κεφάλαιο 100.000ευρω σε έναν τραπεζικό λογαριασμό το κεφάλαιο αυτό ανατοκίζεται **4 φορές το χρόνο** δηλαδή κάθε 3 μήνες με ετήσιο επιτόκιο 8% τι ποσό θα έχει συγκεντρωθεί στο λογαριασμό στο τέλος του 3 έτους ;

$$MA = PA (1 + i)^n \Leftrightarrow MA = 100.000 * \left(1 + \frac{0,08}{4}\right)^{4*3} \Leftrightarrow$$

$$MA = 100.000 * (1 + 0,02)^{12} \Leftrightarrow MA = 126.820$$

ΜΕ ΧΡΗΣΗ ΤΟΥ ΠΙΝΑΚΑ 1 ΓΙΑ 12 ΠΕΡΙΟΔΟΥΣ ΚΑΙ ΕΠΙΤΟΚΙΟ 2%

$$MA=100.000*1,2682= 126.820$$

## Άσκηση

Ποια είναι η Μελλοντική αξία MA που θα έχουμε στο τέλος των 2,5 ετών εάν καταθέσουμε 1.000€ στο τέλος του 1 εξάμηνου, 2.000€ στο τέλος του 2 εξάμηνου, 3.000€ στο τέλος του 3 εξάμηνου, 5.000€ στο 4 εξάμηνο και 6.000€ στο τέλος του 5 εξάμηνου, με επιτόκιο ετήσιο 10%;

**Λύση:**

ΤΑ 2,5 ΕΤΗ ΕΙΝΑΙ 5 ΕΞΑΜΗΝΑ

$$PA = \sum \frac{MA}{(1 + i)^n}$$

$$MA = \sum PA (1 + i)^n \Leftrightarrow$$

$$MA = 1.000 * (1 + 0,05)^4 + 2.000(1 + 0,05)^3 + 3.000(1 + 0,05)^2 + 5.000(1 + 0,05)^1 + 6.000 \Leftrightarrow MA = 18088,26$$



## Άσκηση

Μια ασφαλιστική είναι υποχρεωμένη να καταβάλλει 500.000€ στο ταμείο συντάξεων σε 4 έτη από σήμερα. Μόλις έχει εισπράξει 400.000. Εάν επενδύσει τις 400.000 με επιτόκιο 7% σταθερό, θα μπορέσει να καταβάλλει το ποσό των 500.000 σε 4 έτη όπως είναι υποχρεωμένη;

$$MA = PA (1 + i)^n \Leftrightarrow MA = 400.000 * (1 + 0,07)^4 \Leftrightarrow$$

$$MA = 524.318,4 \text{ ΑΡΑ ΜΠΟΡΕΙ}$$

## Ασκήσεις εύρεσης παρούσας αξίας

### Άσκηση

Ποια είναι η παρούσα αξία ΠΑ 100.000 που θα ληφθούν σε 5 έτη από σήμερα, εάν το κόστος του χρήματος είναι 8% και ο ανατοκισμός γίνεται μια φορά το χρόνο;

**Λύση:**

$$MA = PA (1 + i)^n$$

$$PA = \frac{MA}{(1+i)^n} \text{ Αυτός ο τύπος μπορεί να γραφτεί και ως}$$

$$PA = \frac{MA}{(1+i)^n} = MA * \left[ \frac{1}{(1+i)^n} \right] = MA * [(1 + i)^{-n}]$$

*Επομένως μπορώ να κάνω χρήση οποίας μορφής θέλω*

$$PA = \frac{MA}{(1+i)^n} \Leftrightarrow PA = \frac{100.000}{(1+0,08)^5} \Leftrightarrow PA = 68.058,31$$

### Άσκηση

Ποιο είναι το ποσό που θα πρέπει να επενδύσει κάνεις σήμερα σε έναν τραπεζικό λογαριασμό ο οποίος παρέχει τόκο με ετήσιο επιτόκιο 10% ανατοκίζόμενο 2 φορές το χρόνο, έτσι ώστε να συγκεντρωθεί σε 5 χρόνια το ποσό των 100.000 ευρώ;

**Λύση**

πρέπει να βρω την ΠΑ

$$PA = \frac{MA}{(1+i)^n}$$

παρατήρηση: έχω ετήσιο επιτόκιο ανά τοκιζόμενο 2 φορές κατά συνέπεια θα πρέπει να προσαρμόσω το επιτόκιο σε εξάμηνο καθώς και την χρονική διάρκεια των 5 χρονών σε εξάμηνα.

$$PA = \frac{MA}{(1+i)^n} \Leftrightarrow PA = \frac{100.000}{(1+0,05)^{10}} \Leftrightarrow PA = 61.391$$

ΜΕ ΧΡΗΣΗ ΤΟΥ ΠΙΝΑΚΑ ΠΟΥ ΔΕΙΧΝΕΙ ΤΟΝ ΣΥΝΤΕΛΕΣΤΗ ΠΡΟΕΞΟΦΛΗΣΗ ΠΙΝΑΚΑΣ 2 ΓΙΑ ΠΕΡΙΟΔΟΥΣ 10 ΚΑΙ ΕΠΙΤΟΚΙΟ 5%

$$PA=0,6139*100.000=61.391$$

### Άσκηση

Ποιο είναι το ποσό που θα πρέπει να επενδύσει κάνεις σήμερα σε έναν τραπεζικό λογαριασμό ο οποίος παρέχει τόκο με ετήσιο επιτόκιο 8% ανατοκιζόμενο 4 φορές το χρόνο, έτσι ώστε να συγκεντρωθεί σε 5 χρόνια το ποσό των 100.000 ευρώ;

### ΛΥΣΗ

και σε αυτή την περίπτωση αναπροσαρμόζω το επιτόκιο και τη χρονική περίοδο σε τρίμηνα

$$PA = \frac{MA}{(1+i)^n} \Leftrightarrow PA = \frac{100.000}{(1+\frac{0,08}{4})^{5*4}} \Leftrightarrow PA = 67.297$$

### Άσκηση

Αν σε ένα έτος **αναμένουμε** να εισπράξουμε 110 ευρώ και το επιτόκιο είναι 10%. Ποια είναι η παρούσα αξία των χρήματων που θα πρέπει να έχω στη διάθεση μου για να επενδύσω ώστε να εισπράξω αυτό το ποσό ;

$$PA = \frac{MA}{(1+i)^n} \Leftrightarrow PA = \frac{110}{(1+10\%)^1} \Leftrightarrow PA = 100$$

### Άσκηση

Μας έχει προταθεί αγορά ομολόγου που θα αποδώσει 164.304 σε 3 χρόνια και κοστίζει σήμερα 100.000€. Μας συμφέρει η αγορά του ομολόγου ;

$$PA = \frac{MA}{(1+i)^n} \Leftrightarrow PA = \frac{164.304}{(1+0,15)^3} \Leftrightarrow PA = 108,031$$

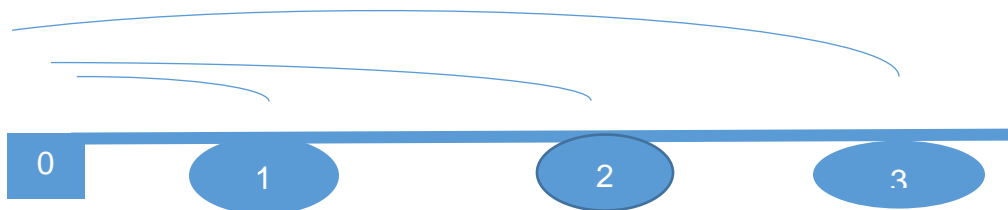
Επομένως, για να πάρουμε το ποσό των 164.304 σε 3 χρόνια πρέπει να καταθέσουμε σήμερα 108,031. Εμείς δίνουμε 100.000€ αρά συμφέρει η αγορά του ομολόγου

### Άσκηση

Πρέπει να αποφασίσουμε για μια επένδυση η οποία αναμένεται να αποδώσει 100.000 τον πρώτο χρόνο, και 100.000 τον δεύτερο και τρίτο χρόνο με αντίστοιχα επιτόκια  $i=7\%$ ,  $i=7,7\%$ ,  $i=8\%$  Ποια είναι η τωρινή αξία των μελλοντικών χρηματικών ροών της επένδυσης

### Λύση:

Φτιάχνω την γραμμή του χρόνου και φέρνω τις ροές μου πίσω



$$ΠΑ = \sum \frac{MA}{(1+i)^n} = \frac{100.000}{(1+7\%)} + \frac{100.000}{(1+7,7\%)^2} + \frac{100.000}{(1+8\%)^3} = 259.050$$

### Άσκηση για εύρεση επιτοκίου ανατοκισμού

Ένας επενδυτής δανείζεται σήμερα από μια τράπεζα 1.000.000 ευρώ €. Η συμφωνία αποπληρωμής αναφέρει ότι θα δανειζόμενος θα πληρώσει 1.594.000 στο τέλος του 8 έτους. Ποιο είναι το ετήσιο επιτόκιο με το οποίο δανείζεται ο επενδυτής;

### Λύση

Σε αυτή τη περίπτωση που θέλουμε να βρούμε το επιτόκιο δανεισμού μπορούμε να χρησιμοποιήσουμε είτε τον πίνακα 1 που αφορά την τελική αξία μιας νομισματικής μονάδας ή τον πίνακα 2 τη παρούσα αξία μιας νομισματικής μονάδας.

#### A) περίπτωση

Με χρήση του πίνακα 2 της παρούσας αξίας

Έχω την

$$ΠΑ = 1.000.000 \text{ ΚΑΙ ΤΗΝ } ΜΑ = 1.594.000$$

$$ΠΑ = ΜΑ * ΣΠΑ \Leftrightarrow ΣΠΑ = \frac{1.000.000}{1.594.000} \Leftrightarrow ΣΠΑ = 0,6274$$

ΘΑ ΣΑΡΩΝΩ ΤΟΝ ΠΙΝΑΚΑ 2 ΓΙΑ ΧΡΟΝΙΚΟ ΔΙΑΣΤΗΜΑ 8 ΧΡΟΝΩΝ ΠΟΥ ΜΟΥ ΔΙΝΕΤΑΙ ΑΠΟ ΤΑ ΔΕΔΟΜΕΝΑ

ΔΙΑΠΙΣΤΩΝΩ ΟΤΙ ΑΥΤΗ Η ΤΙΜΗ ΑΝΤΙΣΤΟΙΧΕΙ ΣΕ ΕΠΙΤΟΚΙΟ 6% Άρα η τράπεζα δανείζει τον επενδυτή με 6%

**Β) περίπτωση με χρήση του πίνακα 1 .**

Ο συντελεστής ανατοκισμού  $(1 + i)^n$

Τότε

$$ΜΑ = ΠΑ (1 + i)^n \Leftrightarrow ΣΠΑ = \frac{1.594.000}{1.000.000} \Leftrightarrow ΣΠΑ = 1,59440$$

Στο πίνακα της τελικής αξίας πίνακας 1 σαρώνω για χρονική περίοδο 8 έτη και βρίσκω το ίδιο επιτόκιο το 6%

Ασκήσεις Με Ράντες

**Θα εξετάσουμε τις εξής περιπτώσεις:**

**Ράντα ανατοκισμού ή τελική αξία μιας σειράς πληρωμών**

$$ΜΑ = A * \left[ \frac{(1 + i)^n - 1}{i} \right]$$

**Ράντα προεξόφλησης η παρούσα αξία μιας σειράς πληρωμών.**

$$ΠΑ = A * \left[ \frac{1 - \frac{1}{(1 + i)^n}}{i} \right]$$

**Ράντα στο διηνεκές  $ΠΑ = \frac{A}{i}$**

### Άσκηση με τελική αξία σειράς πληρωμών

Ένας επενδυτής καταθέτει 100.000 € στο τέλος **κάθε έτους** σε έναν τραπεζικό λογαριασμό ο οποίος παρέχει ετήσιο επιτόκιο 6% και ο οποίος ανατοκίζεται ετησίως. Να βρεθεί το ποσό που έχει συγκεντρωθεί στον λογαριασμό του επενδυτή στο τέλος του πέμπτου έτους.

