ΘΕΜΑΤΙΚΗ ΕΝΟΤΗΤΑ ΔΕΟ 13

Eclass4U

The best Choice for you

ΘΕΩΡΙΑ ΠΙΘΑΝΟΤΗΤΩΝ

ΗΜΕΡΟΜΗΝΙΑ ΑΝΑΡΤΗΣΗΣ:17-01-22

ΣΥΝΤΑΚΤΗΣ: ΣΠΥΡΟΣ ΒΛΑΧΟΠΟΥΛΟΣ

Eclass4U
The best Choice for you

ΘΕΡΜΟΠΥΛΩΝ 17
ΠΕΡΙΣΤΕΡΙ

100Μ ΑΠΟ ΤΗ ΣΤΑΣΗ ΜΕΤΡΟ «ΠΕΡΙΣΤΕΡΙ»

ΤΗΛΕΦΩΝΟ: 210-5711484
ΚΙΝΗΤΟ: 6970401981
EMAIL:grammateia.eclass4u@gmail.com
ΤΟΠΟΘΕΣΙΑ WEB : www.eclass4u.gr
SOCIAL MEDIA:

ΘΕΩΡΙΑ ΠΙΘΑΝΟΤΗΤΩΝ

Πολλά φαινόμενα, όταν επαναλαμβάνονται κάτω από τις ίδιες συνθήκες, οδηγούν στο ίδιο ακριβώς αποτέλεσμα. Για παράδειγμα, αν αφήσουμε ένα αντικείμενο να πέσει από συγκεκριμένο ύψος και υπό την επίδραση της βαρύτητας, σε κενό, θα φτάσει στο έδαφος μετά από συγκεκριμένο χρόνο t, όσες φορές κι αν επαναλάβουμε την διαδικασία. Αν θερμάνουμε αποσταγμένο νερό στους 100 βαθμούς Κελσίου και σε πίεση μιας ατμόσφαιρας, το νερό θα βράσει. Τέτοια πειράματα, των οποίων το αποτέλεσμα είναι πλήρως καθορισμένο υπό συγκεκριμένες συνθήκες, ονομάζονται **αιτιοκρατικά**.

Υπάρχουν, όμως, και πειράματα των οποίων το αποτέλεσμα δεν είναι εκ των προτέρων γνωστό, ακόμα κι αν εκτελούνται υπό τις (φαινομενικά) ίδιες συνθήκες. **Τέτοια πειράματα ονομάζονται πειράματα τύχης ή τυχαία πειράματα.**

Ένα απλό παράδειγμα ενός πειράματος τύχης είναι η ρίψη ενός κέρματος. Δεν γνωρίζουμε το αποτέλεσμά του, παρόλα αυτά γνωρίζουμε ότι θα είναι ένα από τα «Κ» (κεφαλή) ή «Γ» (γράμματα), δηλαδή το αποτέλεσμα θα ανήκει στο σύνολο {Κ,Γ}. Ένα άλλο παράδειγμα είναι η ρίψη ενός ζαριού. Δεν μπορούμε να προβλέψουμε το αποτέλεσμα της ρίψης, όμως γνωρίζουμε ότι το αποτέλεσμα θα είναι ένα από τα 1,2,3,4,5 ή 6, δηλαδή θα ανήκει στο σύνολο {1, 2, 3, 4, 5, 6}

Το σύνολο όλων των δυνατών αποτέλεσμα των στις τυχαίου πειράματος ονομάζεται δειγματικός χώρος (τον συμβολίζουμε είτε με Ω είτε S) .

Έτσι, ο δειγματικός χώρος για το πείραμα στις ρίψης στις νομίσματος είναι $S = \{Κ, Γ\}$, ενώ ο δειγματικός χώρος για την ρίψη στις ζαριού είναι $S = \{1,2,3,4,5,6\}$.

<u>Ενδεχόμενο είναι οποιοδήποτε υποσύνολο του δειγματικού χώρου.</u> Για παράδειγμα, στο πείραμα της ρίψης του ζαριού, τα σύνολα Α={2,4,6} (το αποτέλεσμα να είναι άρτιος) ή Β={4,5,6} (το αποτέλεσμα να είναι τουλάχιστον 4) είναι ενδεχόμενα, αφού είναι υποσύνολα του δειγματικού χώρου S.

