

Θεματική ενότητα ΔΕ031



# Eclass4U

*The best Choice for you*

ΘΕΡΜΟΠΥΛΩΝ 17  
ΠΕΡΙΣΤΕΡΙ  
100Μ ΑΠΟ ΤΗ ΣΤΑΣΗ  
ΜΕΤΡΟ «ΠΕΡΙΣΤΕΡΙ»

ΤΗΛΕΦΩΝΟ: 210-5711484  
ΚΙΝΗΤΟ: 6970401981  
EMAIL: [grammateia.eclass4u@gmail.com](mailto:grammateia.eclass4u@gmail.com)  
ΤΟΠΟΘΕΣΙΑ WEB : [www.eclass4u.gr](http://www.eclass4u.gr)  
SOCIAL MEDIA:



LESSON  
[ 04/03/22 ]

ΤΙΤΛΟΣ ΜΑΘΗΜΑΤΟΣ: **Δικαιώματα: Ασκήσεις**

Καθηγητής:  
Κώστας Σολδάτος

# Περιεχόμενα

1. [Αποτίμηση](#)
2. [Τιμή Δικαιώματος Αγοράς ή Πώλησης: Όστε Να Μην Υπάρχει Δυ...](#)
3. [Αριθμός Δικαιωμάτων & Δέλτα Δικαιωμάτων • Αξία Χαρτοφυλ...](#)
4. [Πίνακες](#)
5. [Αριθμός Μετοχών για αντιστάθμιση θέσεων σε Δικαιώματα](#)
6. [Εσωτερική & Χρονική Αξία](#)



**Eclass4U**

*The best Choice for you*

# Αποτίμηση

Δικαιώματα – Κατηγορίες Ασκήσεων

# Συμβολισμοί

Σύμβολο	Σημασία
X	Τιμή εξάσκησης
S	Τιμή Τίτλου / Υποκείμενης Αξίας
$S_t$	Τιμή Τίτλου κατά τη χρονική στιγμή t
$\sigma$	Τυπική απόκλιση από τη μέση τιμή του τίτλου
C	Τιμή ή Αξία δικαιώματος αγοράς (Call Premium)
P	Τιμή ή Αξία δικαιώματος πώλησης Put (Put Premium)
$r_f$	Το χωρίς κίνδυνο επιτόκιο
T-t	Χρόνος ως τη λήξη του option
T	Χρόνος λήξης του option

# Τύποι αποτίμησης Δικαιωμάτων

Θεωρητική τιμή δικαιώματος αγοράς (Black-Scholes)

- $C = S * N(d_1) - X * e^{-rf*\tau} * N(d_2)$

Θεωρητική τιμή δικαιώματος πώλησης (Black-Scholes)

- $P = X * e^{-rf*\tau} * N(-d_2) - S * N(-d_1)$

Εναλλακτικός τύπος για Θεωρητική τιμή δικαιώματος πώλησης

- Ισότητα των δικαιωμάτων αγοράς και πώλησης (Put-Call Parity):

- $P = C - S + X e^{-rf*\tau}$

# Υποστηρικτικοί τύποι για την αποτίμηση δικαιωμάτων

- $$d_1 = \frac{\ln\left(\frac{S}{X}\right) + \left[r_F + \left(\frac{1}{2}\right)\sigma^2\right]\tau}{\sigma\sqrt{\tau}}$$

- $$d_2 = \frac{\ln\left(\frac{S}{X}\right) + \left[r_F - \left(\frac{1}{2}\right)\sigma^2\right]\tau}{\sigma\sqrt{\tau}}$$