Λύση:

Επειδή έχω το ίδιο ποσό που καταθέτει ο επενδυτής χρησιμοποιώ το τύπο της ράντας

$$MA = A * \left[ \frac{(1 + i)^n - 1}{i} \right] \Leftrightarrow$$

$$MA = 100.000 * \left[ \frac{(1 + 6\%)^5 - 1}{6\%} \right] \Leftrightarrow MA = 56.3710$$

Θα μπορούσα να κάνω και χρήση του πίνακα 3 τελικής αξίας μιας σειράς πληρωμών για να βρω τον όρο  $\left[ \frac{(1+i)^n-1}{i} \right]$  που είναι ο Συντελεστής Μελλοντικής αξίας Ράντας για επιτόκιο  $i$  ή  $r=6\%$  και περίοδοι  $n=5$ . Θα έβρισκα ότι  $MA=100.000*5,6371=56.3710$

#### Πίνακας 3

Η τελική αξία σειράς πληρωμών μιας νομισματικής μονάδας

Περίοδοι	1%	2%	3%	4%	5%	6%
1	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000
2	2,0100	2,0200	2,0300	2,0400	2,0500	2,0600
3	3,0301	3,0604	3,0909	3,1216	3,1525	3,1836
4	4,0604	4,1216	4,1836	4,2465	4,3101	4,3746
5	5,1010	5,2040	5,3091	5,4163	5,5256	5,6371

## Άσκηση

Ένας επενδυτής καταθέτει 100.000 € στο τέλος **κάθε εξαμήνου** σε έναν τραπεζικό λογαριασμό ο οποίος παρέχει ετήσιο επιτόκιο 6% και ο οποίος ανατοκίζεται κάθε εξάμηνο. Να βρεθεί το ποσό που θα έχει συγκεντρωθεί στον λογαριασμό του επενδυτή στο τέλος του πέμπτου έτους.

## Λύση

**Παρατήρηση:** έχω ανατοκισμό **κάθε εξάμηνο** ενώ έχω το επιτόκιο ετήσιο.

Άρα θα πρέπει να μετατρέψω το ετήσιο επιτόκιο σε εξάμηνο, ενώ παράλληλα θα πρέπει τα 5 χρόνια να τα μετατρέψω και αυτά σε εξάμηνα .

Επομένως:

$$\frac{6\%}{2} = 3\% \text{ καθώς ο χρόνος έχει 2 εξάμηνα και τα πέντε χρόνια θα είναι 10 εξάμηνα}$$

$$MA = A * \left[ \frac{(1 + i)^n - 1}{i} \right] \Leftrightarrow$$

$$MA = 100.000 * \left[ \frac{(1 + 3\%)^{10} - 1}{3\%} \right] \Leftrightarrow MA = 1.146.387$$

## Με χρήση του πίνακα 3

Για χρονική περίοδο 10 και επιτόκιο 3% είναι  $100.000 * 11,4639 = 1.146.390$

\*Η απόκλιση που διακρίνεται στα δυο ποσά οφείλεται στη χρήση των δεκαδικών

### Πίνακας 3

Η τελική αξία σειράς πληρωμών μιας νομισματικής μονάδας

$$TV_n = \sum_{t=0}^{n-1} (1+i)^t = \frac{(1+i)^n - 1}{i}$$

Περίοδοι	1%	2%	3%	4%	5%	6%
1	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000
2	2,0100	2,0200	2,0300	2,0400	2,0500	2,0600
3	3,0301	3,0604	3,0909	3,1216	3,1525	3,1836
4	4,0604	4,1216	4,1836	4,2465	4,3101	4,3746
5	5,1010	5,2040	5,3091	5,4163	5,5256	5,6371
6	6,1520	6,3081	6,4684	6,6330	6,8019	6,9753
7	7,2135	7,4343	7,6625	7,8983	8,1420	8,3938
8	8,2857	8,5830	8,8923	9,2142	9,5491	9,8975
9	9,3685	9,7546	10,1591	10,5828	11,0266	11,4913
10	10,4622	10,9497	11,4639	12,0061	12,5779	13,1808

#### Άσκηση με παρούσα αξία μιας σειράς πληρωμών

Η παρούσα αξία μιας σειράς πληρωμών είναι το άθροισμα των παρούσων αξιών όλων των πληρωμών της σειράς και δίνεται από τη σχέση

$$ΠΑ = A * \left[ \frac{1 - \frac{1}{(1+i)^n}}{i} \right]$$

#### Άσκηση

Να βρεθεί το ποσό που πρέπει να καταθέσει σήμερα ένας επενδυτής σε έναν τραπεζικό λογαριασμό ο οποίος δίνει ετήσιο τόκο 6% ανατοκίζόμενο ετησίως ώστε να έχει το δικαίωμα να αποσύρει 100.000 ευρώ στο τέλος κάθε έτους επί 5 χρόνια .

Λύση:

Έχω ράντα γιατί έχω το ίδιο ποσό κάθε έτος και χρησιμοποιώ τον τύπο:

$$ΠΑ = A * \left[ \frac{1 - \frac{1}{(1+i)^n}}{i} \right] \Leftrightarrow$$

$$ΠΑ = 100.000 * \left[ \frac{1 - \frac{1}{(1+6\%)^5}}{6\%} \right] \Leftrightarrow ΠΑ = 421.236$$

Θα μπορούσα να κάνω και χρήση του πίνακα 4 ΠΑΡΟΥΣΑ αξίας μιας σειράς πληρωμών ΔΙΟΤΙ ο ορός  $\frac{1 - \frac{1}{(1+i)^n}}{i}$  είναι ο συντελεστής Παρούσας αξίας μιας σειράς πληρωμών ΣΠΑΡ για επιτόκιο 6% και θα έβρισκα ότι  $ΜΑ=100.000*4,2124= 421236$

**Πίνακας 4**

**Η ΠΑ σειράς πληρωμών μιας νομισματικής μονάδας**

$$PV = \sum_{t=1}^n \frac{1}{(1+i)^t} = \frac{1 - \frac{1}{(1+i)^n}}{i}$$

Περίοδοι	1%	2%	3%	4%	5%	6%
1	0,9901	0,9804	0,9709	0,9615	0,9524	0,9434
2	1,9704	1,9416	1,9135	1,8861	1,8594	1,8334
3	2,9410	2,8839	2,8286	2,7751	2,7232	2,6730
4	3,9020	3,8077	3,7171	3,6299	3,5460	3,4651
5	4,8534	4,7135	4,5797	4,4518	4,3295	4,2124
6	5,7955	5,6014	5,4172	5,2421	5,0757	4,9173
7	6,7282	6,4720	6,2303	6,0021	5,7864	5,5824
8	7,6517	7,3255	7,0197	6,7327	6,4632	6,2098
9	8,5660	8,1622	7,7861	7,4353	7,1078	6,8017
10	9,4713	8,9826	8,5302	8,1109	7,7217	7,3601
11	10,3676	9,7868	9,2526	8,7605	8,3064	7,8869



## Άσκηση εύρεσης του όρου μιας σειράς πληρωμών

Τρόπος επίλυσης

Για να βρούμε τον όρο μιας σειράς πληρωμών δηλαδή το  $A$  στους αντίστοιχους τύπους αρκεί να τους λύσουμε ως προς  $A$

### Άσκηση

Να βρεθεί **το ίσο ποσό χρήματων** που πρέπει να καταθέτει ένας επενδυτής στο τέλος καθενός από τα επόμενα 6 χρόνια σε ένα τραπεζικό λογαριασμό ο οποίος αποδίδει επίτοκο με ετήσιο επιτόκιο 8% ανά τοκίζόμενο κατ' έτος, ώστε στο τέλος του έκτου έτους να εξοφλήσει ένα δάνειο ύψους 100.000€ ευρώ

Λύση:

$$MA = A * \left[ \frac{(1+i)^n - 1}{i} \right] \Leftrightarrow A = \frac{MA}{\Sigma ΠΑΡ(\nu = 6, \iota = 8\%)}$$

Με τη χρήση του πίνακα 3 βλέπω ότι για  $n=6$  και  $i=8\%$  αντιστοιχεί στον Συντελεστή Παρούσας Αξίας Ράντας (ΣΠΑΡ)= 7,3359

**Πίνακας 3**

Η τελική αξία σειράς πληρωμών μιας νομισματικής μονάδας

Περίοδοι	7%	8%	9%	10%	11%	12%
1	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000
2	2,0700	2,0800	2,0900	2,1000	2,1100	2,1200
3	3,2149	3,2464	3,2781	3,3100	3,3421	3,3744
4	4,4399	4,5061	4,5731	4,6410	4,7097	4,7793
5	5,7507	5,8666	5,9847	6,1051	6,2278	6,3528
6	7,1533	7,3359	7,5233	7,7156	7,9129	8,1152
7	8,6540	8,9228	9,2004	9,4872	9,7833	10,0890
8	10,2598	10,6366	11,0285	11,4359	11,8594	12,2997
9	11,9780	12,4876	13,0210	13,5795	14,1640	14,7757
10	13,8164	14,4866	15,1929	15,9374	16,7220	17,5487
11	15,7826	16,6455	17,5603	18,5313	19,5614	20,6546

$$A = \frac{MA}{\Sigma ΠΑΡ_{n=6, i=8\%}} \Leftrightarrow A = \frac{100.000}{7,3359} \Leftrightarrow A = 13.531$$

### Άσκηση

Ένας επενδυτής έχει καταθέσει 100.000 ευρώ σε έναν λογαριασμό, οποίος ανατοκίζεται ετησίως με επιτόκιο 8%. Ο επενδυτής αυτός θέλει να κάνει ισόποσες αναλήψεις στο τέλος κάθε έτους ώστε μετά τον 6 χρόνο το υπόλοιπο στο λογαριασμό του να είναι μηδενικό. Να βρεθεί το ποσό της ανάληψης κάθε έτος;

### Λύση

Εφόσον έχει καταθέσει 100.000, έχω την παρούσα αξία και αναζητώ το A στο τύπο:

$$ΠΑ = A * \left[ \frac{1 - \frac{1}{(1+i)^n}}{i} \right] \text{ όπου ο όρος } \left[ \frac{1 - \frac{1}{(1+i)^n}}{i} \right]$$

θα προκύψει από την σάρωση του πίνακα 4 για n=6 και i=8%

$$ΠΑ = A * \left[ \frac{1 - \frac{1}{(1+i)^n}}{i} \right] \rightarrow A = \frac{100.000}{\frac{1 - \frac{1}{(1+i)^n}}{i}} \rightarrow$$

$$A = \frac{100.000}{4,6229} \rightarrow A = 21631,44$$

**Πίνακας 4**  
**Η ΠΑ σειράς πληρωμών μιας νομισματικής μονάδας**

$$PV = \sum_{t=1}^n \frac{1}{(1+i)^t} = \frac{1 - \frac{1}{(1+i)^n}}{i}$$

Περίοδοι	7%	8%	9%	10%	11%	12%
1	0,9346	0,9259	0,9174	0,9091	0,9009	0,8929
2	1,8080	1,7833	1,7591	1,7355	1,7125	1,6901
3	2,6243	2,5771	2,5313	2,4869	2,4437	2,4018
4	3,3872	3,3121	3,2397	3,1699	3,1024	3,0373
5	4,1002	3,9927	3,8897	3,7908	3,6959	3,6048
6	4,7665	4,6229	4,4859	4,3553	4,2305	4,1114
7	5,3893	5,2064	5,0330	4,8684	4,7122	4,5638
8	5,9713	5,7466	5,5348	5,3349	5,1461	4,9676
9	6,5152	6,2469	5,9952	5,7590	5,5370	5,3282
10	7,0236	6,7101	6,4177	6,1446	5,8892	5,6502

Άσκηση Εύρεσης του επιτοκίου υπολογισμού μιας σειράς πληρωμών.