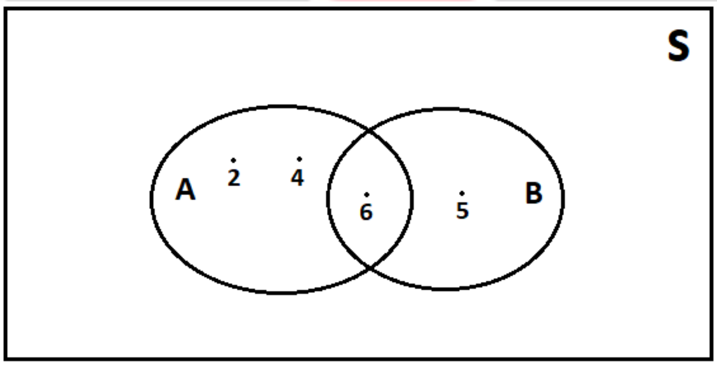
Όταν το αποτέλεσμα ενός πειράματος τύχης είναι στοιχείο ενός ενδεχομένου, τότε λέμε ότι το ενδεχόμενο αυτό **πραγματοποιείται**. Για αυτό το λόγο, **τα στοιχεία ενός ενδεχομένου λέγονται και ευνοϊκές περιπτώσεις** για την πραγματοποίησή του. Έτσι, στο πείραμα της ρίψης του ζαριού, το ενδεχόμενο Α={2,4,6} έχει τρεις ευνοϊκές περιπτώσεις και πραγματοποιείται όταν φέρουμε 2 ή 4 ή 6.

Ακόμα και ο δειγματικός χώρος S θεωρείται ενδεχόμενο και μάλιστα ονομάζεται **βέβαιο ενδεχόμενο**, αφού όποιο κι αν είναι το αποτέλεσμα του πειράματος, θα είναι στοιχείο του δειγματικού χώρου.

Το πλήθος των στοιχείων ενός ενδεχομένου Α συμβολίζεται με $\mathrm{N}(\mathrm{A})$. Συνεπώς, αν $\mathrm{S} = \{1,2,3,4,5,6\}$ και Α={2,4,6} τότε $\mathrm{N}(\mathrm{A}) = 3$ και $\mathrm{N}(\mathrm{S}) = 6$.

Για την απεικόνιση των ενδεχομένων ενός δειγματικού χώρου Ω ή S χρησιμοποιείται το **διάγραμμα Venn**. Αποτελείται, συνήθως από ένα ορθογώνιο που συμβολίζει τον δειγματικό χώρο S και από μια ή περισσότερες κλειστές γραμμές (συνήθως κύκλους) που συμβολίζουν τα ενδεχόμενα. Ο κάθε κύκλος/ενδεχόμενο θεωρούμε ότι περικλείει τα στοιχεία του ενδεχομένου. Αν επιστρέψουμε στο παράδειγμα της ρίψης ενός ζαριού, όπου όπως έχουμε δει ο δειγματικός χώρος είναι ο

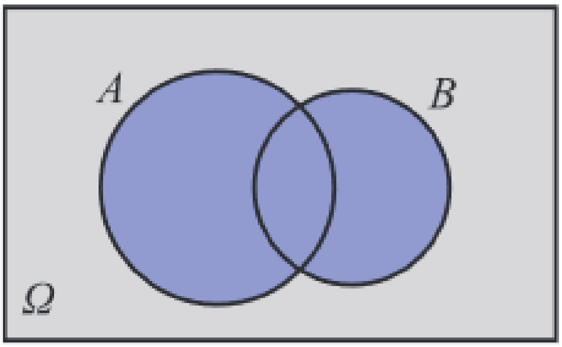
$\mathrm{S} = \{1,2,3,4,5,6\}$ κι αν επιπλέον θεωρήσουμε τα ενδεχόμενα Α: «το αποτέλεσμα είναι άρτιος αριθμός» και Β: «το αποτέλεσμα να είναι αριθμός μεγαλύτερος του 4», τότε είναι προφανές ότι Α={2,4,6} και Β={5,6}. Το διάγραμμα Venn, σε αυτήν την περίπτωση, είναι το παρακάτω



Στο εξής, στα διαγράμματα Venn δε θα απεικονίζονται ξεχωριστά τα επιμέρους στοιχεία των ενδεχομένων, θα θεωρούμε απλά ότι αυτά περικλείονται από τον αντίστοιχο κύκλο.

ΠΡΑΞΕΙΣ ΜΕ ΕΝΔΕΧΟΜΕΝΑ

ΕΝΩΣΗ 2 ΕΝΔΕΧΟΜΕΝΩΝ



$A \cup B$

Συμβολίζουμε την πράξη στις Ένωσης με $A \cup B$ και την διαβάζουμε « Α ένωση Β». **Οι βασικές λέξεις κλειδιά που υποδηλώνουν την ένωση είναι το διαζευκτικό «ή» στις και το «τουλάχιστον» (πραγματοποιείται τουλάχιστον ένα από τα δυο ενδεχόμενα).**

Το ενδεχόμενο $A \cup B$ περιέχει τα κοινά και μη κοινά στοιχεία των Α και Β και πραγματοποιείται όταν πραγματοποιείται το Α ή όταν πραγματοποιείται το Β ή όταν πραγματοποιούνται και τα δυο ταυτόχρονα.