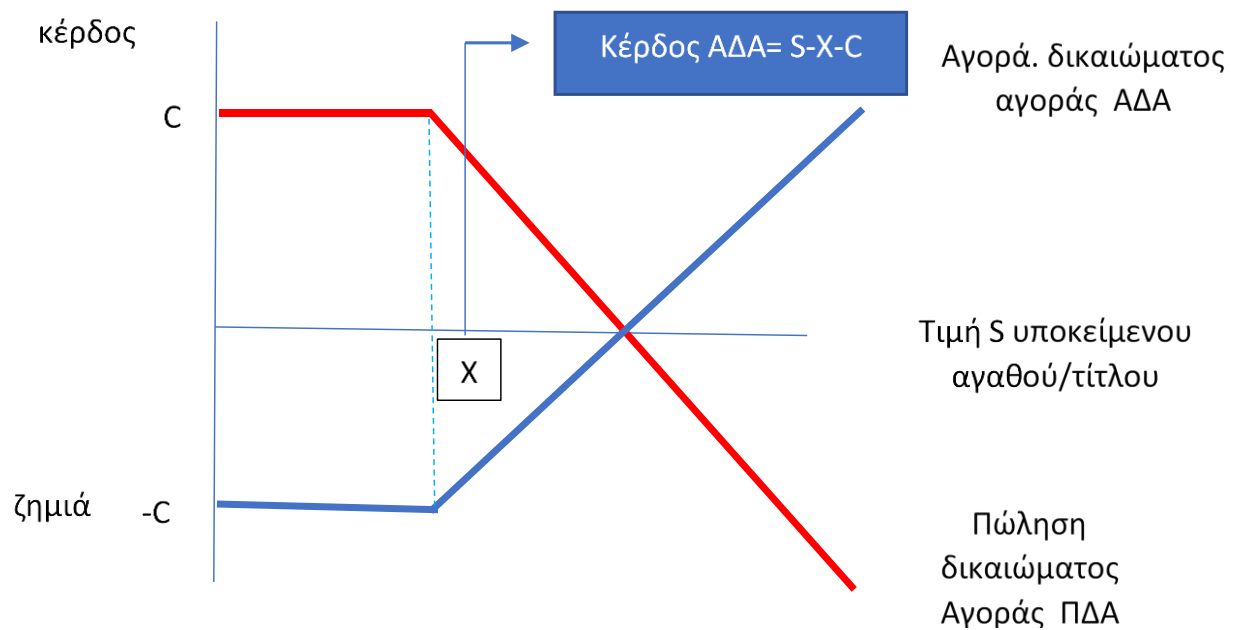
- $$d_2 = d_1 - \sigma\sqrt{\tau}$$

- $$e = 2,71828$$

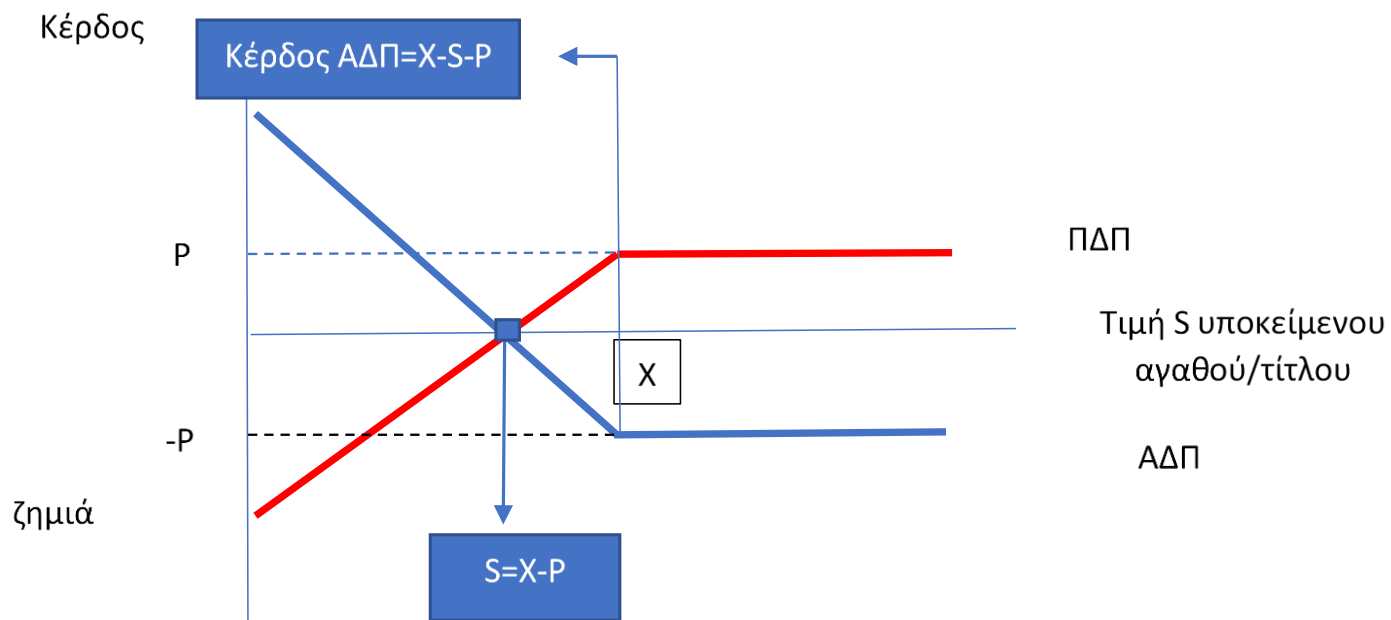
- $$N(-d_1) = 1 - N(d_1)$$

- $$N(-d_2) = 1 - N(d_2)$$

# Τρόπος Σκέψης Στα Δικαιώματα Αγοράς



# Τρόπος Σκέψης Στα Δικαιώματα Πώλησης





# Επαναληπτικές 2006 – 2007 Θέμα 4Α

(Α) Επενδυτής πουλάει δικαίωμα αγοράς μετοχής ευρωπαϊκού τύπου προς \$4. Η τιμή της μετοχής στην άμεση αγορά είναι \$47 και η τιμή εξάσκησης \$50.

1) Κάτω από ποιες συνθήκες ο επενδυτής έχει κέρδος;

## Λύση:

Ο επενδυτής πραγματοποιεί κέρδη αν η τιμή της μετοχής είναι χαμηλότερη από \$54 την καταληκτική ημερομηνία.

Αν η τιμή την καταληκτική ημερομηνία είναι χαμηλότερη από \$50 το δικαίωμα δεν εξασκείται και το κέρδος του επενδυτή είναι \$4.

# Επαναληπτικές 2006 – 2007 Θέμα 4Α

2) Ποτέ εξασκείται το δικαίωμα;

**Λύση:**

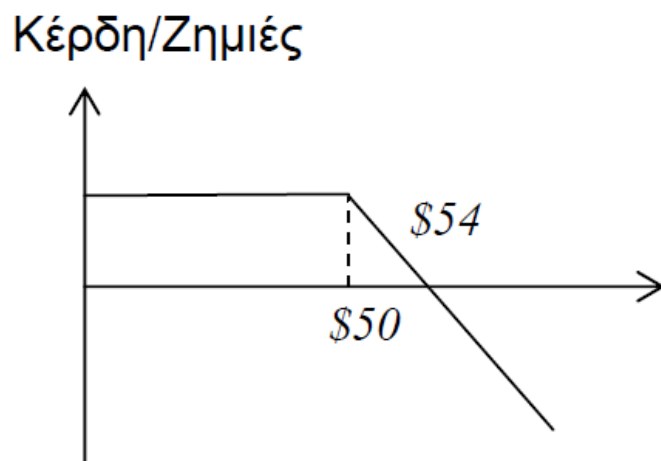
Το δικαίωμα εξασκείται όταν η τιμή της μετοχής είναι μεγαλύτερη από \$50. Αν η τιμή της μετοχής είναι μεταξύ των \$50 και \$54 ο επενδυτής καταγράφει κέρδη μεταξύ \$0 και \$4.

Σε κάθε άλλη περίπτωση ο επενδυτής καταγράφει ζημιά.

3) Να δείξετε σε διάγραμμα το κέρδος για τις διάφορες τιμές της μετοχής την καταληκτική ημερομηνία.

**Λύση:**

3) Το προφίλ κερδών του επενδυτή είναι το εξής:



# Άσκηση

- Έστω ότι το δικαίωμά πώλησης για την εταιρεία XXX έχει 128 ημέρες διάρκεια. Η τιμή εξάσκησης δικαιώματος είναι 2.500€, ενώ η τιμή της μετοχής στην άμεση αγορά είναι 2.450€. Το επιτόκιο σε ετήσια βάση είναι 8%, ενώ η ετήσια διασπορά των μετοχικών αποδόσεων είναι  $\sigma^2 = 0,12$ .
- Να υπολογισθεί η αξία του δικαιώματος πώλησης.
- **Λύση**
- Για να υπολογισθεί η αξία του δικαιώματος πώλησης θα πρέπει να χρησιμοποιήσω:
- $P = X * e^{-rf\tau} * N(-d_2) - S * N(-d_1)$

# Άσκηση

- Λύση
- Για να υπολογισθεί η αξία του δικαιώματος πώλησης θα πρέπει να χρησιμοποιήσω:
- $P = X * e^{-rf\tau} * N(-d_2) - S * N(-d_1)$

Προσοχή:

Δεν χρησιμοποιώ τον τύπο της Ισότητας των δικαιωμάτων αγοράς και πώλησης (Put-Call Parity):

$$P = C - S + Xe^{-rf*\tau}$$

Επειδή:

1. Δεν έχω στοιχεία για την τιμή του δικαιώματος αγοράς C

Και κυρίως:

2. τα δικαιώματα αγοράς και πώλησης πρέπει να έχουν τα ίδια χαρακτηριστικά: τιμή εξάσκησης X, υποκείμενο αγαθό ή τίτλο και τιμή S αυτού, διάρκεια στη λήξη τ

# Άσκηση

- είναι:
- $N(-d_1) = 1 - N(d_1)$  και
- $N(-d_2) = 1 - N(d_2)$

• Όμως:

$$d_1 = \frac{\ln\left(\frac{S}{X}\right) + \left(r_f + \frac{\sigma^2}{2}\right) * \tau}{\sigma * \sqrt{\tau}} \rightarrow$$

$$d_1 = \frac{\ln\left(\frac{2450}{2500}\right) + \left[8\% + \frac{0,12}{2}\right] * \frac{128}{365}}{\sqrt{0,12} * \sqrt{0,3507}} \rightarrow$$

$$d_1 = 0,1412$$

• ΚΑΙ

$$d_2 = d_1 - \sigma * \sqrt{\tau}$$

$$d_2 = 0,1412 - \sqrt{0,12} * \sqrt{\frac{128}{365}} = -0,0643$$

**ΠΡΟΣΟΧΗ ΙΣΧΥΕΙ ΚΑΙ ΟΤΙ**

$$d_2 = \frac{\ln\left(\frac{S}{X}\right) + \left(r_f - \frac{\sigma^2}{2}\right) * \tau}{\sigma * \sqrt{\tau}}$$