### Άσκηση

Ένας επενδυτής δανείζεται σήμερα από μια τράπεζα 3.312.000 ευρώ και συμφωνεί να αποπληρώνει το δάνειο σε 4 ισόποσες δόσεις ύψους 1.000.000€ η κάθε μια, τις οποίες θα καταβάλλει στο τέλος του κάθε έτους. Ποιο είναι το ετήσιο επιτόκιο που δανείζει η τράπεζα τον επενδυτή;

### Λύση

Στις περιπτώσεις αυτές θα χρησιμοποιούμε τον πίνακα 4. Συγκεκριμένα επειδή έχουμε την παρούσα αξία μια σειράς πληρωμών ΠΑ=3.312.000 ΚΑΙ τον σταθερό όρο A=1.000.000 θα είναι

$$ΠΑ = A * \left[ \frac{1 - \frac{1}{(1+i)^n}}{i} \right] \Leftrightarrow ΠΑ = A * ΣΠΑΡ_{n=4,i=;}$$

$$\Leftrightarrow \Sigma \text{ΠΑΡ}(N = 4, i = ; ) \Leftrightarrow \frac{3.312.000}{1.000.000} \Leftrightarrow$$

$$\Sigma \text{ΠΑΡ}(N = 4, i = ; ) = 3,312$$

Σαρώνω τον πίνακα 4 για χρονικό διάστημα 4 ετών διότι η αποπληρωμή γίνεται σε 4 ισόποσες δόσεις ώστε να προσεγγίσω το 3,312 και διαπιστώνουμε ότι η τράπεζα δανείζει τον επενδυτή με 8%

#### Πίνακας 4

##### Η ΠΑ σειράς πληρωμών μιας νομισματικής μονάδας

$$PV = \sum_{t=1}^n \frac{1}{(1+i)^t} = \frac{1 - \frac{1}{(1+i)^n}}{i}$$

Περίοδοι	7%	8%	9%	10%	11%	12%
1	0,9346	0,9259	0,9174	0,9091	0,9009	0,8929
2	1,8080	1,7833	1,7591	1,7355	1,7125	1,6901
3	2,6243	2,5771	2,5313	2,4869	2,4437	2,4018
4	3,3872	3,3121	3,2397	3,1699	3,1024	3,0373
5	4,1002	3,9927	3,8897	3,7908	3,6959	3,6048
6	4,7665	4,6229	4,4859	4,3553	4,2305	4,1114
7	5,3893	5,2064	5,0330	4,8684	4,7122	4,5638
8	5,9713	5,7466	5,5348	5,3349	5,1461	4,9676
9	6,5152	6,2469	5,9952	5,7590	5,5370	5,3282
10	7,0236	6,7101	6,4177	6,1446	5,8892	5,6502

#### Άσκηση διηνεκούς σειράς πληρωμών

##### Άσκηση

Ένα ίδρυμα θέλει να χορηγεί στο διηνεκές μια υποτροφία στο τέλος κάθε έτους. Εάν τα χρήματα επενδυθούν με ετήσιο επιτόκιο 5%, ποιο ποσό πρέπει να κατατεθεί σήμερα από το ίδρυμα για να χορηγείται στο άπειρο η υποτροφία.

##### Λύση

ιδιά έκφραση η λέξη «διηνεκές» και στο άπειρο.

$$\text{ΠΑ} = \frac{A}{i} \Leftrightarrow \text{ΠΑ} = \frac{1.000.000}{0,05} \Leftrightarrow \text{ΠΑ} = 20.000.000$$

## Απόσβεση Δανείου & Φορολογική εξοικονόμηση

ΓΕ 1 2020 – 2021 Θέμα 2

Μια εταιρία προκειμένου να προχωρήσει σε ανανέωση του παραγωγικού της εξοπλισμού εξετάζει την περίπτωση σύναψης δανείου της τάξεως των €150.000 και διάρκειας 5 ετών. Η εταιρία θα χρεωθεί ένα επιτόκιο ίσο με 15%. Το δάνειο και οι αναλογούντες τόκοι θα εξοφληθούν σε πέντε ισόποσες, σταθερές δόσεις οι οποίες καταβάλλονται στο τέλος κάθε έτους. Ο φορολογικός συντελεστής της εταιρίας είναι 30%, οι δε φόροι καταβάλλονται στο τέλος κάθε έτους.

Ερώτημα Α

Να υπολογιστεί η ετήσια δόση του δανείου.

**Λύση:**

Για να βρούμε την ετήσια σταθερή δόση  $A$  του δανείου θα κάνουμε χρήση του τύπου της Παρούσας Αξίας Ράντας.

$$PV = A * \left[ \frac{1 * \frac{1}{(1+r)^n}}{r} \right] \quad (1)$$

Για  $r=15\%$  και  $n=5$

Ο Συντελεστής Παρούσας Αξίας Ράντας γίνεται:  $ΣΠΑΡ = \frac{1 - \frac{1}{(1+r)^n}}{r} = 3,3522$

Κατά συνέπεια, για  $PV = 150.000€$  η (1) γίνεται:

$$150.000 = A * 3,3522 \rightarrow A = 44.746,7334 \simeq 44.747€$$

Ερώτημα Β

Η εταιρία που θα δανεισθεί τα χρήματα επιθυμεί να γνωρίζει τις φορολογικές εξοικονομήσεις κατ' έτος, οι οποίες θα προέλθουν από το γεγονός ότι οι τόκοι εκπίπτουν από τα φορολογητέα κέρδη. Να υπολογιστεί η φορολογική εξοικονόμηση της εταιρείας ανά έτος καθώς και η παρούσα αξία των φορολογικών εξοικονομήσεων εάν η εταιρεία έχει κόστος κεφαλαίου 15%.

**Λύση:**

Η φορολογική εξοικονόμηση ΦΕ δίνεται από τον τύπο:

$$\text{ΦΕ} = \text{Εκπιπτέα Δαπάνη} * \text{ΦΣ} \quad \text{ή} \quad \text{ΦΕ} = \text{Τόκοι} * \text{ΦΣ}$$

Προκειμένου να υπολογίσουμε τις ετήσιες φορολογικές ελαφρύνσεις, θα χρειαστεί να υπολογίσουμε τους ετήσιους τόκους.

Έχοντας βρει την ετήσια δόση του δανείου προκύπτει ο παρακάτω πίνακας απόσβεσης δανείου στον οποίο διακρίνονται οι τόκοι που αντιστοιχούν σε κάθε έτος:

ΕΤΟΣ (1)	ΧΡΕΟΣ ΣΤΗΝ ΑΡΧΗ ΤΟΥ ΕΤΟΥΣ (2)	ΤΟΚΟΧΡΕΟΛΥΣΙΟ ή ΔΟΣΗ (3)	ΕΤΗΣΙΟΣ ΤΟΚΟΣ (4)=(2)*0,15	ΑΠΟΠΛΗΡΩΜΗ ΧΡΕΟΥΣ (5)= (3)-(4)	ΧΡΕΟΣ ΣΤΟ ΤΕΛΟΣ ΤΟΥ ΕΤΟΥΣ (6)= (2)-(5)
1	150.000,00	44.747	22.500,00	22.247,33	127.752,67
2	127.752,67	44.747	19.162,90	25.584,43	102.168,23
3	102.168,23	44.747	15.325,24	29.422,10	72.746,14
4	72.746,14	44.747	10.911,92	33.835,41	38.910,72
5	38.910,72	44.747	5.836,61	38.910,72	0,00
		ΣΥΝΟΛΟ	73.736,66	150.000,00	

Πίνακας 1 Απόσβεση Δανείου

Όπως φαίνεται και στον Πίνακα 1, ο ετήσιος τόκος είναι το γινόμενο του επιτοκίου 15% επί το υπόλοιπο του δανείου (δηλαδή του χρέους):

$$\text{Ετήσιος τόκος} = 0,15 * \text{Χρέος στην αρχή του έτους}$$

Άμα από την ετήσια δόση αφαιρέσουμε τον ετήσιο τόκο προκύπτει το ποσό του κεφαλαίου που αποπληρώνει η εταιρεία στη συγκεκριμένη δόση:

$$\text{Μέρος της δόσης που αντιστοιχεί σε αποπληρωμή δανείου (χρεολύσιο)} = \text{ετήσια δόση} - \text{τόκος}$$

Τέλος, άμα από το υπόλοιπο του δάνειο (Χρέος στην αρχή του έτους) αφαιρέσουμε το μέρος της δόσης που αντιστοιχεί σε αποπληρωμή δανείου προκύπτει το υπόλοιπο του δανείου (εννοείται χωρίς τους τόκους) για το συγκεκριμένο έτος:

$$\text{Χρέος στο τέλος του έτους} = \text{Χρέος στην αρχή του έτους} - \text{Χρεολύσιο}$$

Έχοντας υπολογίσει τους ετήσιους τόκους, είμαστε σε θέση να υπολογίσουμε τις ετήσιες Φορολογικές Ελαφρύνσεις ΦΕ κάνοντας χρήση του παρακάτω τύπου:

$$\text{ΦΕ} = \text{Εκπιπτέα Δαπάνη} * \text{ΦΣ} \quad \text{ή} \quad \text{ΦΕ} = \text{Τόκοι} * \text{ΦΣ}$$

Ενδεικτικά για το πρώτο έτος:

$$\text{ΦΕ}_1 = 22.500 * 0,3 = 6.750$$

Η PV των ΦΕ υπολογίζεται ως εξής:

$$\text{PV} = \text{ΦΕ} * \text{ΣΠΑ} = 6.750 * \frac{1}{(1+0,15)^1} + 5.748,87 * \frac{1}{(1+0,15)^2} + 4.597,57 * \frac{1}{(1+0,15)^3} + 3.273,58 * \frac{1}{(1+0,15)^4} + 1.750,98 * \frac{1}{(1+0,15)^5} = 15.891,74$$

**Προσοχή! Τυχάνει το κόστος κεφαλαίου μου να είναι το ίδιο με το κόστος δανεισμού δηλαδή 0,15 !**

Η ετήσια φορολογική εξοικονόμηση και η παρούσα αξία της φαίνονται και στον παρακάτω πίνακα:

ΕΤΗ	ΕΤΗΣΙΟΣ ΤΟΚΟΣ	ΦΣ	ΦΕ	ΣΠΑ	PV ΤΗΣ ΦΕ
	(1)	(2)	(3)= (1)*(2)	(4)	(5)=(3)*(4)
1	22.500,00	30%	6.750,00	0,869565217	5.869,57
2	19.162,90	30%	5.748,87	0,756143667	4.346,97
3	15.325,24	30%	4.597,57	0,657516232	3.022,98
4	10.911,92	30%	3.273,58	0,571753246	1.871,68
5	5.836,61	30%	1.750,98	0,497176735	870,55
				<b>ΣΥΝΟΛΟ (PV)</b>	<b>15.981,74</b>