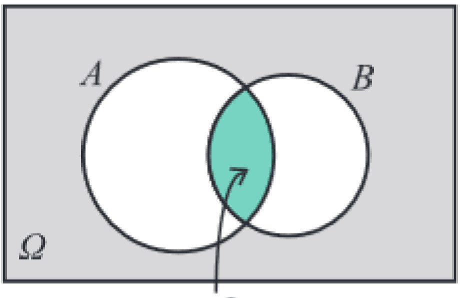
Παράδειγμα

Αν Α={1,2} και Β={2,3,4} ΤΟΤΕ $A \cup B$ ={1,2,3,4}

ΤΟΜΗ ΔΥΟ ΕΝΔΕΧΟΜΕΝΩΝ

Η τομή δυο ενδεχομένων Α και Β είναι το ενδεχόμενο που περιέχει **τα κοινά στοιχεία** των Α και Β και συμβολίζεται με $A \cap B$, ενώ πραγματοποιείται όταν πραγματοποιούνται **συγχρόνως** τα Α και Β . **Οι βασικές λέξεις κλειδιά που υποδηλώνουν την τομή είναι το «και», το «συγχρόνως», το «ταυτόχρονα» κλπ.**

SITE: www.Eclass4U.gr
Τ. 210-5711484 ΚΙΝ. 6970401981
E-MAIL:grammateia.eclass4u@gmail.com



$A \cap B$

Παράδειγμα

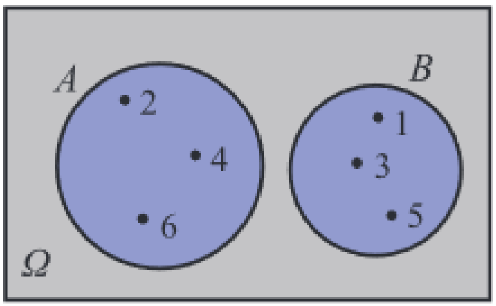
Αν Α={1,3,5} και Β={1,2,5,6}. Τότε, $\mathrm{A} \cap \mathrm{B}$={1,5}

ΑΣΥΜΒΙΒΑΣΤΑ (Η ΞΕΝΑ ΜΕΤΑΞΥ ΣΤΙΣ) ΕΝΔΕΧΟΜΕΝΑ

Δυο ενδεχόμενα λέγονται **ασυμβίβαστα ή ξένα** μεταξύ στις αν δεν έχουν κοινά στοιχεία δηλαδή αν η τομή στις είναι το κενό σύνολο (το σύνολο, δηλαδή που δεν περιέχει κανένα στοιχείο), δηλαδή αν

$\mathrm{A} \cap \mathrm{B} = \emptyset$

Για παράδειγμα, στο πείραμα ρίψης στις ζαριού, αν Α είναι το ενδεχόμενο να έρθει άρτιος αριθμός και Β το ενδεχόμενο να έρθει περιττός αριθμός, τότε Α={2,4,6} και Β={1,3,5}. Είναι προφανές ότι τα Α και Β δεν έχουν κοινά στοιχεία, επομένως $A \cap B = \emptyset$, κι ως εκ τούτου τα Α και Β είναι **ασυμβίβαστα** (ή ξένα) μεταξύ στις.

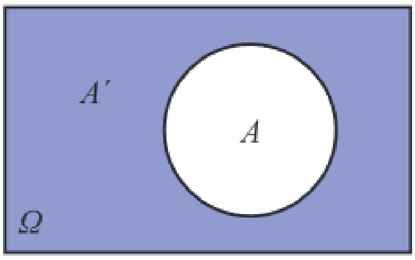


$A \cap B = \emptyset$

SITE: www.Eclass4U.gr
Τ. 210-5711484 ΚΙΝ. 6970401981
E-MAIL:grammateia.eclass4u@gmail.com

ΑΝΤΙΘΕΤΟ ΕΝΔΕΧΟΜΕΝΟ (Η ΣΥΜΠΛΗΡΩΜΑ ΕΝΔΕΧΟΜΕΝΟΥ)

Το αντίθετο στις ενδεχομένου Α, το οποίο συμβολίζεται με Α', πραγματοποιείται όταν δεν πραγματοποιείται το Α. Χαρακτηριστική φράση που παραπέμπει στο αντίθετο ενδεχόμενο : «**όχι Α**». Το Α' αποτελείται από όλα τα στοιχεία του δειγματικού χώρου αν αφαιρέσουμε τα στοιχεία του Α.