# Άσκηση

- Τώρα, μπορούμε να βρούμε τα  $N(d_1), N(d_2)$ :
- $N(d_1) = N(0,1412) = N(0,14) + 0,12 * [N(0,15) - N(0,14)] = 0,5557 + 0,12 * [0,5596 - 0,5557] = 0,5562$
- $N(d_2) = N(-0,0643) = 1 - N(0,0643) = 1 - \{N(0,06) + 0,43 * [N(0,7) - N(0,6)]\} = 1 - \{(0,5239) + 0,43 * [0,5279 - 0,5239]\} = 0,4744$
- Οπότε έχουμε:
- $N(-d_1) = 1 - N(d_1) = 1 - 0,5562 = 0,4438$
- Και
- $N(-d_2) = 1 - N(d_2) = 1 - 0,4744 = 0,5256$
- Κατά συνέπεια, η τιμή του δικαιώματος πώλησης είναι:
- $P = X * e^{-rT} * N(-d_2) - S * N(-d_1) \rightarrow P = 2500 * e^{-0,08*0,3507} * 0,5256 - 2450 * 0,4438$
- **$P = 190,34$**

# Τιμή Δικαιώματος Αγοράς ή Πώλησης: Όστε Να Μην Υπάρχει Δυνατότητα Εξισορροπητικής Κερδοσκοπίας (Arbitrage)

Δικαιώματα – Κατηγορίες Ασκήσεων

# Επαναληπτικές 2017 – 2018 Θέμα 4Α

- Έστω κερδοσκόπος ο οποίος πούλησε σήμερα 1.000 δικαιώματα αγοράς και 1.000 δικαιώματα πώλησης επί της ίδιας μετοχής, με ίδια τιμή εξάσκησης τα 10 ευρώ και κοινή λήξη τους 3 μήνες. Η τιμή της μετοχής τη στιγμή που τα πούλησε ήταν 9 ευρώ και αυτή δεν αναμένεται να δώσει μερίσματα στους επόμενους 3 μήνες. Το επιτόκιο κατάθεσης για 3 μήνες είναι 2% (ετησιοποιημένο) (με συνεχή ανατοκισμό). Αν ο επενδυτής έλαβε 0,45 ευρώ για το κάθε δικαίωμα αγοράς που πούλησε, να βρείτε:

- α) Σε **ποια τιμή έπρεπε να πουλήσει το κάθε δικαίωμα πώλησης** που έχει στην κατοχή του, ώστε να μην υπάρχει περίπτωση εξισορροπητικής κερδοσκοπίας (arbitrage);

- **Λύση:**

- Για να μην υπάρχει δυνατότητα εξισορροπητικής κερδοσκοπίας (arbitrage) θα πρέπει να ισχύει η ισότητα **των δικαιωμάτων αγοράς και πώλησης (Put-Call Parity):**

- $P = C - S + Xe^{-rf*\tau}$

- $P = 0,45 - 9 + 10e^{-0,02*(\frac{3}{12})}$

- $P = 1,40$

- **Προϋπόθεση:** για να γίνει χρήση της παραπάνω σχέσης, το δικαίωμα αγοράς και πώλησης πρέπει να έχουν τη ίδια τιμή εξάσκησης ( εδώ ισχύει:  $X= 10\text{€}$ )

- $e = 2,71828$



- Αριθμός Δικαιωμάτων & Δέλτα Δικαιωμάτων
- Αξία Χαρτοφυλακίου & Κόστος Στρατηγικής
- Αντιστάθμιση Αγοράς/Πώλησης

Δικαιώματα – Κατηγορίες Ασκήσεων

# Τελικές 2008 – 2009 Θέμα 3Γα)

α) Περιγράψτε το δέλτα του δικαιώματος αγοράς, τις ιδιότητες (χαρακτηριστικά) του, και τη χρησιμότητά του στην αντιστάθμιση.

**Λύση:**

α) (Τόμος Γ, σελ. 171)

## Το δέλτα του δικαιώματος αγοράς

είναι η ευαισθησία της τιμής του στη μεταβολή της τιμής του υποκειμένου. Η πραγματική σημασία του δέλτα είναι ότι δείχνει τη μεταβολή στην τιμή του δικαιώματος αγοράς που απορρέει από τη μεταβολή της τιμής της μετοχής κατά 1 ευρώ. Αυτή η μεταβολή εκτός του ότι δεν είναι ποτέ αρνητική, δεν μπορεί να υπερβεί τη μονάδα:  $0 < \delta_a < 1$

Το δέλτα υπολογίζεται ως η σωρευτική πιθανότητα που αξιολογείται σε μια τιμή  $d_1$  (που εξάγεται από τον τύπου των Black&Scholes) της κανονικής τυποποιημένης πιθανοκατανομής και είναι πάντα θετικό.

1. Δέλτα δικαιώματος αγοράς  $\delta_a = \frac{\Delta c}{\Delta S} = N(d_1) > 0$
2. Δέλτα δικαιώματος πώλησης  $\delta_\pi = \frac{\Delta P}{\Delta S} = -N(-d_1) < 0$

# Τελικές 2008 – 2009 Θέμα 3Γα)

Η τιμή του δέλτα είναι μια σημαντική μεταβλητή για τις αποφάσεις αντιστάθμισης καθώς προσδιορίζει τον κατάλληλο αριθμό δικαιωμάτων που απαιτούνται για πλήρη αντιστάθμιση. **Όσο μεγαλύτερο το δέλτα του δικαιώματος τόσο λιγότερα δικαιώματα απαιτούνται για να επιτευχθεί η αντιστάθμιση, και αντιστρόφως.**

- Αν έχω εμπορεύματα και δικαίωμα αγοράς

$$M = \frac{\text{αξια προς αντισταθμιση}}{\delta_{\alpha} * \text{πολλαπλασιαστης} * X}$$

- Αν έχω εμπορεύματα και δικαίωμα πώλησης

$$M = \frac{\text{αξια προς αντισταθμιση}}{\delta_{\pi} * \text{πολλαπλασιαστης} * X}$$

- Αν έχω χαρτοφυλάκιο με συντελεστή  $\beta$  και δικαίωμα αγοράς

$$M = \beta * \frac{\text{αξια προς αντισταθμιση}}{\delta_{\alpha} * \text{πολλαπλασιαστης} * \text{τιμη εξασκησης}}$$

- Αν έχω χαρτοφυλάκιο με συντελεστή  $\beta$  και δικαίωμα πώλησης

$$M = \beta * \frac{\text{αξια προς αντισταθμιση}}{\delta_{\pi} * \text{πολλαπλασιαστης} * \text{τιμη εξασκησης}}$$