Πίνακας 2 ΠΑΡΟΥΣΑ ΑΞΙΑ ΦΕ

## Καθαρές Ταμειακές Ροές (ΚΤΡ), Καθαρή Παρούσα Αξία (ΚΠΑ - NPV), Εσωτερικός Βαθμός Απόδοσης (EBA – IRR)

### 2016 -17 Τελικές – Θέμα 2

Στην βιοτεχνική εταιρία κατασκευής θερμοκηπίων «Αγροεφόδια Α.Ε.» έγινε πρόταση από την εταιρία πρώτων υλών «Eurofilm Α.Ε.» για την προμήθεια ενός νέου φιλμ πολυαιθυλενίου το οποίο είναι ανθεκτικό σε υψηλές θερμοκρασίες θερμοκηπίων. Προκειμένου η «Eurofilm Α.Ε.» να πείσει την βιοτεχνική εταιρία για το νέο αυτό προϊόν, της προσφέρει μια χορηγία €20.000 και πρώτη ύλη παραγωγής δειγμάτων αξίας €15.000 ώστε να πραγματοποιήσει η «Αγροεφόδια Α.Ε.» μια έρευνα αγοράς. Τα αποτελέσματα της έρευνας προβλέπουν πωλήσεις της «Αγροεφόδια Α.Ε.» €150.000 για το πρώτο έτος και €180.000 για το δεύτερο έτος της επένδυσης. Για την υλοποίηση της επένδυσης απαιτείται η αγορά νέου μηχανήματος αξίας €55.000 και επιπλέον €1.000 για έξοδα μεταφοράς και εγκατάστασης του μηχανήματος. Η νέα επένδυση εκτιμάται ότι θα έχει διάρκεια ζωής δύο έτη, όσο και η ωφέλιμη διάρκεια ζωής του νέου μηχανήματος. Το μηχάνημα αναμένεται να πωληθεί €5.000 στο τέλος των δυο ετών. Το μεταβλητό κόστος για το πρώτο έτος προσδιορίζεται στις €60.000 και για το δεύτερο έτος στις €80.000. Τα έξοδα διάθεσης υπολογίζονται στις €10.000 για το πρώτο έτος και στις €15.000 για το δεύτερο έτος. Το απαιτούμενο κεφάλαιο κίνησης εκτιμάται στα €40.000 για το πρώτο έτος και €45.000 για το δεύτερο έτος, στο τέλος του οποίου η εταιρία θα το αποδεσμεύσει. Η εταιρία χρησιμοποιεί την σταθερή μέθοδο απόσβεσης. Ο συντελεστής εταιρικής φορολογίας είναι 29% και το κόστος κεφαλαίου είναι 10% σε ετήσια βάση.

1. Να υπολογίσετε τις αναμενόμενες καθαρές ταμειακές ροές για κάθε ένα από τα 2 έτη.
2. Να αποφασίσετε αν συμφέρει ή όχι η υλοποίηση της νέας επιχειρηματικής πρότασης μέσω του κριτηρίου της Καθαρής Παρούσας Αξίας (ΚΠΑ).

Β) Πώς υπολογίζουμε την Μελλοντική Αξία (ΜΑ) μιας επένδυσης και ποιοι παράγοντες επηρεάζουν την ΜΑ;



## Λύση:

### Ερώτημα 1.

Στο πρώτο μέρος της άσκησης μας δίνονται πληροφορίες ΓΙΑ ΕΣΟΔΑ, ΕΞΟΔΑ ΑΠΟΣΒΕΣΕΙΣ ΚΑΙ ΑΡΧΙΚΟ ΚΟΣΤΟΣ Της ΕΠΕΝΔΥΣΗΣ ενώ στο δεύτερο μέρος θα δίνονται στοιχεία ώστε να προσδιορισθεί ο φόρος καθώς και το επιτόκιο της ΚΠΑ της επένδυσης, ώστε αφενός να δημιουργήσω τον γνωστό πίνακά μου, αφετέρου να προσδιορίσω τα στοιχεία του με σαφήνεια, για να υπολογίσω τις ΚΤΡ:

**ΚΤΡ= Ταμειακές Εισροές – Ταμειακές Εκροές**

**Και πιο αναλυτικά:**

**ΚΤΡ= Έσοδα – Αρχικό Κόστος Επένδυσης – Κόστος Λειτουργίας – Φόροι – Μεταβολές στο Κεφάλαιο Κίνησης + Καθαρή Επίδραση Υπολειμματικής Αξίας**

Έτσι η χορηγία για την έρευνα αγοράς δεν είναι ταμειακή εισροή και δεν πρέπει να τη λάβουμε υπόψη μας στον υπολογισμό των ΚΤΡ γιατί δεν συνδέεται άμεσα με τη επένδυση και την πραγματοποίησή της

Η απόσβεση δίνεται από τον τύπο

$$A = \frac{\text{κόστος εγκαταστασης } K_0 - \gamma A}{2} = \frac{56.000 - 5000}{2} = 25.500$$

	Έτος 0	Έτος 1	Έτος 2
Έσοδα -πωλήσεις σε ευρώ =Α		150.000	180.000
Συνολικά έξοδα Β		70.000	95.000
Αποσβέσεις Γ		25.500	25.500
Φορολογικά κέρδη Δ=Α-Β_Γ		54.500	59.500
Φόροι Ε=ΦΚ*ΦΣ=Δ*29%		15.805	17.255
Μεταβολή του Κ Κίνησης		-40.000	-5000
Αποδέσμευση του Κεφαλαίου κίνησης			- 45.000

ΥΠΟΛΕΙΜΑΤΙΚΗ -ΠΩΛΗΣΗ ΤΟΥ ΜΗΧ/ΤΟΣ			5.000
----------------------------------	--	--	-------

Επομένως η ΚΤΡ του πρώτου έτους είναι :

**Έσοδα –Έξοδα – φόροι – ΜΚΚ**

$$=150.000-70.000-15.805 - (+40.000)= 24.195€$$

ΣΟΣ ΠΡΟΣΟΧΗ ΣΤΟ ΠΡΟΣΗΜΟ ΤΟΥ ΜΚΚ

Επομένως η ΚΤΡ του ΔΕΥΤΕΡΟΥ έτους είναι

$$180.000 - 95.000 - 17.255 - (+5.000) +45.000 + 5000= 112.745$$

Ερώτημα 2.

$$\text{Κατά Συνέπεια η ΚΠΑ} = \frac{24.195}{(1+i)} + \frac{112.745}{(1+i)^2} - 56.000 \Leftrightarrow$$

$$\text{ΚΠΑ} = \frac{24.195}{(1 + 10\%)} + \frac{112.745}{(1 + 10\%)^2} - 56.000 \Leftrightarrow \text{ΚΠΑ} = 59.173,14 > 0$$

Άρα η επένδυση αποδεκτή

Ερώτημα 3.

### Παράγοντες που επηρεάζουν θετικά τη ΜΑ

**Κοιτάζοντας τον τύπο της ΜΑ (FV):**

$$FV = PV * (1 + i)^n$$

Όπου PV: η Παρούσα Αξία των χρημάτων που θα επενδυθούν σήμερα με επιτόκιο  $i$  για  $n$  έτη

Συμπεραίνουμε:

- ☉ Από το μέγεθος του ποσού που επενδύεται σήμερα (ΠΑ). Όσο μεγαλύτερο είναι το ποσό που επενδύεται, τόσο μεγαλύτερος θα είναι ο τόκος

- ⊙ Από τη διάρκεια της επένδυσης (n έτη). Όσο μεγαλύτερη είναι η διάρκεια της επένδυσης, τόσο μεγαλύτερη θα είναι και η διάρκεια παραγωγής τόκων
- ⊙ Από το ύψος του επιτοκίου όσο υψηλότερο το επιτόκιο, τόσο μεγαλύτερος θα είναι ο τόκος

## 2018-2019 Τελικές – Θέμα 2

Μια εταιρία φωτοβολταϊκών εξετάζει την παραγωγή ενός νέου φωτοβολταϊκού κυττάρου στέγης το οποίο αναμένεται να είναι κατά 10% αποδοτικότερο, από τα μέχρι σήμερα αντίστοιχα συστήματα. Για την ανάπτυξη του προγράμματος αυτού προχώρησε στην πιλοτική τοποθέτηση πάνελ 10 κιλοβάτ με στόχο να καταγράψει την απόδοση και το κόστος του νέου κυττάρου. Το κόστος κατασκευής αυτής της πιλοτικής έρευνας ήταν €30.000. Για την παραγωγή των νέων κυττάρων απαιτείται αγορά τεχνολογικού εξοπλισμού (μηχανήματα) αξίας €70.000 και έξοδα εγκατάστασης €3.000. Η ωφέλιμη διάρκεια ζωής των μηχανημάτων ορίζεται από τον κατασκευαστή στα 2 έτη, ο κύκλος ζωής του προϊόντος εκτιμάται στα 2 έτη και στο τέλος αυτής της περιόδου θα πωληθούν τα μηχανήματα ως ανταλλακτικά αντί €5.000. Στον Πίνακα 1 παρουσιάζονται τα προβλεπόμενα οικονομικά στοιχεία για τις πωλήσεις, το μεταβλητό κόστος, την τιμή πώλησης, τα έξοδα διοίκησης και διάθεσης και τις ανάγκες σε κεφάλαιο κίνησης. Στο τέλος του 2ου έτους θα αποδεσμευθεί το κεφάλαιο κίνησης. Ο συντελεστής εταιρικής φορολογίας είναι 29%, το κόστος κεφαλαίου είναι 10% σε ετήσια βάση και η εταιρία εφαρμόζει την ευθεία (ή σταθερή) μέθοδο στον υπολογισμό των αποσβέσεων.

	Έτη	
	1 <sup>ο</sup>	2 <sup>ο</sup>
Πωλήσεις σε τεμάχια	60	100
Μεταβλητό κόστος ανά μονάδα προϊόντος	€1.000	€1.000
Τιμή πώλησης ανά μονάδα προϊόντος	€1.600	€1.700
Έξοδα διοίκησης και διάθεσης	€1.000	€1.500
Κεφάλαιο κίνησης	€10.000	€15.000

Πίνακας 3 Προβλεπόμενα Οικονομικά Στοιχεία

### **Ζητείται:**

- A.** Να υπολογίσετε τις αναμενόμενες καθαρές ταμειακές ροές για κάθε ένα από τα 2 έτη.
- B.** Να αποφασίσετε αν συμφέρει ή όχι η υλοποίηση της νέας επιχειρηματικής πρότασης με τη μέθοδο της Καθαρής Παρούσας Αξίας (ΚΠΑ).
- Γ.** Σχολιάσετε τις βασικές διαφορές μεταξύ Καθαρής Παρούσας Αξίας (ΚΠΑ) και Εσωτερικού Βαθμού Απόδοσης (ΕΒΑ).

### **ΑΠΑΝΤΗΣΗ**

#### Ερώτημα Α.

Στο πρώτο μέρος της άσκησης μας δίνονται πληροφορίες ΓΙΑ ΕΣΟΔΑ, ΕΞΟΔΑ ΑΠΟΣΒΕΣΕΙΣ ΚΑΙ ΑΡΧΙΚΟ ΚΟΣΤΟΣ της ΕΠΕΝΔΥΣΗΣ ενώ στο δεύτερο μέρος θα δίνονται στοιχεία ώστε να προσδιορισθεί ο φόρος καθώς και το επιτόκιο της ΚΠΑ της επένδυσης, ώστε αφενός μεν να δημιουργήσω τον γνωστό πίνακα μου αφετέρου δεν, να προσδιορίσω τα στοιχεία του με σαφήνεια, για να υπολογίσω τις ΚΤΡ βάσει τις ακολουθίας που γνωρίζω και είναι:

**ΚΤΡ= Ταμειακές Εισροές – Ταμειακές Εκροές**

**Και πιο αναλυτικά:**

**ΚΤΡ= Έσοδα – Αρχικό Κόστος Επένδυσης – Κόστος Λειτουργίας – Φόροι – Μεταβολές στο Κεφάλαιο Κίνησης + Καθαρή Επίδραση Υπολειμματικής Αξίας**

Το **κόστος εγκατάστασης** των μηχανημάτων σε μετρητά περιλαμβάνει ότι παγιοποιείται δηλαδή, η τιμή αγοράς και τα έξοδα εγκατάστασης. Επομένως:

Κόστος εγκατάστασης ( $K_0$ ) = 70.000 + 3.000 = €73.000.