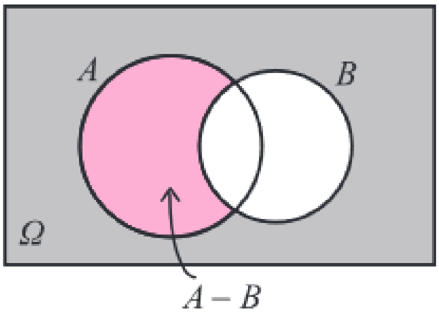


Παράδειγμα

Στο πείραμα στις ρίψης του ζαριού, με S={1,2,3,4,5,6}, αν Α={1,4,5} τότε Α' = {2,3,6}

ΔΙΑΦΟΡΑ ΕΝΔΕΧΟΜΕΝΩΝ

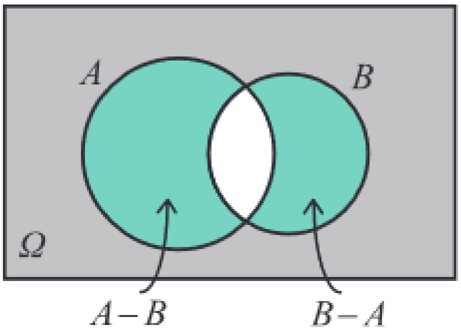
Έστω δυο ενδεχόμενα Α,Β τότε η διαφορά ενδεχομένων Α-Β θα διαβάζεται «η διαφορά του Β από τον Α» και **πραγματοποιείται το Α αλλά όχι το Β**. Χαρακτηριστική φράση η οποία παραπέμπει σε διαφορά ενδεχομένων είναι η «πραγματοποιείται **μόνο** το ένα ενδεχόμενο».



Από το παραπάνω διάγραμμα του Venn μπορούμε να αντιληφθούμε ότι «πραγματοποιείται **ΜΟΝΟ** το Α». Είναι προφανές ότι **Α-Β=** $\mathbf{A \cap B'}$

-Είναι πολύ χρήσιμο να ξέρουμε να εκφράζουμε με σύνολα στις φράσεις «πραγματοποιείται μόνο ένα» από δυο δεδομένα ενδεχόμενα στις και «δεν πραγματοποιείται κανένα ενδεχόμενο από τα δυο».

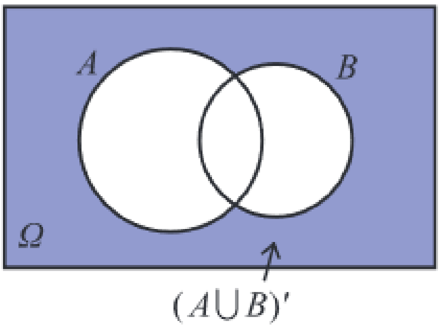
Το ενδεχόμενο να πραγματοποιείται «**μόνο ένα από τα A και B**» αποτυπώνεται σε διάγραμμα του Venn ως εξής :



Παρατηρούμε ότι εξαιρείται η τομή των A και B, γιατί εκεί πραγματοποιούνται και το A και το B ταυτόχρονα. Θέλουμε να πραγματοποιηθεί **μόνο το A ή μόνο το B**. Επομένως στις ενδιαφέρει η ένωση (λέξη κλειδί το διαζευκτικό ή) του A-B (μόνο A) και του B-A (μόνο B).

Δηλαδή, **(A-B)**∪**(B-A)** και, με χρήση του δεύτερου τύπου από την διαφορά ενδεχομένων, $(\mathbf{A} \cap \mathbf{B}') \cup (\mathbf{B} \cap \mathbf{A}')$

Στην δεύτερη περίπτωση που αναφέραμε, δηλαδή «**δεν πραγματοποιείται κανένα από τα A και B**», το διάγραμμα του Venn που στις διευκολύνει να εντοπίσουμε το ζητούμενο ενδεχόμενο είναι το παρακάτω.



Το ζητούμενο ενδεχόμενο πραγματοποιείται όταν το αποτέλεσμα του πειράματος ανήκει στο γραμμοσκιασμένο πεδίο, εξαιρώντας από τον δειγματικό χώρο όλα τα στοιχεία στις ένωσης των A και B. Επομένως, αναζητούμε το **αντίθετο ενδεχόμενο στις ένωσης** των A και B (όχι $A \cup B$). Δηλαδή το $(\mathbf{A} \cup \mathbf{B})'$**.**

Επιπλέον, από το διάγραμμα Venn μπορούμε να διακρίνουμε ότι ισχύει $(\mathrm{A} \cup \mathrm{B})' = \mathrm{A}' \cap \mathrm{B}'$

SITE: www.Eclass4U.gr
Τ. 210-5711484 ΚΙΝ. 6970401981
E-MAIL:grammateia.eclass4u@gmail.com

Αν ω είναι το αποτέλεσμα στις πειράματος τύχης, και Α,Β δυο ενδεχόμενά του, τότε ο παρακάτω πίνακας περιέχει πιθανές εκφράσεις που μπορούν να διατυπωθούν με την βοήθεια συνόλων.