# Αντιστάθμιση με Αγορά Δικαιώματος Αγοράς (προστατευτικό δικαίωμα αγοράς)

- 1. Αντιστάθμιση με Αγορά Δικαιώματος Αγοράς (προστατευτικό δικαίωμα αγοράς)
- Δεν έχω σήμερα μετοχή – (Θέση Πώλησης αγορά μετρητοίς) (σκοπεύω δηλ. να την αγοράσω στο μέλλον) και παράλληλα αγοράζω δικαίωμα αγοράς
- 1.1. Συμπληρωματικό: Αντιστάθμιση με Πώληση (έκδοση) Δικαιώματος Πώλησης (Καλυμμένο δικαίωμα πώλησης - Υποχρέωση να αγοράσει στο μέλλον: αντίθετο του Αγοραστή Δικαιώματος Πώλησης)
- Δεν έχω σήμερα μετοχή (σκοπεύω δηλ. να την αγοράσω στο μέλλον) και παράλληλα Πώληση Δικαιώματος Πώλησης

	Αγορά Μετρητοίς C	Προθεσμιακή Αγορά ΣΜΕ F	Δικαιώματα
Σήμερα	Π	A	Αγορά Δικαιώματος <b>Αγοράς</b> (Προστατευτικό Δικαίωμα Αγοράς) ή Πώληση Δικαιώματος Πώλησης
Μέλλον	A	Π	

# Αντιστάθμιση με Αγορά Δικαιώματος Πώλησης (προστατευτικό δικαίωμα πώλησης)

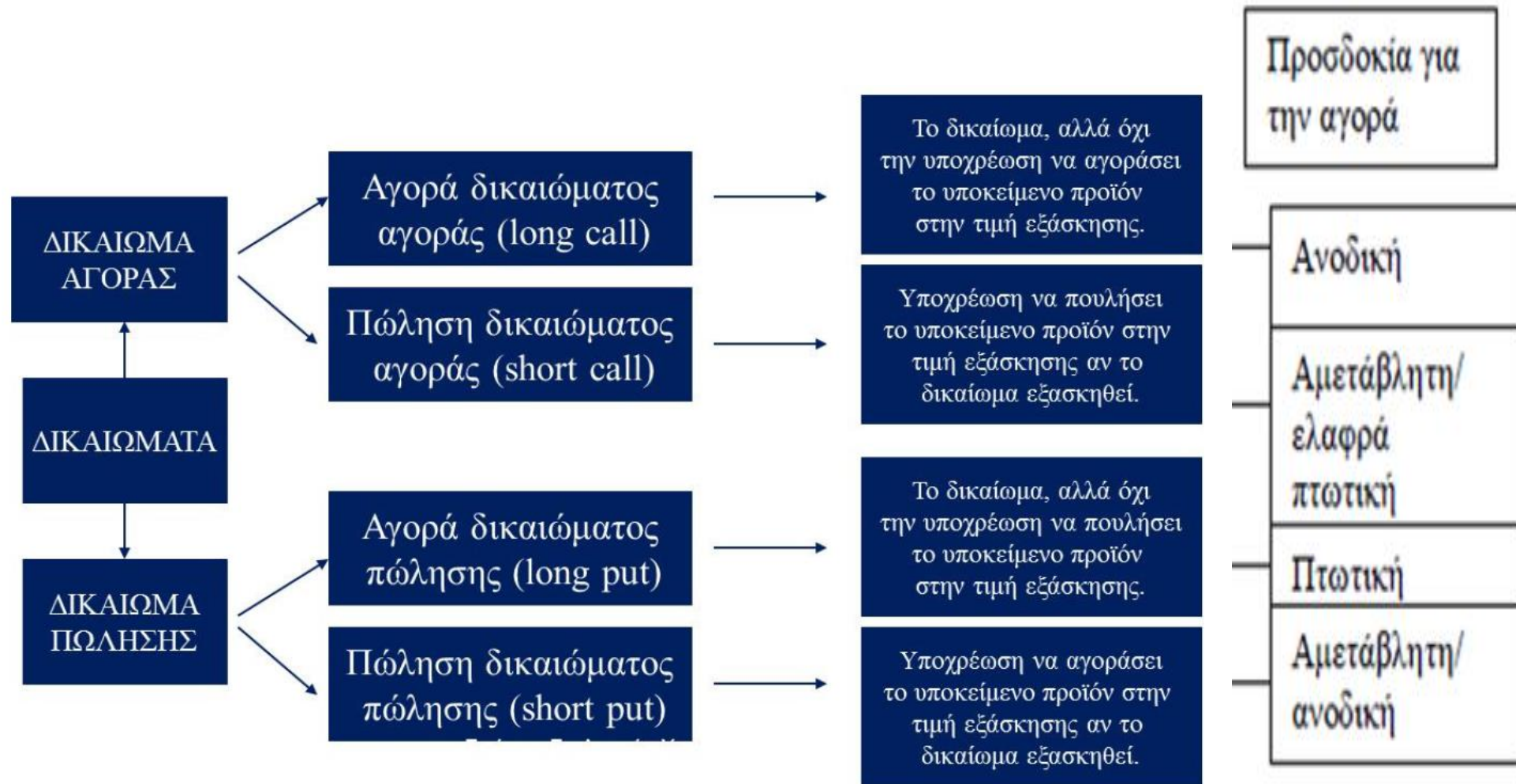
- 2. Αντιστάθμιση με Αγορά Δικαιώματος **Πώλησης** (προστατευτικό δικαίωμα πώλησης)
- Αγοράζω μετοχή σήμερα (με σκοπό να την πουλήσω στο μέλλον) και παράλληλα αγοράζω Δικαίωμα Πώλησης
- 2.1. Συμπληρωματικό:
  - Αντιστάθμιση με **Πώληση (έκδοση) Δικαιώματος Αγοράς** (Καλυμμένο δικαίωμα αγοράς - Υποχρέωση να πουλήσει στο μέλλον: αντίθετο του Αγοραστή Δικαιώματος Αγοράς)
  - Αγοράζω μετοχή σήμερα (με σκοπό να την πουλήσω στο μέλλον) και παράλληλα Πουλάω Δικαίωμα Αγοράς

	Αγορά Μετρητοίς C	Προθεσμιακή Αγορά ΣΜΕ F	Δικαιώματα
Σήμερα	A	Π	Αγορά Δικαιώματος <b>Πώλησης</b> ή Πώληση Δικαιώματος Αγοράς
Μέλλον	Π	A	

# Τρόποι αντιστάθμισης με δικαιώματα (συνοπτικά)

- 1. Αντιστάθμιση με **Αγορά Δικαιώματος Αγοράς** (προστατευτικό δικαίωμα αγοράς)
  - 1.1. Συμπληρωματικό:
    - Αντιστάθμιση με **Πώληση Δικαιώματος Πώλησης** (Καλυμμένο δικαίωμα πώλησης - Υποχρέωση να **αγοράσει** στο μέλλον: αντίθετο του Αγοραστή Δικαιώματος Πώλησης)
    - Ο αντισταθμιστής θα αναλάβει μια τέτοια θέση εφόσον θεωρεί ότι οι τιμές δεν θα μεταβληθούν σημαντικά, με αποτέλεσμα να μην εξασκηθεί το δικαίωμα και να καρπωθεί τα έσοδα από την πώληση του δικαιώματος πώλησης.
- 2. Αντιστάθμιση με **Αγορά Δικαιώματος Πώλησης** (προστατευτικό δικαίωμα πώλησης)
  - 2.1. Συμπληρωματικό:
    - Αντιστάθμιση με **Πώληση Δικαιώματος Αγοράς** (Καλυμμένο δικαίωμα αγοράς - Υποχρέωση να **πουλήσει** στο μέλλον: αντίθετο του Αγοραστή Δικαιώματος Αγοράς)
    - **Η στρατηγική του καλυμμένου δικαιώματος αγοράς έχει νόημα για ένα επενδυτή που ήδη έχει στην κατοχή του το υποκείμενο περιουσιακό στοιχείο και εκτιμά ότι είτε θα παραμείνει στα ίδια επίπεδα, είτε θα υποχωρήσει λίγο.**