Το **κόστος της πιλοτικής έρευνας** δεν υπολογίζονται, διότι δεν συνδέονται άμεσα με την επένδυση και είναι ανεξάρτητα από την πραγματοποίηση ή όχι της προτεινόμενης επένδυσης.

**Επειδή η εταιρεία εφαρμόζει την ευθεία ή σταθερή μέθοδο απόσβεσης, η απόσβεση A δίνεται από τον τύπο**

$$A = \frac{\text{κοστος εγκαταστασης} - \gamma A}{2} = \frac{73000 - 5000}{2} = 34.000.$$

### **Υπολογισμός εσόδων:**

Προσοχή έχω πωλήσεις σε τεμάχια και τιμή πώλησης ανά μονάδα προϊόντος επομένως για το πρώτο έτος θα έχω έσοδα από τις πωλήσεις  $60\text{τμχ} \cdot 1.600 = 96.000$

Αντίστοιχα για το δεύτερο έτος θα έχω  $100\text{τμχ} \cdot 1.700 = 170.000$ .

### **Υπολογισμός εξόδων:**

Επόμενη κίνηση είναι να βρω τα έξοδα. Παρατηρώ ότι έχω πωλήσεις σε τεμάχια και μεταβλητό κόστος ανά μονάδα προϊόντος. Παράλληλα βλέπω στον πίνακα μου έξοδα διοίκησης και διάθεσης που αφορούν την επένδυση και θα πρέπει να τα λάβω υπόψη μου στον υπολογισμό των ΚΤΡ.

Επομένως, τα έξοδα θα είναι 60.000 και 100.000 κατ' έτος αντίστοιχα ως μεταβλητό κόστος και μπορώ να προσθέσω και τα έξοδα διοίκησης και διάθεσης κατ' έτος που είναι 1000 και 1500 αντίστοιχα και να παρουσιάσω στον πίνακα μου συνολικά έξοδα .

### **Κεφάλαιο Κίνησης ΚΚ:**

Η εταιρεία χρειάζεται €10.000 για κεφάλαιο κίνησης το 1ο έτος της επένδυσης. Η ανάγκη αυτή σημαίνει ότι η εταιρία πρέπει να δεσμεύσει επιπλέον κεφάλαια τα οποία θα επηρεάσουν αρνητικά την Καθαρή Ταμειακή Ροή του 1ου έτους. Επίσης, το 2ο έτος προβλέπεται μια αύξηση κατά €5.000 ( $\text{€}15.000 - \text{€}10.000 = \text{€}5.000$ ) του κεφαλαίου κίνησης που θα θεωρηθεί ως επιπλέον ταμειακή εκροή και θα αφαιρεθεί από την ταμειακή ροή της επένδυσης για το 2ο έτος.

### **ΣΟΣ ΠΡΟΣΟΧΗ ΣΤΟ ΠΡΟΣΗΜΟ ΤΩΝ Μ.Κ.Κ .**

	Έτος 0	Έτος 1	Έτος 2
Έσοδα -πωλήσεις σε ευρώ =Α		96.000	170.000
Συνολικά έξοδα Β		61.000	101.500
Αποσβέσεις Γ		34.000	34.000
Φορολογικά κέρδη Δ=Α-Β_Γ		1000	34.500
Φόροι Ε=ΦΚ*ΦΣ=Δ*29%		290	10.005
Μεταβολή του Κ Κίνησης		-10.000	-5.000
Αποδέσμευση του Κεφαλαίου κίνησης			15.000
ΥΠΟΛΕΙΜΑΤΙΚΗ -ΠΩΛΗΣΗ ΤΟΥ ΜΗΧ/ΤΟΣ			5.000
ΚΤΡ		24.710	73.495

Επομένως:

Η ΚΤΡ του πρώτου έτους είναι :

$$\text{ΚΤΡ}_{\text{έτος 1}} = \text{Έσοδα} - \text{Έξοδα} - \text{φόροι} + \text{ΜΚΚ} + \text{Αποδέσμευση} + \text{ΥΑ} = 96.000 - 61.000 - 290 - (+10.000) + 0 + 0 = 24.710\text{€}$$

Η ΚΤΡ του δεύτερου έτους είναι :

$$\text{ΚΤΡ}_{\text{έτος 2}} = \text{Έσοδα} - \text{Έξοδα} - \text{φόροι} + \text{ΜΚΚ} + \text{Αποδέσμευση} + \text{ΥΑ} = 170.000 - 101.500 - 10.005 - (+5.000) + 15.000 + 5.000 = 73.495\text{€}$$

Ερώτημα Β.

Έχουμε βρει τις ΚΤΡ και Από Εκφώνηση μας δίνεται ότι **το κόστος κεφαλαίου είναι 10% σε ετήσια βάση** επομένως:

$$ΚΠΑ = \frac{24.710}{(1+i)} + \frac{73.495}{(1+i)^2} - 73.000 \Leftrightarrow$$

$$ΚΠΑ = \frac{24.710}{(1 + 10\%)} + \frac{73.495}{(1 + 10\%)^2} - 73.000 \Leftrightarrow ΚΠΑ = 10.203,31 > 0$$

Ερώτημα Γ.

Οι βασικές διαφορές μεταξύ των δύο μεθόδων εστιάζονται

α) Διαφορετικά προεξοφλητικά επιτόκια.

β) Διαφορετική αντιμετώπιση του προβλήματος των εναλλαγών στα πρόσημα των ΚΤΡ.

γ) Το κριτήριο της ΚΠΑ εκφράζεται σε απόλυτους όρους ευρώ (€), ενώ ο ΕΒΑ είναι ένα ποσοστό (%).

## Αμοιβαία Αποκλειόμενες Επενδύσεις, Ρυθμός Πληθωρισμού, Πραγματικό Επιτόκιο

### 2009-2010 Τελικές – Θέμα 2

Μια εταιρεία πρόκειται να αξιολογήσει δυο αμοιβαία αποκλειόμενες επενδυτικές προτάσεις με αναμενόμενη διάρκεια ωφέλιμης ζωής 2 έτη για κάθε επένδυση. Η επένδυση Α έχει αρχικό κόστος 44.500€ και αναμένεται να αποφέρει έσοδα € 74.000 το 1<sup>ο</sup> έτος και € 58.000 το 2<sup>ο</sup> έτος (υπολογισμός σε ονομαστικές τιμές). Η επένδυση Β έχει αρχικό κόστος 23.231€ και αναμένεται να αποφέρει έσοδα € 34.000 το 1<sup>ο</sup> έτος και € 40.000 το 2<sup>ο</sup> έτος (υπολογισμός σε ονομαστικές τιμές). Και για τις 2 επενδύσεις ισχύουν τα εξής: Τα λειτουργικά έξοδα ανέρχονται στο 50% των εσόδων, αποσβένεται το συνολικό τους κόστος στα 2 έτη, χρησιμοποιείται η μέθοδος σταθερής απόσβεσης και ο συντελεστής φορολογίας είναι 40%. Η ελάχιστη αποδεκτή απόδοση της επένδυσης από τους μετόχους σε πραγματικές τιμές (πραγματικό κόστος κεφαλαίου), έχει προσδιοριστεί στο 8% από την εταιρεία, ενώ ο ρυθμός πληθωρισμού εκτιμάται στο 4%.

### **Ζητείται:**

A. Να υπολογίστε την ΚΠΑ, της κάθε επένδυσης σε ονομαστικούς όρους.

B. Να υπολογίσετε τον ΕΒΑ της κάθε επένδυσης σε ονομαστικούς όρους.

Γ. Στην περίπτωση που τα 2 εναλλακτικά κριτήρια οδηγούν σε επιλογή διαφορετικής επένδυσης με βάση ποια μέθοδο θα λάβετε την τελική απόφαση και γιατί;

### **Λύση:**

Ερώτημα Α.

Αμοιβαία αποκλειόμενες επενδύσεις σημαίνει ότι μπορεί να αποδεχτείτε την Α ή μπορεί να αποδεχτείτε τη Β ή μπορείτε να απορρίψετε και τις 2 αλλά δεν μπορείτε να τις δεχτείτε και τις δυο.

### **ΠΑΡΑΤΗΡΗΣΗ**

- ☉ Μας δίνονται στοιχεία ώστε να δημιουργήσω τον πίνακα σε ονομαστικούς όρους ενώ η ελάχιστη δυνατή απόδοση που απαιτούν οι μέτοχοι είναι πραγματικές τιμές . Επομένως θα πρέπει να έχω σε κάθε περίπτωση:

Ονομαστικούς όρους με ονομαστικό επιτόκιο για τον υπολογισμό της ΚΠΑ

ή πραγματικούς όρους με πραγματικό επιτόκιο για τον υπολογισμό της ΚΠΑ.

### **Εξετάζω την κάθε επένδυση ξεχωριστά**

#### **Δεδομένα Α επένδυσης**

Είναι Αρχικό κόστος =44.500 Έσοδα= 74.000 το 1 έτος και 58.000 το 2 έτος

Τα λειτουργικά έξοδα είναι το 50% των εσόδων άρα 37.000 και 29.000

Απόσβεση  $=\frac{44.500}{2} = 22.250$  και ο  $\Phi\Sigma=40\%$

Επομένως ο πίνακας μου διαμορφώνεται ως εξής:



	Έτος 1	Έτος 2
Έσοδα Α	74.000	58.000
Έξοδα Β	37.000	29.000
Αποσβέσεις Γ	22.250	22.250
Φορολογικά κέρδη Δ=Α-Β-Γ	14.750	6.750
ΦΟΡΟΙ =Δ*40%	5.900	2.700

Συνεπώς, ΚΤΡ 1= ΕΣΟΔΑ –ΕΞΟΔΑ –ΦΟΡΟΙ =74.000-37.000-5.900=**31.100**

ΚΤΡ 2= ΕΣΟΔΑ –ΕΞΟΔΑ –ΦΟΡΟΙ =58.000-29.000-2700=**26.300**

$$\text{Η ΚΠΑ}_A = \frac{31100}{(1+i)} + \frac{26.300}{(1+i)^2} - 44500$$

Όμως θα πρέπει να μετατρέψω το πραγματικό επιτόκιο που μου δίνεται ως δεδομένο και είναι 8% σε ονομαστικό επιτόκιο καθώς οι ροές μου είναι σε ονομαστικούς όρους βάση του τύπου:

$$i = \pi + \rho + \pi * \rho$$

όπου

i = ονομαστικό επιτόκιο

π = πραγματικό επιτόκιο (τόκος χωρίς πληθωρισμό)

ρ = αναμενόμενη αύξηση του Δείκτη Τιμών Καταναλωτή (αξία από το κεφάλαιο που χάνεται λόγω πληθωρισμού)

π\*ρ= αξία από τον τόκο που χάνεται λόγω πληθωρισμού

Άρα το ονομαστικό επιτόκιο θα είναι

$$i = 8\% + 4\% + 8\% * 4\% = 0,1232 \text{ ή } 12,32\%$$

Αντικαθιστώ αυτό το επιτόκιο στην:

$$ΚΠΑ_A = \frac{31.100}{(1+12,32\%)} + \frac{26.300}{(1+12,32\%)^2} - 44500 \Leftrightarrow$$

$$ΚΠΑ_A = 4.035,65$$

### Δεδομένα Β επένδυσης

Είναι Αρχικό κόστος =23.231€ Έσοδα= 34.000 το 1 έτος και 40.000 το 2 έτος

Τα λειτουργικά έξοδα είναι το 50% των εσόδων άρα 17000 και 20.000

$$\text{Απόσβεση} = \frac{23231}{2} = 11.615,5 \text{ και ο } \Phi\Sigma=40\%$$

Επομένως ο πίνακας μου διαμορφώνεται ως εξής :

	Έτος 1	Έτος 2
Έσοδα Α	34.000	40.000
Έξοδα Β	17.000	20.000
Αποσβέσεις Γ	11.615,15	11.615,5
Φορολογικά κέρδη Δ=Α-Β-Γ	5.384,5	8.384,5
ΦΟΡΟΙ =Δ*40%	2.154	3.354

Επομένως για την επένδυση Β είναι

$$ΚΤΡ 1= ΕΣΟΔΑ -ΕΞΟΔΑ -ΦΟΡΟΙ =34.000-17.000-2.154=14.846$$

$$ΚΤΡ 2= ΕΣΟΔΑ -ΕΞΟΔΑ -ΦΟΡΟΙ =40.000-20.000-3.354=16.646$$

$$ΚΠΑ_B = \frac{14.846}{(1 + 12,32\%)} + \frac{16.646}{(1 + 12,32\%)^2} - 23.231 \Leftrightarrow ΚΠΑ_B = 3.181,51$$

Επειδή  $ΚΠΑ_A > ΚΠΑ_B$  επιλέγουμε την επένδυση Α

Ερώτημα Β.

