Θεματική ενότητα ΔΕ031

Eclass4U

The best Choice for you

ΘΕΡΜΟΠΥΛΩΝ 17
ΠΕΡΙΣΤΕΡΙ
100Μ ΑΠΟ ΤΗ ΣΤΑΣΗ
ΜΕΤΡΟ «ΠΕΡΙΣΤΕΡΙ»

ΤΗΛΕΦΩΝΟ: 210-5711484
ΚΙΝΗΤΟ: 6970401981
EMAIL:grammateia.eclass4u@gmail.com
ΤΟΠΟΘΕΣΙΑ WEB : www.eclass4u.gr
SOCIAL MEDIA:

ΤΙΤΛΟΣ ΜΑΘΗΜΑΤΟΣ: Τόμος Δ Διαχείριση Χαρτοφυλακίου, Υποδείγματα & Ρ/Ε

Καθηγητής:
Κώστας Σολδάτος

ΕΠΙΜΕΛΕΙΑ: Κώστας Σολδάτος
costas.eclass4u@gmail.com eclass4U.gr

Αναμενόμενη Απόδοση αξιόγραφου (Expected Return)

Αναμενόμενη απόδοση είναι ο **σταθμικός μέσος όρος όλων των δυνητικών αποδόσεων** μιας επένδυσης, όπου κάθε δυνητική απόδοση σταθμίζεται από την αντίστοιχη πιθανότητα να συμβεί. Άρα, η αναμενόμενη απόδοση μιας επένδυσης είναι:

$$E_{(r_x)} = \sum_{i=1}^{2} P_i * r_{xi} = P_1 * r_{x1} + P_2 * r_{x2}$$

- P_1: η πιθανότητα να συμβεί η 1η δυνητική απόδοση
- P_2: η πιθανότητα να συμβεί η 2η δυνητική απόδοση
- r_{x1}: η 1η απόδοση του χρεογράφου x
- r_{x2}: η 2η απόδοση του χρεογράφου x

Γενικός τύπος:

$$E(r) = \sum_{i=1}^{n} P_i r_i$$

ΕΠΙΜΕΛΕΙΑ: Κώστας Σολδάτος
costas.eclass4u@gmail.com
eclass4U.gr

Κίνδυνος & Απόδοση

- Ως κίνδυνο ορίσουμε την **πιθανότητα το πραγματικό αποτέλεσμα από μια επένδυση να διαφέρει από το αναμενόμενο.**
- Γενικά όσο περισσότερα είναι τα πιθανά αποτελέσματα από μία επένδυση τόσο μεγαλύτερος είναι και ο κίνδυνος τον οποίο αυτή ενέχει. **Εάν δεν υπάρχει διασπορά** των πιθανών αποτελεσμάτων μιας επένδυσης γύρω από το αναμενόμενο, **δεν υπάρχει και κίνδυνος**.
- Επομένως ο κίνδυνος μιας επένδυσης ορίζεται ως **ο βαθμός μεταβολής των πιθανών αποδόσεων γύρω από την αναμενόμενη απόδοση.**
- Ή μεταβλητότητα (variability) των δυνητικών αποτελεσμάτων γύρω από την αναμενόμενη τιμή τους ή τον αριθμητικό τους μέσο.

ΕΠΙΜΕΛΕΙΑ: Κώστας Σολδάτος
costas.eclass4u@gmail.com eclass4U.gr

Η εταιρία Άλφα Α.Ε. σχεδιάζει να επενδύσει σε δύο χρεόγραφα x και y τα οποία έχουν τις ακόλουθες πιθανές μελλοντικές αποδόσεις, ανάλογα με την εκτιμώμενη μελλοντική πορεία της οικονομίας:

Εκτιμώμενη Μελλοντική Πορεία Οικονομίας i	Pi (Πιθανότητα επίτευξης σεναρίου 1ης στήλης)	Μελλοντική Απόδοση r_x	Μελλοντική Απόδοση r_y
1. Εξαιρετικά Υπερβολική Ανάπτυξη	5%	25%	18%
2. Υπερβολική Ανάπτυξη	10%	20%	12%
3. Κανονική Ανάπτυξη	40%	10%	9%
4. Ύφεση	45%	-10%	2%

Ζητούνται:

Ερώτημα 1Α

Α) Να υπολογισθεί η προσδοκώμενη (αναμενόμενη) απόδοση για κάθε χρεόγραφο.