Το ενδεχόμενο A πραγματοποιείται	$\omega \in A$
Το ενδεχόμενο A δεν πραγματοποιείται	$\omega \in A'$ (ή $\omega \notin A$)
Ένα τουλάχιστον από τα A και B πραγματοποιείται	$\omega \in A \cup B$
Πραγματοποιούνται αμφότερα τα A και B	$\omega \in A \cap B$
Δεν πραγματοποιείται κανένα από τα A και B	$\omega \in (A \cup B)'$
Πραγματοποιείται μόνο το A	$\omega \in A - B$ (ή $\omega \in A \cap B'$)
Η πραγματοποίηση του A συνεπάγεται την πραγματοποίηση του B	$A \subseteq B$

SITE: www.Eclass4U.gr
Τ. 210-5711484 ΚΙΝ. 6970401981
E-MAIL:grammateia.eclass4u@gmail.com

1η ΑΣΚΗΣΗ ΚΑΤΑΝΟΗΣΗΣ ΔΕΙΓΜΑΤΙΚΟΥ ΧΩΡΟΥ - ΠΙΝΑΚΑΣ ΔΙΠΛΗΣ ΕΙΣΟΔΟΥ

Σε κάποιες περιπτώσεις, θα χρησιμοποιείται ο πίνακας διπλής εισόδου για να διευκολυνθεί η εύρεση του δειγματικού χώρου S (ή Ω). Ανάλογος πίνακας είναι δυνατόν να δοθεί από την εκφώνηση της άσκησης. Ο πίνακας διπλής εισόδου έχει τη μορφή του παρακάτω παραδείγματος.

Έστω ότι ρίχνουμε ένα ζάρι και ένα νόμισμα συγχρόνως . Να βρεθεί ο δειγματικός χώρος

Σε έναν πίνακα αναγράφουμε στις οριζόντιες θέσεις όλα τα δυνατά αποτελέσματα του στις ενδεχομένου (στο παράδειγμά στις, τα δυνατά αποτελέσματα στις ρίψης του ζαριού) και κατακόρυφα όλα τα δυνατά αποτελέσματα του δεύτερου ενδεχομένου (στις ρίψης του κέρματος). Έτσι, προκύπτει στις πίνακας με όλα τα δυνατά ζεύγη - αποτελέσματα του πειράματός στις.

	1	2	3	4	5	6
Κορώνα Κ	Κ1	Κ2	Κ3	Κ4	Κ5	Κ6
Γράμματα Γ	Γ1	Γ2	Γ3	Γ4	Γ5	Γ6

Επομένως, ο δειγματικός χώρος του πειράματος τύχης είναι ο

S = {Κ1, Κ2, Κ3, Κ4, Κ5, Κ6, Γ1, Γ2, Γ3, Γ4, Γ5, Γ6}

Αν Α το ενδεχόμενο «το αποτέλεσμα του ζαριού να είναι μικρότερο από 4» τότε **Α = {Κ1, Κ2, Κ3, Γ1, Γ2, Γ3}**

Επιπλέον, αν

Β : «Το αποτέλεσμα της ρίψης του κέρματος να είναι Κ»

Τότε **Β = {Κ1, Κ2, Κ3, Κ4, Κ5, Κ6}**

Γ : «το κέρμα να έρθει Γ και το αποτέλεσμα του ζαριού να είναι τουλάχιστον 3»

Τότε **Γ = {Γ3, Γ4, Γ5, Γ6}**

Να βρεθούν τα ενδεχόμενα :

-Να πραγματοποιηθεί το Α ή το Γ

Α∪Γ = {Κ1, Κ2, Κ3, Γ1, Γ2, Γ3, Γ4, Γ5, Γ6}

-Να πραγματοποιηθούν τα Α και Γ : **Α∩Γ = {Γ3}**

-Να πραγματοποιηθούν συγχρόνως τα Α και Β : **Α∩Β = {Κ1, Κ2, Κ3}**

-Να μην πραγματοποιηθεί το Α : **Α' = {Κ4, Κ5, Κ6, Γ4, Γ5, Γ6}**

-Να πραγματοποιηθεί τουλάχιστον ένα από τα Α και Β :

Α∪Β = {Κ1, Κ2, Κ3, Κ4, Κ5, Κ6, Γ1, Γ2, Γ3}

2^{η} ΑΣΚΗΣΗ ΚΑΤΑΝΟΗΣΗΣ ΔΕΙΓΜΑΤΙΚΟΥ ΧΩΡΟΥ - ΔΕΝΔΡΟΔΙΑΓΡΑΜΜΑ

Ρίχνουμε ένα νόμισμα τρεις διαδοχικές φορές. Να γραφτεί ο δειγματικός χώρος του πειράματος. Να γραφτούν τα ενδεχόμενα που προσδιορίζονται από την αντίστοιχη ιδιότητα