Γνωρίζουμε ότι ο ΕΒΑ είναι το επιτόκιο  $i_{EBA}$  εκείνο που μηδενίζει την ΚΠΑ και δίνεται από τον προσεγγιστικό τύπο:

$$i_{EBA} = R_1 + \left[ \left( \frac{R_2 - R_1}{KPA_{R1} + |KPA_{R2}|} \right) * KPA_{R1} \right]$$

Για  $R_1$  έχουμε  $KPA_{R1} > 0$

Για  $R_2$  έχουμε  $KPA_{R2} < 0$

<b>Όταν υπολογίσουμε το <math>i_{EBA}</math>, τότε θα πρέπει να δούμε:</b>
Αν $i_{EBA} > r$ , τότε η επένδυση είναι δεκτή.
Αν $i_{EBA} < r$ , τότε η επένδυση δεν είναι αποδεκτή.
Αν $i_{EBA} = r$ , τότε η επένδυση είναι αδιάφορη.

**Επομένως για την επένδυση Α είναι:**

Για  $i = 12,32\%$  σε ονομαστικούς όρους  $KPA_{AR1} = 4.035,65$

Βάσει του τύπου χρειαζόμαστε επιτόκιο τέτοιο ώστε να έχω την αρνητική ΚΠΑ

Έστω  $i = 20\%$  (μεγάλωσα τον παρανομαστή τότε μικραίνει το κλάσμα) ΤΟ ΟΠΟΙΟ ΕΙΝΑΙ ΤΟ  $R_2$

$$KPA_A = \frac{31.100}{(1 + 20\%)} + \frac{26.300}{(1 + 20\%)^2} - 44500 \Leftrightarrow$$

$$KPA_A = -319,41 < 0$$

**Με αντικατάσταση στο τύπο του ΕΒΑ**

$$i_{EBA,A} = 12,32\% + \frac{20\% - 12,32\%}{4035,65 + 319,41} * 4035,65 \Leftrightarrow i_{EBA,A} = 19,44\% \text{ ή } 0,1944$$

**Διακρίνω ότι ο  $i_{EBA,A} = 19,44\% >$  ΑΠΟ ΤΟ ΕΠΙΤΟΚΙΟ ΤΗΣ ΚΠΑ  $i = 12,32\%$**

**ΑΠΟΔΕΚΤΗ Η ΕΠΕΝΔΥΣΗ Α ΚΑΙ ΜΕ ΤΟΝ ΕΒΑ**

Για την επένδυση B είναι:

$$i = 12,32\% \text{ και } ΚΠΑ_B = 3.181,51$$

Για τον εσωτερικό βαθμό Απόδοσης EBA γνωρίζω ότι είναι το ποσοστό και το επιτόκιο εκείνο που μηδενίζει την ΚΠΑ επομένως ισχύει ότι

$$\frac{14.846}{(1 + i_{EBA,B})} + \frac{16.646}{(1 + i_{EBA,B})^2} - 23.231 = 0$$

Έστω  $i = 23\%$

τότε αντίστοιχα είναι:

$$ΚΠΑ_B = \frac{31.100}{(1 + 23\%)} + \frac{26.300}{(1 + 23\%)^2} - 23.231$$

$$ΚΠΑ_B = -158,37 < 0$$

Επομένως για  $R_1 = 12,32\%$  ΕΧΩ ΚΠΑ = 3.181,51 για την επένδυση B

Και για  $R_2 = 23\%$  ΕΧΩ ΚΠΑ = -1.581,37 οπότε αντικαθιστώ στον τύπο

$$i_{EBA,B} = R_1 + \left[ \frac{R_2 - R_1}{ΚΠΑ_{R_1} + ΚΠΑ_{R_2}} \right] * ΚΠΑ_{R_1} \Leftrightarrow i_{EBA,B} = 12,32\% + \left[ \frac{23\% - 12,32\%}{3181,51 + 158,37} \right] * 3181,51 \Leftrightarrow$$

$$i_{EBA,B} = 0,2249 \text{ ή } 22,49\%$$

Επομένως  $i_{EBA,B} = 22,49\%$  ΑΠΟΔΕΚΤΗ Η ΕΠΕΝΔΥΣΗ ΓΙΑΤΙ  $i_{EBA,B} > i$

Βλέπουμε όμως ότι  $EBA(B) > EBA(A)$  ΚΑΙ με το κριτήριο του EBA επιλέγουμε την επένδυση B

Ερώτημα Γ.

**Παρατηρούμε ότι υπάρχει ασυμφωνία των μεθόδων.** Σε αυτή τη περίπτωση επιλέγουμε την επένδυση που μας επιδεικνύει τη μέθοδος της ΚΠΑ δηλαδή την επένδυση A.

Η ΚΠΑ είναι η σωστή μέθοδος διότι μεγιστοποιεί την αξία της επιχείρησης, ενώ ο EBA αγνοεί το μέγεθος του κεφαλαίου που απαιτείται για τη επένδυση ενώ παράλληλα δεν ενσωματώνει στην διαδικασία υπολογισμού του το κόστος κεφαλαίου.

## Αποτίμηση Μετοχών, Gordon

### Άσκηση 1

Μια μετοχή διανέμει μέρισμα 2 ευρώ το οποίο αναμένεται να αυξάνεται για πάντα με σταθερό ρυθμό  $g=5\%$ . Η απαιτούμενη απόδοση των επενδυτών είναι 20%. Να βρεθεί η τιμή της μετοχής σήμερα

### Λύση

Παρατηρούμε ότι το μέρισμα αυξάνεται με έναν **σταθερό ρυθμό για πάντα** επομένως θα βρω την τιμή από του τύπο του Gordon

$$P_0 = \frac{D_1}{\kappa\mu - g}$$

Αρχικά θα βρω το μέρισμα:

$$D_1 = D_0(1 + g) \Leftrightarrow D_1 = 2(1 + 5\%) \Leftrightarrow D_1 = 2,1$$

$$P = \frac{D_1}{\kappa\mu - g} \Leftrightarrow P = \frac{2,1}{20\% - 5\%} \Leftrightarrow P = 14$$

### Παραλλαγή της άσκησης

Με τα ίδια δεδομένα αν έχουμε την τρέχουσα τιμή της μετοχής ίση με 20€ ζητώντας την απόδοση που ζητούν οι μέτοχοι θα είναι:

### Λύση

$$P = \frac{D_1}{\kappa\mu - g}$$

$$D_1 = D_0(1 + g) \Leftrightarrow D_1 = 2(1 + 5\%) \Leftrightarrow D_1 = 2,1$$

$$P = \frac{D_1}{\kappa\mu - g} \Leftrightarrow 20 = \frac{2,1}{\kappa\mu - 0,05} \Leftrightarrow \kappa\mu - 0,05 = \frac{2,1}{20} \Leftrightarrow$$

$$\kappa\mu = \frac{2,1}{20} + 0,05 \Leftrightarrow \kappa\mu = 0,155 \text{ ή } 15,5\%$$

### Παραλλαγή της άσκησης

Έστω μια μετοχή έχει σημερινό μέρισμα 2 € το οποίο αναμένεται να αυξάνεται για πάντα με σταθερό ρυθμό. Η τρέχουσα τιμή της μετοχής είναι 20€ και η απαιτούμενη απόδοση της μετοχής είναι 15%.

Να βρεθεί ο ρυθμός αύξησης του μερίσματος.

**Λύση:**

$$P = \frac{D_1}{k_m - g} \Leftrightarrow k_m - g = \frac{2(1+g)}{P} \Leftrightarrow$$

$$k_m - g = \frac{2+2g}{P} \Leftrightarrow (15\% - g) * 20 = 2 + 2g \Leftrightarrow$$

$$3 - 20g = 2 + 2g \Leftrightarrow 22g = 1 \Leftrightarrow g = \frac{1}{22} \Leftrightarrow$$

$$g = 0,045 \text{ ή } 4,5\%$$

### Άσκηση 2

Τα κέρδη ανά μετοχή μιας εταιρίας τροφίμων είναι 5 €. Η εταιρία αυτή διανέμει το 60% των κερδών της ως μέρισμα στους μετόχους της και η απόδοση των ιδίων κεφαλαίων της είναι 10%. Οι επενδυτές απαιτούν απόδοση 24% από τη μετοχή της εταιρίας. Να βρεθεί η οικονομική (παρούσα) αξία της επένδυσης.

**Λύση:**

Από εκφώνηση έχουμε:

- Κέρδη Ανά Μετοχή ΚΑΜ ή E= 5€
- Ποσοστό διανομής κερδών d= 0,6
- Απόδοση Ιδίων Κεφαλαίων ROE = 0,10

Ενημερωτικά:

$$ROE = \frac{\text{Κέρδη}}{\text{Ίδια Κεφάλαια}}$$

- Απαιτούμενη απόδοση από τους επενδυτές  $k_m=0,24$  ή  $k_m= 24\%$ .

Επειδή η εκφώνηση δε μας δίνει στοιχεία για την πορεία των μερισμάτων σε πεπερασμένο χρονικό διάστημα, τεκμαίρεται ότι ο ρυθμός μεγέθυνσής τους ισχύει στο **διηλεκές**.

Κατά συνέπεια, επειδή το μέρισμα αυξάνεται με έναν **σταθερό ρυθμό για πάντα**, θα βρω την τιμή της μετοχής από τον τύπο του Gordon:

$$P_0 = \frac{D_1}{κμ - g} \quad (1)$$

$$D_1 = D_0 * (1 + g) \quad (2)$$

Το τρέχον μέρισμα ανά μετοχή  $D_0$  καθώς και το ρυθμό μεταβολής  $g$  θα χρειαστεί να τα υπολογίσω:

**Εύρεση τρέχοντος Μερίσματος Ανά Μετοχή MAM ή  $D_0$**

$$D_0 = KAM_0 * d = 5 * 0,6 = 3$$

**Εύρεση ρυθμού μεγέθυνσης  $g$ :**

$$g = ROE * b \Leftrightarrow g = ROE * (1 - d) \Leftrightarrow g = 0,10 * 0,40 \Leftrightarrow g = 0,04 \text{ ή } 4\%$$

$b$ : ποσοστό παρακράτησης κερδών

Οπότε, η (2) γίνεται:

$$D_1 = D_0 * (1 + g) = 3 * (1 + 0,04) = 3,12$$

Κατά συνέπεια, η (1) γίνεται:

$$P_0 = \frac{D_1}{κμ - g} \Leftrightarrow P_0 = \frac{3,12}{0,24 - 0,04} \Leftrightarrow P_0 = 15,6\text{€}$$

### Άσκηση 3

Η εταιρία Α διανέμει κάθε χρόνο σταθερό μέρισμα ίσο με 2 € ανά μετοχή. Εάν η απαιτούμενη απόδοση για τη μετοχή είναι 10% Ποια η Παρούσα αξία της μετοχής της εταιρίας.