# Είδη δικαιωμάτων

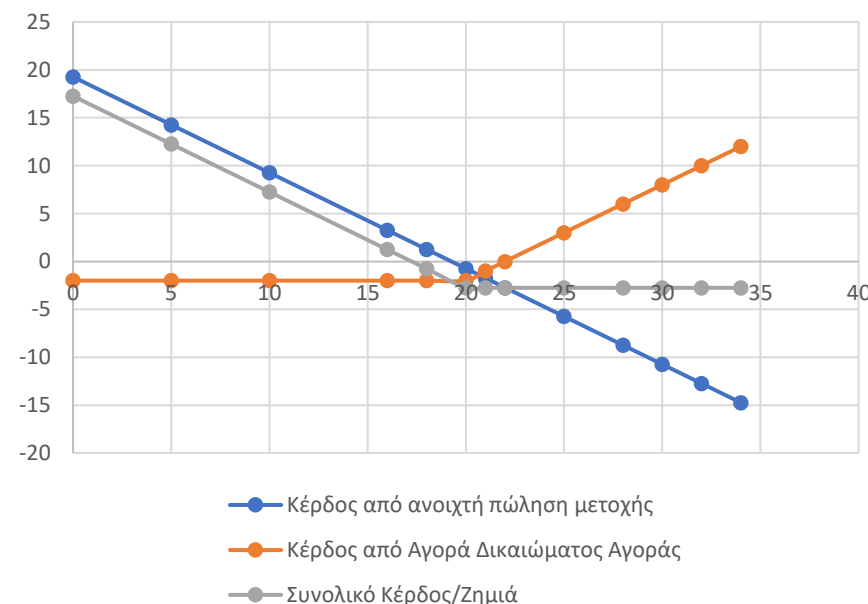


# 1. Αντιστάθμιση με Αγορά Δικαιώματος Αγοράς (προστατευτικό δικαίωμα αγοράς)

Έστω ότι επενδυτής έχει αρνητική θέση (ή θέση ανοιχτής πώλησης) σε μια μετοχή και για να προστατευθεί αγοράζει δικαίωμα αγοράς στη μετοχή. Υποθέτουμε ότι η αρχική (τρέχουσα) τιμή της μετοχής Σαρχική = 19,26€, η τιμή του Δικαιώματος Αγοράς C = 2€ και η τιμή εξάσκησης X = 20€

			Σαρχική	19,26									
			C	2									
			X	20									
Δυνητική μελλοντική τιμή μετοχής	0	5	10	16	18	<b>20</b>	21	22	25	28	30	32	34
Κέρδος από ανοιχτή πώληση μετοχής	19,26	14,26	9,26	3,26	1,26	-0,74	-1,74	-2,74	-5,74	-8,74	-10,74	-12,74	-14,74
Κέρδος από Αγορά Δικαιώματος Αγοράς	-2	-2	-2	-2	-2	-2	-1	0	3	6	8	10	12
Συνολικό Κέρδος/Ζημιά	17,26	12,26	7,26	1,26	-0,74	-2,74	-2,74	-2,74	-2,74	-2,74	-2,74	-2,74	-2,74

Αντιστάθμιση θέσης πώλησης στην αγορά μετρητοίς με Αγορά Δικαιώματος Αγοράς



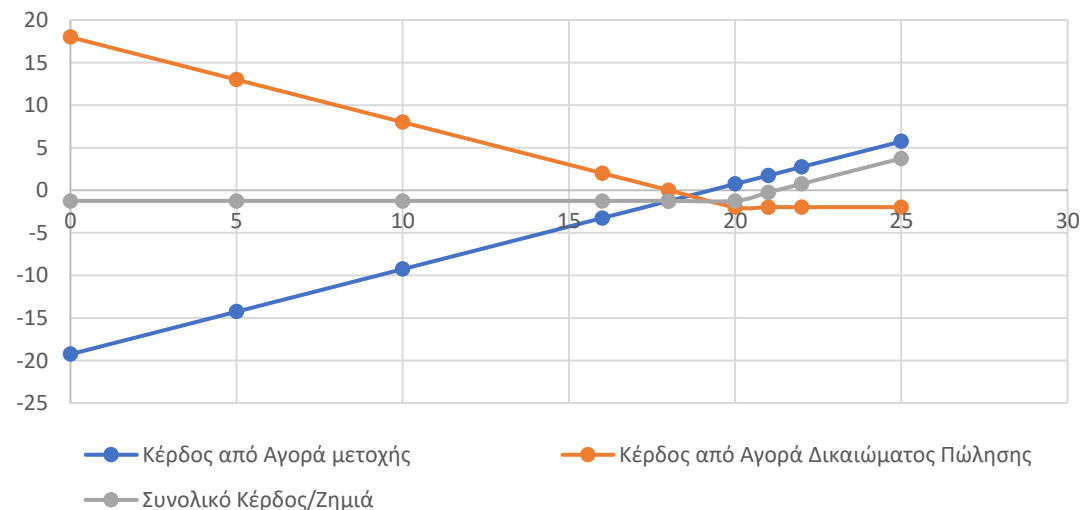


## 2. Αντιστάθμιση με Αγορά Δικαιώματος Πώλησης (προστατευτικό δικαίωμα πώλησης)

- Έστω ότι επενδυτής έχει σήμερα μια μετοχή και ένα δικαίωμα πώλησης στη μετοχή. Έστω ότι η τιμή της μετοχής είναι  $S=19,26\text{€}$  και η τιμή του δικαιώματος πώλησης είναι  $P=2\text{€}$ , ενώ η τιμή εξάσκησης είναι  $X=20\text{€}$ .
- Η στρατηγική που ακολουθεί έχει κόστος:  $19,26\text{€}+2\text{€}=21,26\text{€}$

		S	19,26						
		P	2						
		X	20						
Δυνητική μελλοντική τιμή μετοχής	0	5	10	16	18	20	21	22	25
Κέρδος από Αγορά μετοχής	-19,26	-14,26	-9,26	-3,26	-1,26	0,74	1,74	2,74	5,74
Κέρδος από Αγορά Δικαιώματος Πώλησης	18	13	8	2	0	-2	-2	-2	-2
Συνολικό Κέρδος/Ζημιά	-1,26	-1,26	-1,26	-1,26	-1,26	-1,26	-0,26	0,74	3,74

Αντιστάθμιση θέσης αγοράς μετρητοίς με Αγορά Δικαιώματος Πώλησης



# ΓΕ 3 2012-2013 Θέμα 4

Κατέχετε ένα πολύ καλά διαφοροποιημένο χαρτοφυλάκιο, αξίας €1.000.000, το οποίο μιμείται τον δείκτη FTSE/ASE-20 με μετοχές που διαπραγματεύονται στο ΧΑΑ. Το βήτα (beta) του χαρτοφυλακίου σας ισούται με τη μονάδα. Πιστεύετε ότι τον επόμενο μήνα οικονομικοί παράγοντες θα επηρεάσουν αρνητικά την απόδοση του δείκτη, και άρα του χαρτοφυλακίου σας. Για το λόγο αυτό αποφασίζετε να αντισταθμίσετε τη συνολική αξία του χαρτοφυλακίου σας από τον κίνδυνο πτώσης της τιμής του χρησιμοποιώντας δικαιώματα στον FTSE/ASE-20. Το επιτόκιο του αξιογράφου άνευ κινδύνου είναι 8% σε ετήσια βάση (με συνεχή ανατοκισμό). Η σημερινή τιμή του δείκτη FTSE/ASE-20 στο ΧΑΑ είναι 295 ευρώ, ενώ οι τιμές των δικαιωμάτων αγοράς και πώλησης στον δείκτη με διάρκεια στη λήξη 1 μήνα είναι αυτές του Πίνακα 1.