Λύση:

ΕΠΙΜΕΛΕΙΑ: Κώστας Σολδάτος
costas.eclass4u@gmail.com eclass4U.gr

Η προσδοκώμενη απόδοση για το χρεόγραφο x δίνεται από το τύπο:

$$E_{(r_x)} = \sum_{i=1}^{4} P_i * r_{xi} = 0{,}05 * 0{,}25 + 0{,}10 * 0{,}20 + 0{,}4 * 0{,}10 - 0{,}45 * 0{,}10 = 0{,}0125 + 0{,}02 + 0{,}04 - 0{,}045 = 0{,}0275 \text{ Ή } 2{,}75\%$$

Η προσδοκώμενη απόδοση για το χρεόγραφο y δίνεται από το τύπο:

$$E_{(r_y)} = \sum_{i=1}^{4} P_i * r_{yi} = 0{,}05 * 0{,}18 + 0{,}10 * 0{,}12 + 0{,}4 * 0{,}09 + 0{,}45 * 0{,}02 = 0{,}009 + 0{,}012 + 0{,}036 + 0{,}009 = 0{,}066 \text{ Ή } 6{,}6\%$$

Εκτιμώμενη Μελλοντική Πορεία Οικονομίας i	Pi (Πιθανότητα επίτευξης σεναρίου 1ης στήλης)	Μελλοντική Απόδοση r_x	Μελλοντική Απόδοση r_y
1. Εξαιρετικά Υπερβολική Ανάπτυξη	5%	25%	18%
2. Υπερβολική Ανάπτυξη	10%	20%	12%
3. Κανονική Ανάπτυξη	40%	10%	9%
4. Ύφεση	45%	-10%	2%

ΕΠΙΜΕΛΕΙΑ: Κώστας Σολδάτος
costas.eclass4u@gmail.com eclass4U.gr

Β) Να υπολογισθεί ο αναμενόμενος κίνδυνος (τυπική απόκλιση) για κάθε χρεόγραφο.

Λύση:

Ο αναμενόμενος κίνδυνος δηλαδή η τυπική απόκλιση για το χρεόγραφο x δίνεται από:

$$\sigma_x = \sqrt{{\sigma_x}^2}$$

Όμως:

$${\sigma_x}^2 = \sum_{i=1}^{4} P_i(r_{xi} - E_{(r_x)})^2 = 0{,}05(0{,}25 - 0{,}0275)^2 + 0{,}10(0{,}2 - 0{,}0275)^2 + 0{,}4(0{,}1 - 0{,}0275)^2 + 0{,}45(-0{,}1 - 0{,}0275)^2 = 0{,}0149$$

άρα

$$\sigma_x = \sqrt{0{,}0149} = 0{,}1219 \text{ Ή } 12{,}19\%$$

Εκτιμώμενη Μελλοντική Πορεία Οικονομίας i	Pi (Πιθανότητα επίτευξης σεναρίου 1ης στήλης)	Μελλοντική Απόδοση r_x	Μελλοντική Απόδοση r_y
1. Εξαιρετικά Υπερβολική Ανάπτυξη	5%	25%	18%
2. Υπερβολική Ανάπτυξη	10%	20%	12%
3. Κανονική Ανάπτυξη	40%	10%	9%
4. Ύφεση	45%	-10%	2%

ΕΠΙΜΕΛΕΙΑ: Κώστας Σολδάτος
costas.eclass4u@gmail.com eclass4U.gr

Ο αναμενόμενος κίνδυνος για το χρεόγραφο y δίνεται από:

$$\sigma_y = \sqrt{{\sigma_y}^2}$$

Όμως:

$${\sigma_y}^2 = \sum_{i=1}^{4} P_i(r_{yi} - E_{(r_y)})^2 =$$
$$0{,}05(0{,}18 - 0{,}066)^2 + 0{,}10(0{,}12 - 0{,}066)^2 + 0{,}4(0{,}09 - 0{,}066)^2 + 0{,}45(0{,}02 - 0{,}066)^2 = 0{,}002124$$

Άρα

$$\sigma_y = \sqrt{0{,}002124} = 0{,}046 \text{ Ή } 4{,}61\%$$

Εκτιμώμενη Μελλοντική Πορεία Οικονομίας i	Pi (Πιθανότητα επίτευξης σεναρίου 1ης στήλης)	Μελλοντική Απόδοση r_x	Μελλοντική Απόδοση r_y
1. Εξαιρετικά Υπερβολική Ανάπτυξη	5%	25%	18%
2. Υπερβολική Ανάπτυξη	10%	20%	12%
3. Κανονική Ανάπτυξη	40%	10%	9%
4. Ύφεση	45%	-10%	2%

ΕΠΙΜΕΛΕΙΑ: Κώστας Σολδάτος
costas.eclass4u@gmail.com
eclass4U.gr

Γ) Ποιό από τα δύο χρεόγραφα θα επιλέγατε εάν επρόκειτο για αμοιβαίως αποκλειόμενες επενδύσεις; Εξηγείστε γιατί.