**Λύση:**

Έχουμε σταθερό μέρισμα κάθε χρόνο. Επομένως έχουμε υπόδειγμά μηδενικής μεγέθυνσης μερισμάτων και εφαρμόζουμε το σχετικό τύπο για να βρούμε την παρούσα αξία της μετοχής:

$$P_0 = \frac{D_1}{κμ - g} = \frac{D_0(1 + g)}{κμ - g} \xrightarrow{g=0} P_0 = \frac{D_0}{κμ} = \frac{2}{0,10} = 20$$

#### Άσκηση 4

Μια μετοχή έχει σημερινά κέρδη ανά μετοχή 2 € τα οποία αναμένονται να αυξάνονται για πάντα με σταθερό ρυθμό 5%. Το ποσοστό καταβολής των μερισμάτων είναι 50% και η απαιτούμενη απόδοση της μετοχής είναι 20%. Να βρεθεί η τιμή της μετοχής σήμερα καθώς και η τιμή της μετοχής μετά από 1 χρόνο

**Λύση:**

Από τη στιγμή που βλέπω ότι έχω κέρδη μπορώ να βρω τα μερίσματα βάσει του τύπου

#### **ΣΧΕΣΗ ΜΕΡΙΣΜΑΤΩΝ D ΚΑΙ ΚΕΡΔΩΝ E:**

$$D_0 = E_0 * d, D_1 = E_1 * d, D_2 = E_2 * d \text{ κ.ο.κ}$$

Το ποσοστό καταβολής των μερισμάτων δεν είναι άλλο από το ποσοστό διανεμηθέντων d κερδών  
Επομένως

$$D_0 = E_0 * d \Leftrightarrow D_0 = 2 * 50\% \Leftrightarrow D_0 = 1$$

$$D_1 = D_0(1 + g) \Leftrightarrow D_1 = 1(1 + 5\%) \Leftrightarrow D_1 = 1,05$$

$$P_0 = \frac{D_1}{κμ-g} \Leftrightarrow P_0 = \frac{1,05}{20\%-5\%} \Leftrightarrow P_0 = 7$$

Η τιμή μετά από έναν χρόνο θα είναι

$$P_1 = \frac{D_2}{κμ-g}$$

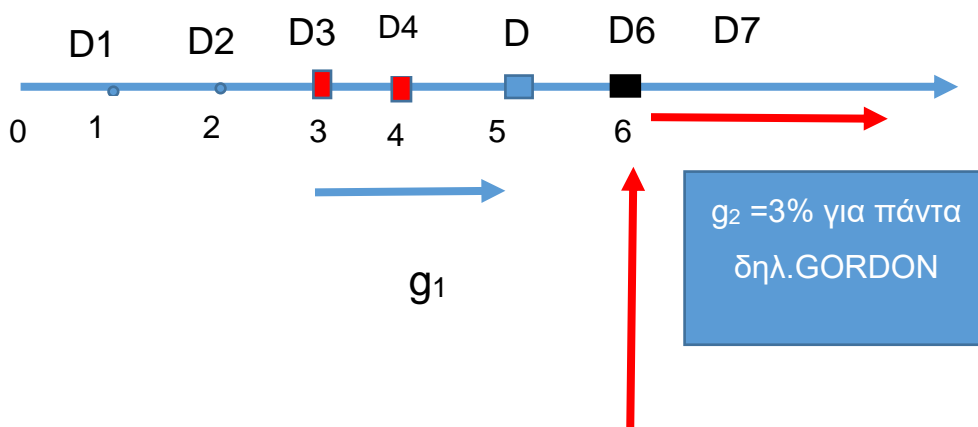
$$D_2 = D_1(1 + g) \Leftrightarrow D_2 = 1,05 * (1 + 5\%) \Leftrightarrow D_2 = 1,1025$$

$$P_1 = \frac{D_2}{κμ-g} \Leftrightarrow P_1 = \frac{1,1025}{20\%-5\%} \Leftrightarrow P_1 = 7,35$$



## Άσκηση 5

Μια μετοχή διανέμει μέρισμα για τα τρία πρώτα χρόνια 1€, 2€, 3€ αντίστοιχα. Από το 3 έτος έως το 6 το μέρισμα αναμένεται να αυξάνεται με ρυθμό 5% ενώ από τον 6 χρόνο και μετά το μέρισμα θα αυξάνεται με σταθερό ρυθμό για πάντα 3%. Η απόδοση που ζητούν οι μέτοχοι είναι 20%. Να βρεθεί η τιμή της μετοχής σήμερα και μετά από 2 χρόνια.



### ΛΥΣΗ

ΠΑΡΑΤΗΡΩ ΟΤΙ ΑΠΟ ΤΟΝ 6 ΧΡΟΝΟ ΚΑΙ ΜΕΤΑ ΤΟ ΜΕΡΙΣΜΑ ΑΥΞΑΝΕΤΑΙ ΜΕ ΣΤΑΘΕΡΟ ΡΥΘΜΟ ΓΙΑ ΠΑΝΤΑ, ΕΠΟΜΕΝΩΣ ΕΚΕΙ ΑΡΧΙΖΕΙ Ο ΤΥΠΟΣ ΤΟΥ GORDON.

Επομένως θα βρω την τιμή στον έκτο χρόνο ως

$$P_6 = \frac{D_7}{k - g_2}$$

όπου  $g_2$  από τον τύπο του Gordon καθώς και το μέρισμα  $D_7 = D_6 * (1 + g_2)$

Οπότε θα πρέπει να βρω τα μερίσματα

Είναι

$$D_1 = 1 \text{ και } D_2 = 2 \text{ και } D_3 = 3$$

$$D_4 = D_3(1 + g_1) \Leftrightarrow D_4 = 3 * (1 + 5\%) \Leftrightarrow D_4 = 3,15$$

$$D_5 = D_4(1 + g_1) \Leftrightarrow D_5 = 3,15 * (1 + 5\%) \Leftrightarrow D_5 = 3,3075$$

$$D_6 = D_5(1 + g_1) \Leftrightarrow D_6 = 3,3075 * (1 + 5\%) \Leftrightarrow D_6 = 3,4728$$

### ΠΡΟΣΟΧΗ ΣΟΣ

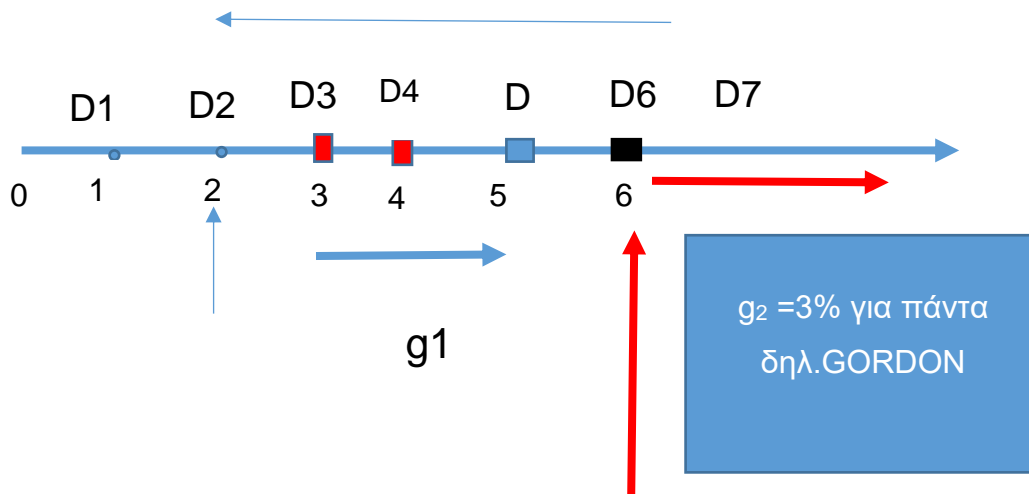
$$D_7 = D_6 * (1 + g_2) \Leftrightarrow D_7 = 3,4728 * (1 + 0,03) \Leftrightarrow D_7 = 3,577$$

$$P_6 = \frac{D_7}{κμ - g_2} \Leftrightarrow P_6 = \frac{3,577}{0,20 - 0,03} \Leftrightarrow P_6 = 21,04$$

$$P_0 = \frac{1}{(1+0,2)} + \frac{2}{(1+0,2)^2} + \frac{3}{(1+0,2)^3} + \frac{3,15}{(1+0,2)^4} + \frac{3,3075}{(1+0,2)^5} + \frac{3,4728}{(1+0,2)^6} + 21,04 \frac{1}{(1+0,2)^6} \Leftrightarrow$$

$$P_0 = 15,015$$

Για να βρούμε την τιμή στο χρόνο 2 θα πρέπει να προεξοφλήσουμε τα μερίσματα μέχρι το 2 έτος



$$P_2 = \frac{D_2}{(1+K)^0} + \frac{D_3}{(1+K)} + \frac{D_4}{(1+K)^2} + \frac{D_5}{(1+K)^3} + \frac{D_6 + P_6}{(1+K)^4} \Leftrightarrow$$

$$P_2 = 2 + \frac{3}{(1+0,2)^1} + \frac{3,15}{(1+0,2)^2} + \frac{3,3075}{(1+0,2)^3} + \frac{3,4728}{(1+0,2)^4} + 21,04 * \frac{1}{(1+0,2)^4} \Leftrightarrow P_2 = 20,4229$$

## WACC

### 2013-14 Επαναληπτικές – Θέμα 2

Η ΕΠΙΧΕΙΡΗΣΗ alpha έχει σήμερα 100.000 μετοχές. Η τρέχουσα τιμή της μετοχής της είναι 12€ και το μέρισμα της παρούσας χρήσης είναι 2€. Ο ρυθμός αύξησης των κερδών και των μερισμάτων αναμένεται να είναι σταθερός στο 3%. Επιπλέον, η εταιρεία έχει ομολογιακό δάνειο αποτελούμενο από 10.000 ομολογίες ονομαστικής αξίας 100€ (ανά ομολογία) και τρέχουσας αξίας 85€ (ανά ομολογία). Η απόδοση στη λήξη έχει υπολογισθεί στο 6%. Η εταιρεία έχει τραπεζικό δάνειο που ανέρχεται σε 500.000€ με επιτόκιο 7%. Ο συντελεστής φορολογίας είναι 35%. Υποθέτουμε ότι η επιχείρηση είναι κερδοφόρα

A) Να υπολογίσετε το κόστος του υπάρχοντος μετοχικού κεφαλαίου και κερδών και το κόστος του ομολογιακού κεφαλαίου.