X	d1	d2	N(d1)	N(d2)	N(-d1)	N(-d2)	C	P
260	1,502	1,411	0,933	0,921	0,067	0,079	37,5420,814	
265	1,293	1,202	0,902	0,885	0,098	0,115	33,0531,292	
270	1,089	0,997	0,862	0,841	0,138	0,159	28,7621,968	
275	0,888	0,796	0,813	0,787	0,187	0,213	24,7162,889	
280	0,690	0,599	0,755	0,725	0,245	0,275	20,9574,096	
285	0,496	0,405	0,690	0,657	0,310	0,343	17,5215,627	
290	0,306	0,215	0,620	0,585	0,380	0,415	14,4347,507	
295	0,119	0,027	0,547	0,511	0,453	0,489	11,7139,752	
300	-0,065	-0,157	0,474	0,438	0,526	0,562	9,358	12,364
305	-0,247	-0,338	0,403	0,368	0,597	0,632	7,359	15,332
310	-0,425	-0,516	0,336	0,303	0,664	0,697	5,696	18,636
315	-0,600	-0,691	0,274	0,245	0,726	0,755	4,339	22,246

# ΓΕ 3 2012-2013 Θέμα 4

- Παρατήρηση: Ο πολλαπλασιαστής που χρησιμοποιείται για τον υπολογισμό των δικαιωμάτων που πρέπει να αγοραστούν (M) είναι 5 ευρώ.
- α) Ποια δικαιώματα θα επιλέξετε προκειμένου να αντισταθμίσετε τη συνολική αξία του χαρτοφυλακίου σας; Γιατί; Πόσο θα στοιχίσει συνολικά η στρατηγική σας; Σχολιάστε την απάντησή σας.
- Λύση:
- Επειδή έχουμε θέση αγοράς στην αγοράς μετρητοίς και δεν επιθυμούμε οποιαδήποτε μείωση τιμής, τα κατάλληλα δικαιώματα για να αντισταθμίσουμε την αξία του χαρτοφυλακίου από την πτώση της τιμής των μετοχών που το απαρτίζουν στο χρηματιστήριο, είναι τα δικαιώματα πώλησης στον δείκτη FTSE/ASE-20.

# ΓΕ 3 2012-2013 Θέμα 4

- Το **ποιο δικαίωμα** πώλησης θα επιλεγεί, έχει να κάνει τόσο με το **πόσα χρήματα** είμαστε διατεθειμένοι να πληρώσουμε για τα δικαιώματα, όσο και με το **μέχρι πόσο** είμαστε διατεθειμένοι να επιτρέψουμε να μειωθεί η αξία του χαρτοφυλακίου.
- Μπορεί να επιλέγει διαφορετικό δικαίωμα πώλησης όσον αφορά στην τιμή εξάσκησης, για να αντισταθμίσει το χαρτοφυλάκιο.
- Αν πάρουμε δικαιώματα στο δείκτη με **τιμή εξάσκησης 295**, όσο είναι και ο δείκτης σήμερα, ουσιαστικά **δεν επιτρέπεται** στο χαρτοφυλάκιο μας να **χάσει καθόλου αξία**.
- Αν επιλεγούν δικαιώματα πώλησης με **τιμή εξάσκησης μικρότερη από 295**, θα είναι φθηνότερα, άλλα θα επιτρέπουν μια μικρή πτώση στην αξία του χαρτοφυλακίου σε περίπτωση που ο δείκτης κινηθεί καθοδικά.

# ΓΕ 3 2012-2013 Θέμα 4

- Ξέρουμε ότι το βήτα του χαρτοφυλακίου είναι μονάδα, επομένως ότι μεταβολή υποστεί στην απόδοση του ο δείκτης, τόση θα υποστεί και το χαρτοφυλάκιο.
- Ας υποθέσουμε ότι επιλέγετε δικαιώματα με τιμή εξάσκησης 295. Αυτό σημαίνει ότι πτώση της τιμής του δείκτη σε ένα μήνα, και άρα πτώση της αξίας του χαρτοφυλακίου, θα συνοδεύεται από εξάσκηση των δικαιωμάτων πώλησης και αντιστάθμιση της απώλειας.

# ΓΕ 3 2012-2013 Θέμα 4

- **Κόστος στρατηγικής**= αριθμός δικαιωμάτων  $X$  τιμή δικαιώματος  $X$  πολλαπλασιαστής
- Αρχικά θα υπολογίσουμε τον αριθμο  $M$  δικαιωμάτων πώλησης πρέπει να αγοραστούν προκειμένου να γίνει η αντιστάθμιση της συνολικής αξίας του χαρτοφυλακίου.
- $$M = \frac{\text{αξια προς αντισταθμιση}}{\delta_{\pi} * \text{πολλαπλασιαστης} * X} * \beta$$
- αξια προς αντισταθμιση = 1.000.000€

# ΓΕ 3 2012-2013 Θέμα 4

- Πρώτα υπολογίζουμε το Δέλτα του δικαιώματος πώλησης:
- Δέλτα δικαιώματος πώλησης  $\delta\pi = -N(-d1) = -(1 - N(-d1)) = -(1 - 0,547) = -0,453$
- Οπότε:
- $$M = \frac{1.000.000}{-0,453 * 5 * 295} * 1$$
- $M = -1497,38$
- Το αρνητικό πρόσημο σημαίνει ότι θα πρέπει να αγοράσετε 1497,38 δικαιώματα πώλησης.
- Έστω ότι αγοράζετε 1497 δικαιώματα πώλησης (το ακέραιο μέρος). Αν η αξία του κάθε δικαιώματος πώλησης είναι €9,752, τότε η αγορά των δικαιωμάτων πώλησης στοιχίζει:  $1497 * 5 * €9,752 = €72.996,96$ .