Λύση:

CV: λύνει το πρόβλημα της συγκρισιμότητας των αποδόσεων και των κινδύνων μεταξύ διαφορετικών επενδύσεων ειδικά σε εκείνες τις επενδύσεις που έχουν σημαντικές διαφορές στις αναμενόμενες αποδόσεις.

Από τη στιγμή που έχουμε δυο αμοιβαία αποκλειόμενες επενδύσεις, θα επιλέξουμε εκείνη με το μικρότερο κίνδυνο ανά μονάδα απόδοσης. Με άλλα λόγια θα συγκρίνουμε τους συντελεστές μεταβλητότητας CV (Coefficient of Variation) και θα επιλέξουμε εκείνη την επένδυση με το μικρότερο συντελεστή:

$$CV_x = \frac{\sigma_x}{E_{(r_x)}} = \frac{0{,}1219}{0{,}0275} = 4{,}43$$

$$CV_y = \frac{\sigma_y}{E_{(r_y)}} = \frac{0{,}046}{0{,}066} = 0{,}6982$$

Άρα θα επιλέγαμε το χρεόγραφο y.

ΕΠΙΜΕΛΕΙΑ: Κώστας Σολδάτος
costas.eclass4u@gmail.com eclass4U.gr

Αναμενόμενη απόδοση ενός χαρτοφυλακίου

Η αναμενόμενη απόδοση ενός χαρτοφυλακίου είναι ο σταθμικός μέσος όρος των αναμενόμενων αποδόσεων των αξιόγραφων που περιλαμβάνει το χαρτοφυλάκιο

Γενικός τύπος βιβλίου:

$$E(R_p) = \overline{R_p} = \sum_{i=1}^{N} w_i E(R_i)$$

όπου E(R) [ή $\overline{Rp}$] = η αναμενόμενη (ή μέση) απόδοση του χαρτοφυλακίου,

Wi = το ποσοστό των επενδυμένων κεφαλαίων που έχει τοποθετηθεί στο i αξιόγραφο,

E(Ri) = η αναμενόμενη απόδοση του i αξιόγραφου,

N = ο αριθμός των αξιόγραφων που περιλαμβάνει το χαρτοφυλάκιο.

ΕΠΙΜΕΛΕΙΑ: Κώστας Σολδάτος
costas.eclass4u@gmail.com eclass4U.gr

Κίνδυνος (τυπική απόκλιση) ενός αξιόγραφου: αν έχω πιθανότητα Είδαμε ότι:

Κίνδυνος είναι η μεταβλητότητα των δυνητικών αποτελεσμάτων γύρω από την αναμενόμενη τιμή τους. Επιπλέον, ένα στατιστικό μέτρο της διασποράς των δυνητικών αποτελεσμάτων γύρω από την αναμενόμενη τιμή τους είναι η τυπική απόκλιση (και η διακύμανση). Άρα, η τυπική απόκλιση σ των αναμενόμενων αποδόσεων ενός αξιογράφου δίνεται από τη σχέση:

$$\sigma_x = \sqrt{{\sigma_x}^2}$$

Αν π.χ. έχουμε δύο πιθανές αποδόσεις r του αξιογράφου x:

$${\sigma_x}^2 = \sum_{i=1}^{2} P_i(r_{xi} - E_{(r_x)})^2 = P_1(r_{x1} - E_{(r_x)})^2 + P_2(r_{x2} - E_{(r_x)})^2$$

Γενικός τύπος βιβλίου:

$$\sigma = \left\{ \sum_{i=1}^{n} P_i [r_i - E(r)]^2 \right\}^{1/2}$$

όπου σ = η τυπική απόκλιση των αναμενόμενων αποδόσεων ενός αξιογράφου, P_i = η πιθανότητα να συμβεί η i δυνητική απόδοση του αξιογράφου, r_i = η i δυνητική απόδοση του αξιογράφου, E(r) = η αναμενόμενη ή προσδοκώμενη απόδοση του αξιογράφου και n= ο αριθμός των δυνητικών αποδόσεων.

ΕΠΙΜΕΛΕΙΑ: Κώστας Σολδάτος
costas.eclass4u@gmail.com eclass4U.gr

Δ) Εάν χρησιμοποιήσετε το 30% του προς επένδυση κεφαλαίου σας για την αγορά του χρεογράφου x και το υπόλοιπο για την αγορά του χρεογράφου y, υπολογίστε την προσδοκώμενη απόδοση και τον κίνδυνο του χαρτοφυλακίου που θα σχηματιστεί.