B) Να υπολογίσετε το Συνολικό κόστος κεφαλαίου της επιχείρησης σε τρέχουσες αξίες, με τη παρούσα κεφαλαιακή δομή

Γ) Να εξηγήσετε

- i. τι εννοούμε με το Συνολικό κόστος κεφαλαίου (ΣΚ Ή ΜΣΚΚ)
- ii. πως χρησιμοποιούμε το ΣΚ όταν αξιολογούμε επενδύσεις με τις μεθόδους τις ΚΠΑ και του EBA;
- iii. τι προϋποθέτει η σωστή χρήση του ΣΚ για την αξιολόγηση των επενδύσεων

## Λύση

### Ερώτημα Α

Ο τύπος του Gordon ή Το υπόδειγμα Gordon **υπολογίζει τη τιμή** μιας μετοχής της οποίας τα μερίσματα αυξάνονται με έναν σταθερό ρυθμό **ΓΙΑ ΠΑΝΤΑ**

Όπου  $P$  = η τιμή της μετοχής ,  $d_0$  = μέρισμα που μόλις διανεμήθηκε , ή μέρισμα της τρέχουσας περιόδου ή τρέχον μέρισμα

$g$  = σταθερος ρυθμός μεγέθυνσης

**$K_m$  = απόδοση** που απαιτούν οι μέτοχοι ή κόστος του μετοχικού κεφαλαίου.

Επομένως, συνδυάζει δεδομένα όπως Διανομή μερίσματος ή άλλη έκφραση το τρέχον μέρισμα είναι « το οποίο αυξάνεται με **σταθερό ΡΥΘΜΟ για ΠΑΝΤΑ**»

Από τον τύπο του Gordon, είναι:

$$P_0 = \frac{D_1}{K_\mu - g} \text{ όπου στην άσκηση μας είναι άγνωστο το } K_\mu$$

Λύνοντας ως προς  $K_\mu$  θα είναι:

$$P = \frac{D_1}{K_\mu - g} \Leftrightarrow K_\mu - g = \frac{D_1}{P} \Leftrightarrow$$

$$K_\mu = \frac{D_1}{P} + g \Leftrightarrow K_\mu = \frac{D_0(1+g)}{P} + g \Leftrightarrow$$

$$K_\mu = \frac{2*(1+0,03)}{12} + 0,03 \Leftrightarrow K_\mu = 20,2\%$$

Για το κόστος του ομολογιακού δάνειου παρατηρώ ότι μου δίνεται η απόδοση στη λήξη που έχει υπολογισθεί στο 6%, ενώ μου δίνεται και ο φορολογικός συντελεστής. Κατά συνέπεια, το κόστος του ομολογιακού δανείου  $K_{οδμφ}$  θα είναι κόστος μετά από φόρους:

$$K_{οδμφ} = K_\delta * (1 - \Phi_\sigma) \Leftrightarrow K_{οδμφ} = 6\% * (1 - 0,35) \Leftrightarrow K_{οδμφ} = 3,9\%$$

### Ερώτημα Β

Για το μετοχικό κεφάλαιο γνωρίζουμε ότι προκύπτει ως το γινόμενο των μετοχών επί την τιμή της μετοχής:

$$MK = 100.000 * 12\text{€} = 1.200.000\text{€}$$

Το ομολογιακό δάνειο ΟΔ θα προκύψει ως αριθμός ομολογιών επί την αξία κάθε ομολογίας:

$$O\Delta = 10.000 * 85 = 850.000\text{€}$$

Δεδομένου ότι έχουμε τραπεζικό δανεισμό  $T\Delta = 500.000$

επομένως το συνολικό κεφάλαιο είναι

$$MK + O\Delta + T\Delta = 1200.000 + 850.000 + 500.000 = 2.550.00$$

Παρατήρηση!

Στις περισσότερες ασκήσεις είχαμε δύο μόνο πηγές του Συνολικού Κεφαλαίου: Μετοχικό Κεφάλαιο και είτε Ομολογιακό Δανεισμό ή Τραπεζικό Δανεισμό. Ο τύπος του WACC ή ΜΣΚΚ ήταν:

$$ΜΣΚΚ = κμ * \frac{ΜΚ}{ΜΚ+ΔΚ} + κδ(1 - ΦΣ) * \frac{ΔΚ}{ΜΚ+ΔΚ}$$

Εδώ όμως, το συνολικό μου κεφάλαιο απαρτίζεται και από τις τρεις αυτές πηγές

Επομένως, ο τύπος του WACC ή ΜΣΚΚ γίνεται:

$$ΜΣΚΚ = κμ * \frac{ΜΚ}{ΜΚ+ΟΔ+ΤΔ} + κ_{ΟΔ}(1 - ΦΣ) * \frac{ΟΔ}{ΜΚ+ΟΔ+ΤΚ} + κ_{ΤΔ}(1 - ΦΣ) * \frac{ΤΔ}{ΜΚ+ΔΚ+ΤΔ} \Leftrightarrow$$

$$ΜΣΚΚ = \frac{1200.000}{2.550.000} * 20,2\% + \frac{850.000}{2.550.000} * 6\%(1 - 0,35) + \frac{500.000}{2.550.000} * 7\%(1 - 0,35) = 11,69\%$$

Ερώτημα Γι)

**Με τον όρο κόστος κεφαλαίου (WACC)** εννοούμε την απόδοση που απαιτούν αυτοί που χρηματοδοτούν τις επενδύσεις των επιχειρήσεων (μέτοχοι αγοραστές ομολόγων τράπεζες). Εναλλακτικά, ως **κόστος κεφαλαίου μπορούμε να θεωρήσουμε την ελάχιστη απόδοση** που θα πρέπει να επιτύχουν οι επενδύσεις μιας εταιρίας για να γίνουν αποδεκτές.

Ερώτημα Γii)

Το κόστος κεφαλαίου ως αναπόσπαστο συστατικό στοιχείο στη διαδικασία αξιολόγησης επενδύσεων, **είναι ουσιαστικά το προεξοφλητικό επιτόκιο** το οποίο χρησιμοποιούμε για τον **προσδιορισμό της καθαρής παρούσας αξίας**. Εναλλακτικά, **αν ως κριτήριο αξιολόγησης** χρησιμοποιείται ο εσωτερικός βαθμός απόδοσης, τότε ο ΕΒΑ της επένδυσης συγκρίνεται με το κόστος κεφαλαίου.

Ερώτημα Γiii)

Η ΣΩΣΤΗ χρησιμοποίηση του ΜΣΚΚ (WACC) για την αξιολόγηση επενδύσεων προϋποθέτει ότι:

1. Οι νέες επενδύσεις είναι στην ίδια κατηγορία κίνδυνου με τα υπάρχοντα πάγια της επιχείρησης .
2. Η υπάρχουσα διάρθρωση του κεφαλαίου είναι άριστη. Δηλαδή, η σχέση μεταξύ ΜΚ και ΔΚ είναι τέτοια ώστε το WACC να είναι το μικρότερο δυνατό.

3. Η χρηματοδότηση των νέων επενδύσεων δεν μεταβάλλει την υπάρχουσα χρηματοδότηση της εταιρείας

### Γραπτή Εργασία 1 2017-2018 Θέμα 2

#### ΘΕΜΑ 2<sup>A</sup>

Σύμφωνα με τα οικονομικά στοιχεία της ΜΙΝΩΑ Α.Ε., η εταιρία παρουσιάζει ένα μέσο σταθμικό κόστος κεφαλαίου 15%. Το κόστος προ φόρων του ομολογιακού δανείου είναι 10%, η οικονομική αξία της μετοχής είναι €4 ενώ το μέρισμα ανά μετοχή του επόμενου έτους εκτιμάται ότι θα είναι €0,5 το οποίο αναμένεται να αυξάνεται με σταθερό ποσοστό  $g$  για πάντα. Η εταιρία έχει μια κεφαλαιουχική διάρθρωση που αποτελείται από 60% μετοχικό κεφάλαιο και 40% ομολογιακό δανεισμό. Ο φορολογικός συντελεστής των κερδών είναι 25%. Να υπολογίσετε το σταθερό ποσοστό αύξησης  $g$  των μερισμάτων της επιχείρησης.

#### Λύση:

Μας δίνεται ότι:

Μέσο σταθμικό κόστος κεφαλαίου  $WACC = 0,15$

Κόστος προ φόρων ομολογιακών δανείων  $k_d = 0,1$

Οικονομική αξία της μετοχής  $P_0 = 4€$

Μέρισμα ανά μετοχή επόμενου χρόνου  $d_1 = 0,5$

Κεφαλαιουχική διάρθρωση:

- Ποσοστό Μετοχικού Κεφαλαίου  $\frac{MK}{MK+\Delta K} = 0,6$
- Ποσοστό Ομολογιακού Δανείου  $\frac{\Delta K}{MK+\Delta K} = 0,4$

Φορολογικός Συντελεστής  $\Phi\Sigma = 0,25$

Από τη στιγμή που προβλέπεται παντοτινή αύξηση μερισμάτων με σταθερό ρυθμό  $g$ , πρόκειται για μια δυναμική εταιρεία. Συνεπώς, το υπόδειγμα Gordon είναι κατάλληλο για την αποτίμηση της μετοχής:

$$P_0 = \frac{d_1}{k_\mu - g} \quad (1)$$

Όπου  $\kappa_{\mu}$ : κόστος μετοχικού κεφαλαίου (απόδοση που απαιτούν οι μέτοχοι) το οποίο θα το βρούμε κάνοντας χρήση του τύπου:

$$WACC = \kappa_{\mu} * \frac{MK}{MK+\Delta K} + \kappa_{\delta} * (1 - \Phi\Sigma) * \frac{\Delta K}{MK+\Delta K}$$

Αντικαθιστώντας έχουμε:

$$0,15 = \kappa_{\mu} * 0,6 + 0,1 * (1 - 0,25) * 0,4$$

$$0,15 = \kappa_{\mu} * 0,6 + 0,03$$

$$\kappa_{\mu} = 0,2$$

Κατά συνέπεια, η (1) γίνεται:

$$4 = \frac{0,5}{0,2-g} \rightarrow 0,8 - 4g = 0,5 \rightarrow 0,3 = 4g \rightarrow g = 0,075 \text{ ή } g = 7,5\%$$

#### ΘΕΜΑ 2<sup>B</sup>

Η εταιρεία TEMENIA ΑΕ θεωρεί ότι μια άριστη σύνθεση του δείκτη συνολικών υποχρεώσεων προς ίδια κεφάλαια είναι της τάξης του 0.60. Το κόστος των ιδίων κεφαλαίων είναι 17% ενώ το προ-φόρων κόστος δανεισμού είναι 8%. Ο φορολογικός συντελεστής της εταιρίας είναι 40%. Υπολογίσετε το μέσο σταθμικό κόστος κεφαλαίου (WACC) της εταιρίας.

#### Λύση:

Το συνολικό κεφάλαιο της εταιρίας αποτελείται από Δανειακά ΔΚ (συνολικές υποχρεώσεις) και Ίδια Κεφάλαια ΙΚ.

Μας δίνεται ότι:

$$\frac{\Delta K}{IK} = 0,6 \rightarrow \Delta K = 0,6 * IK \text{ (1)}$$

Γνωρίζουμε ότι το μέσο σταθμικό κόστος κεφαλαίου της εταιρίας υπολογίζεται από τον παρακάτω τύπο:

$$WACC = \kappa_{\mu} * \frac{IK}{IK+\Delta K} + \kappa_{\delta} * (1 - \Phi\Sigma) * \frac{\Delta K}{IK+\Delta K}$$

Όπου:

$\kappa_{\mu}$ : το κόστος των ΙΚ

$\kappa_{\delta}$ : το προ φόρων κόστος δανεισμού

ή από (1):

$$WACC = \kappa_{\mu} * \frac{IK}{IK+0,6*IK} + \kappa_{\delta} * (1 - \Phi\Sigma) * \frac{0,6*IK}{IK+0,6*IK}$$

$$WACC = 0,17 * \frac{IK}{1,6*IK} + 0,08 * (1 - 0,4) * \frac{0,6*IK}{1,6*IK}$$

$$WACC = 0,10625 + 0,018$$

$$WACC = 0,12425 \text{ ή } 12,425\%$$