# ΓΕ 3 2012-2013 Θέμα 4

- β) Ποιά είναι η αξία του συνολικού χαρτοφυλακίου σας (μετοχές και δικαιώματα) εάν σε ένα μήνα η τιμή του δείκτη μειωθεί κατά 10%; Σχολιάστε την απάντησή σας.
- **Λύση:**
- Αν η τιμή του δείκτη πέσει κατά 10% σε ένα μήνα, στα €265,5 ( $€295 \cdot (1 - 0,1)$ ), αυτό σημαίνει ότι η αξία του χαρτοφυλακίου το οποίο μιμείται τον δείκτη, θα πέσει κατά 10%. Άρα η τελική του αξία θα είναι  $€1.000.000 \cdot (1 - 0,1) = €900.000$
- Θα εξασκήσετε όμως τα δικαιώματα πώλησης, αφού η τιμή του υποκείμενου τίτλου είναι χαμηλότερη από την τιμή εξάσκησης στη λήξη. **Τα χρήματα που θα πάρετε από τα δικαιώματα πώλησης είναι:**
- $(X - S - P) \cdot M = (295 - 265,5 - 9,752) \cdot 1.497 \cdot 5 = €147.810,54$
- Τελικά, η αξία του συνολικού χαρτοφυλακίου (μετοχές και δικαιώματα) σε ένα μήνα θα είναι:
- $€900.000 + €147.810,54 = €1.047.810,54$



# ΓΕ 3 2012-2013 Θέμα 4

γ) Ποιά είναι η αξία του συνολικού χαρτοφυλακίου σας εάν σε ένα μήνα η τιμή του δείκτη ανέβει κατά 10%; Σχολιάστε την απάντησή σας.

**Λύση:**

- Αν η τιμή του δείκτη ανέβει κατά 10% σε ένα μήνα, στα
- $€295 \cdot (1+0,1) = €324,5$
- αυτό σημαίνει ότι η **αξία του χαρτοφυλακίου** το οποίο μιμείται τον δείκτη, θα ανέβει κατά 10%.
- Άρα η τελική του αξία θα είναι
- $€1.000.000 \cdot (1+0,1) = €1.100.000$
- **Δεν θα εξασκήσετε τα δικαιώματα πώλησης**, αφού η τιμή εξάσκησης είναι μικρότερη από την αξία του δείκτη, και επομένως έχετε χάσει τα χρήματα που δώσατε για να αγοράσετε τα δικαιώματα πώλησης:
- $9,752 * 1.497 * 5 = €72.996,96$ .
- Τελικά, η αξία του συνολικού χαρτοφυλακίου σε ένα μήνα θα είναι:
- $1.100.000 - 72.996,96 = 1.027.003,014€$

# Πίνακες

Δικαιώματα – Κατηγορίες Ασκήσεων

# Επαναληπτικές 2006 – 2007 Θέμα 4B

(B) Επενδυτής λαμβάνει ταυτόχρονα θέση σε δικαίωμα αγοράς μετοχής με τιμή εξάσκησης \$45 και σε δικαίωμα πώλησης με τιμή εξάσκησης \$40. Τα δύο δικαιώματα έχουν την ίδια διάρκεια ενώ το κόστος τους είναι \$3 και \$4 αντίστοιχα.

- 1) Στο δικό σας γραπτό να δημιουργήσετε και να συμπληρώσετε τον παρακάτω πίνακα, στον οποίο να φαίνεται το κέρδος της κάθε θέσης αλλά και το συνολικό κέρδος για τον επενδυτή.

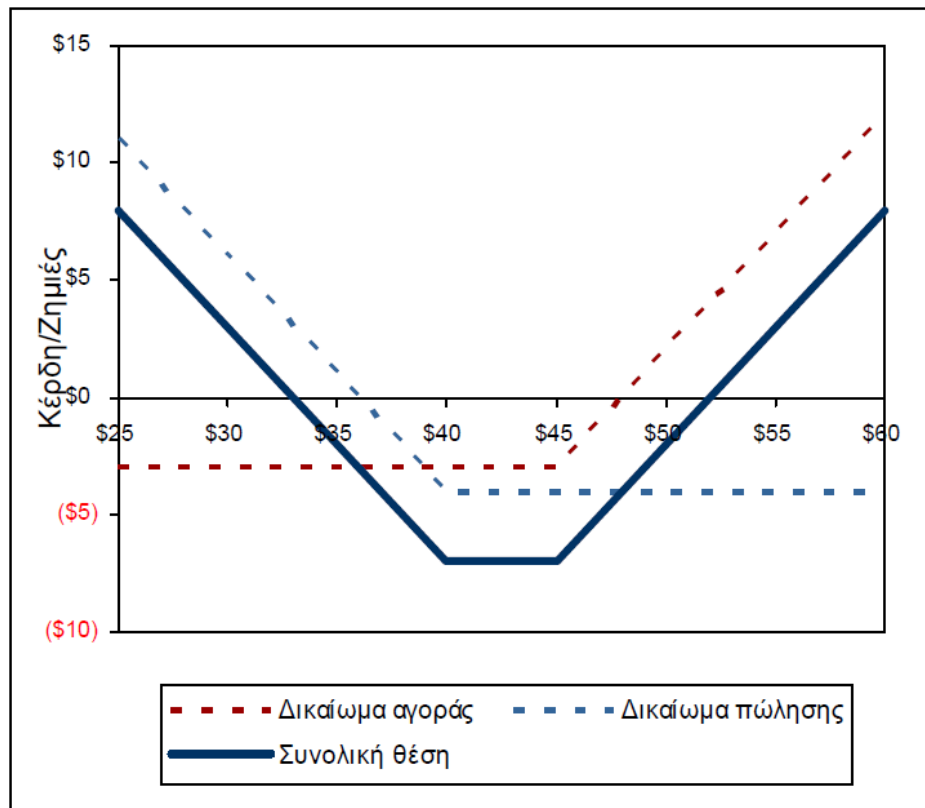
Απόδοση	$S_T \leq \$40$	$\$40 < S_T \leq \$45$	$S_T > 45$
Θέση αγοράς δικαιώματος αγοράς			
Θέση αγοράς δικαιώματος πώλησης			
Συνολική Θέση			

1) Τα κέρδη για τον επενδυτή είναι:

Απόδοση	$S_T \leq \$40$	$\$40 < S_T \leq \$45$	$S_T > \$45$
Θέση αγοράς δικαιώματος αγοράς	-\$3	-\$3	$S_T - \$45 - \$3$
Θέση αγοράς δικαιώματος πώλησης	$\$40 - \$4 - S_T$	-\$4	-\$4
Συνολική Θέση	$\$33 - S_T$	-\$7	$S_T - \$52$

# Επαναληπτικές 2006 – 2007 Θέμα 4B

2) Να απεικονίσετε τα αποτελέσματά σας σε διάγραμμα.