Α : «ο αριθμός των Κ υπερβαίνει τον αριθμό των Γ»

Β : «ο αριθμός των Κ είναι ακριβώς 2»

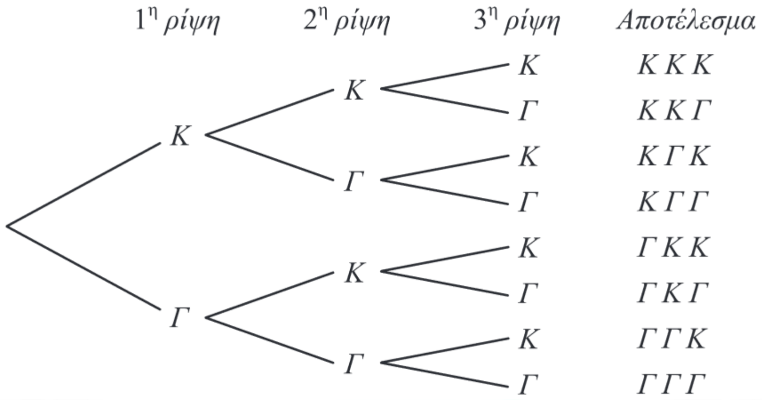
Γ : «ο αριθμός των Κ είναι τουλάχιστον 2»

Δ : «ίδια όψη και στις τρεις ρίψεις»

Ε : «στην πρώτη ρίψη φέρνουμε Κ»

Να βρεθούν τα ενδεχόμενα «να μην πραγματοποιηθεί το Γ», «πραγματοποιούνται τα Ε και Β», «πραγματοποιείται το Ε ή το Δ»

Για να βρούμε τον δειγματικό χώρο του πειράματος, κατασκευάζουμε το δενδροδιάγραμμα, ως εξής



Από το σύνολο των αποτελεσμάτων του δενδροδιαγράμματος, προκύπτει ο δειγματικός χώρος, ο οποίος είναι ο

S = {ΚΚΚ, ΚΚΓ, ΚΓΚ, ΚΓΓ, ΓΚΚ, ΓΚΓ, ΓΓΚ, ΓΓΓ}

Άρα, τα ζητούμενα ενδεχόμενα είναι τα παρακάτω

Α = {ΚΚΚ, ΚΚΓ, ΚΓΚ, ΓΚΚ}

Β = {ΚΚΓ, ΚΓΚ, ΓΚΚ}

Γ = {ΚΚΚ, ΚΚΓ, ΚΓΚ, ΓΚΚ}

Δ = {ΚΚΚ, ΓΓΓ}

Ε = {ΚΚΚ, ΚΚΓ, ΚΓΚ, ΚΓΓ}

«να μην πραγματοποιηθεί το Γ»

Γ’ = {ΚΓΓ, ΓΚΓ, ΓΓΚ, ΓΓΓ}

«πραγματοποιούνται τα Ε **<u>και</u>** Β»

Ε∩Β = {ΚΚΓ, ΚΓΚ}

«πραγματοποιείται το Ε **<u>ή</u>** το Δ»

Ε∪Β = {ΚΚΚ, ΚΚΓ, ΚΓΚ, ΚΓΓ, ΓΚΚ}

ΒΑΣΙΚΑ ΘΕΩΡΗΜΑΤΑ ΠΙΘΑΝΟΤΗΤΩΝ

$$\mathrm{P(A)} = \text{Η πιθανότητα να πραγματοποιηθεί το ενδεχομενο A}$$

$$\mathrm{P(A)} = \frac{\text{πλήθος ευνοικών περιπτώσεων}}{\text{πλήθος των δυνατών περιπτώσεων}} = \frac{\mathrm{N(A)}}{\mathrm{N(S)}}$$

Όπου $\mathrm{N(A)}$ το πλήθος των στοιχείων που περιλαμβάνει το ενδεχόμενο Α, και $\mathrm{N(S)}$ το πλήθος των στοιχείων του δειγματικού χώρου.