1) Τα κέρδη για τον επενδυτή είναι:

Απόδοση	$S_T \leq \$40$	$\$40 < S_T \leq \$45$	$S_T > \$45$
Θέση αγοράς δικαιώματος αγοράς	-\$3	-\$3	$S_T - \$45 - \$3$
Θέση αγοράς δικαιώματος πώλησης	$\$40 - \$4 - S_T$	-\$4	-\$4
Συνολική Θέση	$\$33 - S_T$	-\$7	$S_T - \$52$

# Αριθμός Μετοχών για αντιστάθμιση θέσεων σε Δικαιώματα

Δικαιώματα – Κατηγορίες Ασκήσεων

# Τελικές 2014 – 2015 Θέμα 3B

B. Μια τράπεζα έχει αγοράσει ένα δικαίωμα αγοράς επί της μετοχής ABA από ένα πελάτη της. Η τιμή της μετοχής σήμερα είναι 18 ευρώ, η διάρκεια του δικαιώματος 6 μήνες και η τιμή εξάσκησής του είναι 21 ευρώ. Επίσης, η τεκμαρτή μεταβλητότητα της μετοχής είναι 40% και δεν αναμένεται να δώσει μέρισμα στους επόμενους 6 μήνες. Τέλος, το ακίνδυνο επιτόκιο κατάθεσης/δανεισμού στην αγορά χρήματος για διάρκεια 6 μηνών είναι 1%. Αν το συγκεκριμένο δικαίωμα αφορά στην αγορά 100 μετοχών, πόσες μετοχές πρέπει να αγοράσει ή να πουλήσει η τράπεζα για να αντισταθμίσει τον κίνδυνο από μεταβολή στην τιμή του;

**Λύση:**

$$\delta_a = \frac{\Delta c}{\Delta S} = N(d_1) > 0$$

Για τον υπολογισμό του Δέλτα του δικαιώματος αγοράς για ποσότητα 1 μετοχής χρησιμοποιούμε τον τύπο (6.4) της σελίδας 171 του τόμου Γ:

$$\delta_a = N(d_1) \text{ όπου } d_1 = \frac{\ln(S / X) + [r_f + (1/2)\sigma^2] \cdot \tau}{\sigma\sqrt{\tau}}$$

δηλαδή

$$d_1 = \frac{\ln(18 / 21) + (0,01 + 0,5 \cdot 0,4\%^2) \cdot 0,5}{0,4\% \cdot \sqrt{0,5}} = -0,3859 \approx -0,39$$

# Τελικές 2014 – 2015 Θέμα 3B

Με χρήση της συνάρτησης normsdist του excel έχουμε:

$$\delta_a = \frac{\Delta c}{\Delta S} = N(d_1) = N(-0,39) = 0,35$$

Θα μπορούσε να είχε βρεθεί και από τον πίνακα σωρευτικής κατανομής:

$$N(d_1) = N(-0,39) = 1 - N(0,39) = 1 - 0,6517 \approx 0,35$$

Δεδομένου ότι το δικαίωμα αυτό αντιστοιχεί σε 100 μετοχές και όχι σε μία, τότε το δέλτα του θα είναι ίσο με

$$\Delta_{call} \approx 0,35 \cdot 100 = 35$$

Αυτό σημαίνει (Τόμος Γ, σελίδα 171) ότι αν **πέσει** η τιμή της υποκείμενης μετοχής κατά ένα πολύ μικρό ποσό - έστω 1 λεπτό του ευρώ - τότε θα **μειωθεί** η αξία του δικαιώματος κατά (περίπου)  $(-0,01) \cdot (35) = -0,35$  ευρώ.

# Τελικές 2014 – 2015 Θέμα 3B

Θα χρειαστεί λοιπόν να λάβει σήμερα μια τέτοια θέση σε μετοχές τέτοια ώστε μια μείωση στην τιμή της μετοχής (έστω κατά 0,01) θα του δίνει κέρδη. Θα λάβει θέση ανοιχτής πώλησης σήμερα στις μετοχές ώστε σε περίπτωση μείωσης της τιμής της μετοχής στο μέλλον να μπορεί να τις αγοράσει φθηνότερα από εκείνη που την πούλησε σήμερα.

Θα πουλήσει ανοιχτά σήμερα  $n$  μετοχές ώστε:

Μεταβολή αξίας (λόγω κερδών) χαρτοφυλακίου μετοχών = Αριθμός μετοχών \* Μεταβολή τιμής μετοχής

$$\Delta S_{\text{χαρτοφυλακίου μετοχών}} = n * \Delta S \quad (1)$$

Για να αντισταθμίσει τις απώλειες από τα δικαιώματα, θα πρέπει ότι χάνει από τα δικαιώματα να κερδίζει από τις μετοχές. Δηλαδή, η μεταβολή της αξίας του χαρτοφυλακίου μετοχών  $\Delta S$  θα πρέπει να είναι ίση κατά απόλυτη τιμή με την μεταβολή της αξίας του δικαιώματος:

$$\Delta S_{\text{χαρτοφυλακίου μετοχών}} = 0,35$$

$$\text{Οπότε η (1) γίνεται: } 0,35 = n * (-0,01) \Rightarrow n = -35$$

Άρα θα πρέπει να πουλήσει σήμερα 35 μετοχές προκειμένου να αντισταθμίσει τις δυσμενείς μεταβολές στην αξία του δικαιώματος





**Eclass4U**

*The best Choice for you*

# Εσωτερική & Χρονική Αξία

Δικαιώματα – Κατηγορίες Ασκήσεων

# Τελικές 2008 – 2009 Θέμα 3Γβ)

β) Στον κατωτέρω πίνακα έχετε μια εικόνα της αγοράς πριν τη λήξη των δικαιωμάτων αγοράς και πώλησης πέντε μετοχών Α, Β, Γ, Δ, και Ε. Στη στήλη S αναγράφεται η τιμή της κάθε μετοχής (υποκείμενος τίτλος) στην αγορά μετρητοίς και στη διπλανή στήλη X βρίσκεται η τιμή εξάσκησης κάθε δικαιώματος. Μεταφέρετε τον πίνακα στο γραπτό σας και συμπληρώσετε τα κενά που αφορούν στην εσωτερική αξία κάθε δικαιώματος καθώς και στη χρονική αξία κάθε δικαιώματος.

**Λύση:**

Εικόνα της αγοράς πριν τη λήξη των δικαιωμάτων

				Εσωτερική Αξία		Χρονική Αξία		
				Τιμή Δικαιώματος	Δικαίωμα Αγοράς	Δικαίωμα Πώλησης	Δικαίωμα Αγοράς	Δικαίωμα Πώλησης
	Μετοχή	S	X					
1	A	24	23	3				
2	B	36	40	5				
3	Γ	56	53	3				
4	Δ	77	81	4				
5	E	9	12	4				

# Τελικές 2008 – 2009 Θέμα 3Γβ)

β) Στον κατωτέρω πίνακα καταγράφεται η εσωτερική αξία και η χρονική αξία.

Για δικαίωμα αγοράς

Εσωτερική αξία =  $\text{Μεγ}(\text{Τιμή υποκειμένου} - \text{τιμή εξάσκησης}, 0) = \text{Μεγ}(S-X, 0)$

Χρονική αξία = Τιμή δικαιώματος – εσωτερική αξία

Για δικαίωμα πώλησης

Εσωτερική αξία =  $\text{Μεγ}(\text{Τιμή εξάσκησης} - \text{τιμή υποκειμένου}, 0) = \text{Μεγ}(X-S, 0)$

Χρονική αξία = Τιμή δικαιώματος – εσωτερική αξία

Εικόνα της αγοράς πριν τη λήξη των δικαιωμάτων

				Τιμή Δικαιώματος	Εσωτερική Αξία		Χρονική Αξία	
					Δικαίωμα Αγοράς	Δικαίωμα Πώλησης	Δικαίωμα Αγοράς	Δικαίωμα Πώλησης
	Μετοχή	S	X					
1	A	24	23	3	1	0	2	3
2	B	36	40	5	0	4	5	1
3	Γ	56	53	3	3	0	0	3
4	Δ	77	81	4	0	4	4	0
5	E	9	12	4	0	3	4	1