Παράδειγμα

Έστω Ω ={1,2,3,4,5,6} και Α={2,4,6} τότε

$$\mathrm{P(A)} = \frac{\text{πλήθος ευνοικών περιπτώσεων}}{\text{πλήθος των δυνατών περιπτώσεων}} = \frac{\mathrm{N(A)}}{\mathrm{N(S)}}$$

Δηλαδή, ισχύει : $\mathrm{P(A)} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2} = 0{,}5 \text{ ή } 50\%$

Η πιθανότητα ενός ενδεχομένου Α παίρνει τιμές από 0 έως 1

Ισχύει, δηλαδή, 0≤P(A)≤1

Για δύο αντίθετα ενδεχόμενα Α και Α' ισχύει :

$$\mathrm{P(A) + P(A') = 1 \Leftrightarrow P(A') = 1 - P(A)}$$

Προσθετικός νόμος

$$\mathrm{P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)}$$

Για δυο ενδεχόμενα που είναι ασυμβίβαστα (κι επομένως η τομή τους είναι μηδέν), ο παραπάνω τύπος μας δίνει :

$$\mathrm{P(A \cup B) = P(A) + P(B)}$$

Προσοχή σε αυτόν τον τύπο, δεν τον έχει το τυπολόγιο.

$$\mathrm{P(A \cap B') = P(A) - P(A \cap B)}$$

SITE: www.Eclass4U.gr
Τ. 210-5711484 ΚΙΝ. 6970401981
E-MAIL:grammateia.eclass4u@gmail.com

$1^{Η}$ ΑΣΚΗΣΗ

Από μια τράπουλα με 52 φύλλα παίρνουμε ένα στην τύχη. Να βρείτε τις πιθανότητες των ενδεχομένων i) το χαρτί να είναι πέντε ii) το χαρτί να μην είναι πέντε.

Έστω Α το ενδεχόμενο «το χαρτί να είναι 5»

Σε μια τράπουλα υπάρχουν 4 χαρτιά από κάθε νούμερο (ή φιγούρα)

Συνεπώς, υπάρχουν 4 χαρτιά με τον αριθμό 5. Άρα, $\mathrm{N(A)} = 4$ και $\mathrm{N(S)} = 52$.

Άρα η πιθανότητα του Α είναι ίση με

$$\mathrm{P(A)} = \frac{\mathrm{N(A)}}{\mathrm{N(S)}} = \frac{4}{52} = 0{,}0769 \text{ ή } 7{,}69\%$$

Η πιθανότητα το χαρτί να **μην είναι** πέντε είναι η
$\mathrm{P(A')} = 1 - \mathrm{P(A)} = 1 - 0{,}0769 = 0{,}9231$ ή $92{,}31\%$

$2^{Η}$ ΑΣΚΗΣΗ

Ένα ορισμένο κατάστημα δέχεται πιστωτικές κάρτες D ή V. Το 25% των πελατών έχουν κάρτα D, το 55% έχουν κάρτα V και το 15% έχουν και τις δύο κάρτες. Ποια είναι η πιθανότητα ένας πελάτης που επιλέγεται τυχαία να έχει μία τουλάχιστον από τις δυο κάρτες;

Ορίζουμε τα ενδεχόμενα

D : το ενδεχόμενο ο πελάτης να είναι κάτοχος της κάρτας D

V : το ενδεχόμενο ο πελάτης να είναι κάτοχος της κάρτας V

Από την εκφώνηση δίνονται

$\mathrm{P(D)} = 0{,}25$, $\mathrm{P(V)} = 0{,}55$ και $\mathrm{P(D \cap V)} = 0{,}15$

Ζητείται η πιθανότητα ένας πελάτης να έχει μια **<u>τουλάχιστον</u>** από τις 2 κάρτες, **επομένως αναζητείται η πιθανότητα της ένωσης** $\mathrm{P(D \cup V)}$

$\mathrm{P(D \cup V)} = \mathrm{P(D)} + \mathrm{P(V)} - \mathrm{P(D \cap V)} = 0{,}25 + 0{,}55 - 0{,}15 = 0{,}65$ ή 65%

$3^Η$ ΑΣΚΗΣΗ

Για τα ενδεχόμενα A και B ενός δειγματικού χώρου S ισχύουν

$P(A) = \dfrac{17}{30}$, $P(B) = \dfrac{7}{15}$ και $P(A \cup B) = \dfrac{2}{3}$

Να βρείτε την $P(A \cap B)$.

Από τον προσθετικό νόμο έχουμε

$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) \Leftrightarrow P(A \cap B) = P(A) + P(B) - P(A \cup B) \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow P(A \cap B) = \dfrac{17}{30} + \dfrac{7}{15} - \dfrac{2}{3} \Leftrightarrow P(A \cap B) = \dfrac{17}{30} + \dfrac{14}{30} - \dfrac{20}{30} \Leftrightarrow P(A \cap B) = \dfrac{11}{30}$

$4^Η$ ΑΣΚΗΣΗ

Από τους μαθητές ενός σχολείου το 80% μαθαίνει αγγλικά, το 30% μαθαίνει γαλλικά και το 20% και τις δύο γλώσσες. Επιλέγουμε τυχαία έναν μαθητή. Να βρείτε την πιθανότητα να μη μαθαίνει καμιά από τις δυο γλώσσες, καθώς και την πιθανότητα να μαθαίνει μόνο αγγλικά.

Ορίζουμε τα ενδεχόμενα

Α : το ενδεχόμενο ο μαθητής να μαθαίνει αγγλικά

Γ : το ενδεχόμενο ο μαθητής να μαθαίνει γαλλικά

Από την εκφώνηση δίνονται $P(A) = 0{,}8$, $P(\Gamma) = 0{,}3$ και $P(A \cap \Gamma) = 0{,}2$

Το ενδεχόμενο να μην μαθαίνει καμιά από τις δύο γλώσσες είναι το **αντίθετο** του $A \cup \Gamma$. Αν υπολογιστεί η πιθανότητα $P(A \cup \Gamma)$ τότε, η ζητούμενη πιθανότητα θα είναι η $P(A \cup \Gamma)' = 1 - P(A \cup \Gamma)$

Από τον προσθετικό νόμο έχουμε :

$P(A \cup \Gamma) = P(A) + P(\Gamma) - P(A \cap \Gamma) = 0{,}8 + 0{,}3 - 0{,}2 = 0{,}9$

Επομένως η πιθανότητα να μη μαθαίνει καμιά από τις δυο γλώσσες είναι

$P(A \cup \Gamma)' = 1 - P(A \cup \Gamma) = 1 - 0{,}9 = 0{,}1$ ή 10%

Η πιθανότητα να μαθαίνει **μόνο αγγλικά** είναι

$$P(A - \Gamma) = P(A \cap B') = P(A) - P(A \cap B) = 0{,}8 - 0{,}2 = 0{,}6 \text{ ή } 60\%$$

$5^{Η}$ ΑΣΚΗΣΗ

Για τα ενδεχόμενα A και B του ίδιου δειγματικού χώρου S ισχύουν

$P(A) = \frac{1}{2}$, $P(B') = \frac{2}{3}$ και $P(A \cap B) = \frac{1}{12}$

Να βρεθεί η $P(A \cup B)$

Γνωρίζουμε ότι

$$P(B) + P(B') = 1 \Leftrightarrow P(B) = 1 - P(B') \Leftrightarrow P(B) = 1 - \frac{2}{3} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \ \mathbf{P(B)} = \mathbf{\frac{1}{3}}$$

Γνωρίζουμε ότι για την πιθανότητα της ένωσης ισχύει :

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) = \frac{1}{2} + \frac{1}{3} - \frac{1}{12} = \frac{6}{12} + \frac{4}{12} - \frac{1}{12} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \mathbf{P(A \cup B)} = \mathbf{\frac{9}{12}} = \mathbf{0,75} \text{ ή } \mathbf{75}\%$$

SITE: www.Eclass4U.gr | Τ. 210-5711484 ΚΙΝ. 6970401981
E-MAIL:grammateia.eclass4u@gmail.com

$6^{Η}$ ΑΣΚΗΣΗ

Το 10% των ατόμων ενός πληθυσμού έχουν υπέρταση, το 6% στεφανιαία καρδιακή ασθένεια και το 2% έχουν και τα δύο. Για ένα άτομο που επιλέγεται τυχαία, ποια είναι η πιθανότητα να έχει α) τουλάχιστον μία ασθένεια; Β) μόνο υπέρταση;

Ορίζουμε τα ενδεχόμενα :

Α : το ενδεχόμενο να πάσχει από υπέρταση

Β : το ενδεχόμενο να πάσχει από στεφανιαία νόσο

Από την εκφώνηση δίνονται
$P(A) = 0{,}1$, $P(B) = 0{,}06$ και $P(A \cap B) = 0{,}02$

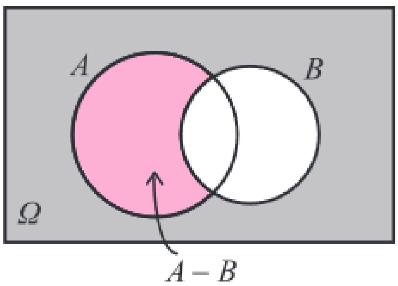
α) Η πιθανότητα να έχει μια τουλάχιστον ασθένεια είναι η πιθανότητα της ένωσης (λέξη-κλειδί «τουλάχιστον»)

Άρα

$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) = 0{,}1 + 0{,}06 - 0{,}02 = 0{,}14$ ή 14%

β) Η πιθανότητα να πάσχει από υπέρταση (μόνο Α)

Υπενθυμίζεται ότι



Από το παραπάνω διάγραμμα του Venn μπορούμε να αντιληφθούμε ότι «πραγματοποιείται **ΜΟΝΟ** το Α». Είναι προφανές ότι **Α-Β=** $\mathbf{A \cap B'}$

Συνεπώς, η ζητούμενη πιθανότητα είναι η

$P(A - B) = P(A \cap B') = P(A) - P(A \cap B) = 0{,}1 - 0{,}02 = 0{,}08$ ή 8%