Λύση:

Η προσδοκώμενη απόδοση του χαρτοφυλακίου είναι:

$$E(r_p) = w_x * E_{(r_x)} + w_y * E_{(r_y)} = 0{,}3 * 0{,}0275 + 0{,}7 * 0{,}066 = 0{,}05445 = 5{,}445\%$$

Ο κίνδυνος ή η τυπική απόκλιση σ_ρ του χαρτοφυλακίου είναι η τετραγωνική ρίζα της διακύμανσης $\sigma_\rho{}^2$ του χαρτοφυλακίου:

$$\sigma_\rho{}^2 = w_x^2 * \sigma_x{}^2 + w_y^2 * \sigma_y{}^2 + 2 * w_x * w_y * COV(r_x, r_y)$$

Η συνδιακύμανση $COV(r_x, r_y)$ είναι ένα απόλυτο μέτρο του βαθμού με τον οποίο οι δύο αποδόσεις κινούνται μαζί σε σχέση με τις αναμενόμενες τιμές τους διαχρονικά. Η συνδιακύμανση των δύο αξιογράφων δίνεται από τον τύπο:

$$COV(r_x, r_y) = \sum_{i=1}^{4} P_i\left(r_{xi} - E_{(r_x)}\right) * \left(r_{yi} - E_{(r_y)}\right) = 0{,}05(0{,}25 - 0{,}0275)(0{,}18 - 0{,}066) + 0{,}1(0{,}2 - 0{,}0275)(0{,}12 - 0{,}066) + 0{,}4(0{,}1 - 0{,}0275)(0{,}09 - 0{,}066) + 0{,}45(-0{,}1 - 0{,}0275)(0{,}02 - 0{,}066) = 0{,}005535$$

ΕΠΙΜΕΛΕΙΑ: Κώστας Σολδάτος
costas.eclass4u@gmail.com
eclass4U.gr

Σημείωση:

Αντί της συνδιακύμανσης σ_{xy}, θα μπορούσε να μας δίνει τον συντελεστή συσχέτισης ρ:

$$\rho = \frac{\sigma_{xy}}{\sigma_x * \sigma_y}$$

Οπότε η διακύμανση γίνεται:

$$\sigma_\rho{}^2 = 0{,}3^2 * 0{,}1219^2 + 0{,}7^2 * 0{,}0461^2 + 2 * 0{,}3 * 0{,}7 * 0{,}0055 = 0{,}0047$$

Κατά συνέπεια ο κίνδυνος του χαρτοφυλακίου είναι:

$$\sigma_\rho = \sqrt{\sigma_\rho{}^2} = \sqrt{0{,}0047} = 0{,}06858 = 6{,}86\%$$

ΕΠΙΜΕΛΕΙΑ: Κώστας Σολδάτος
costas.eclass4u@gmail.com
eclass4U.gr

Ε) Εάν το επιτόκιο μηδενικού κινδύνου είναι 1%, η προσδοκώμενη απόδοση του γενικού δείκτη της κεφαλαιαγοράς είναι 5% και ο συντελεστής βήτα του χαρτοφυλακίου που σχηματίσατε στο ερώτημα Δ) είναι 1,2 ποιά είναι η προσδοκώμενη απόδοση του χαρτοφυλακίου αυτού σύμφωνα με το CAPM;

Λύση:

Η προσδοκώμενη απόδοση σύμφωνα με το Υπόδειγμα Αποτίμησης Κεφαλαιουχικών Περιουσιακών Στοιχείων CAPM είναι:

$E(R_p) = R_f + (E(R_m) - R_f)\beta_P = 0{,}01 + (0{,}05 - 0{,}01) * 1{,}2 = 0{,}058$ ή 5,8%

β: είναι ο συντελεστής που μετρά την ευαισθησία των αποδόσεων του χαρτοφυλακίου σε σχέση με την απόδοση της αγοράς R_m.

Ο β λοιπόν είναι ο συστηματικός κίνδυνος ή αλλιώς ο προερχόμενος από την αγορά κίνδυνος που επηρεάζει την απόδοση του χαρτοφυλακίου πχ ειδήσεις για την μελλοντική πορεία της οικονομίας.

ΕΠΙΜΕΛΕΙΑ: Κώστας Σολδάτος
costas.eclass4u@gmail.com eclass4U.gr

Συντελεστής μεταβλητότητας (Coefficient of Variation – CV): Σχετική μέτρηση του κινδύνου

- Ο **συντελεστής μεταβλητότητας** Coefficient of Variation – **CV μετρά τον κίνδυνο ανά μονάδα αναμενόμενης απόδοσης** και καθορίζεται από το πηλίκο της διαίρεσης της τυπικής απόκλισης δια την αναμενόμενη απόδοση:

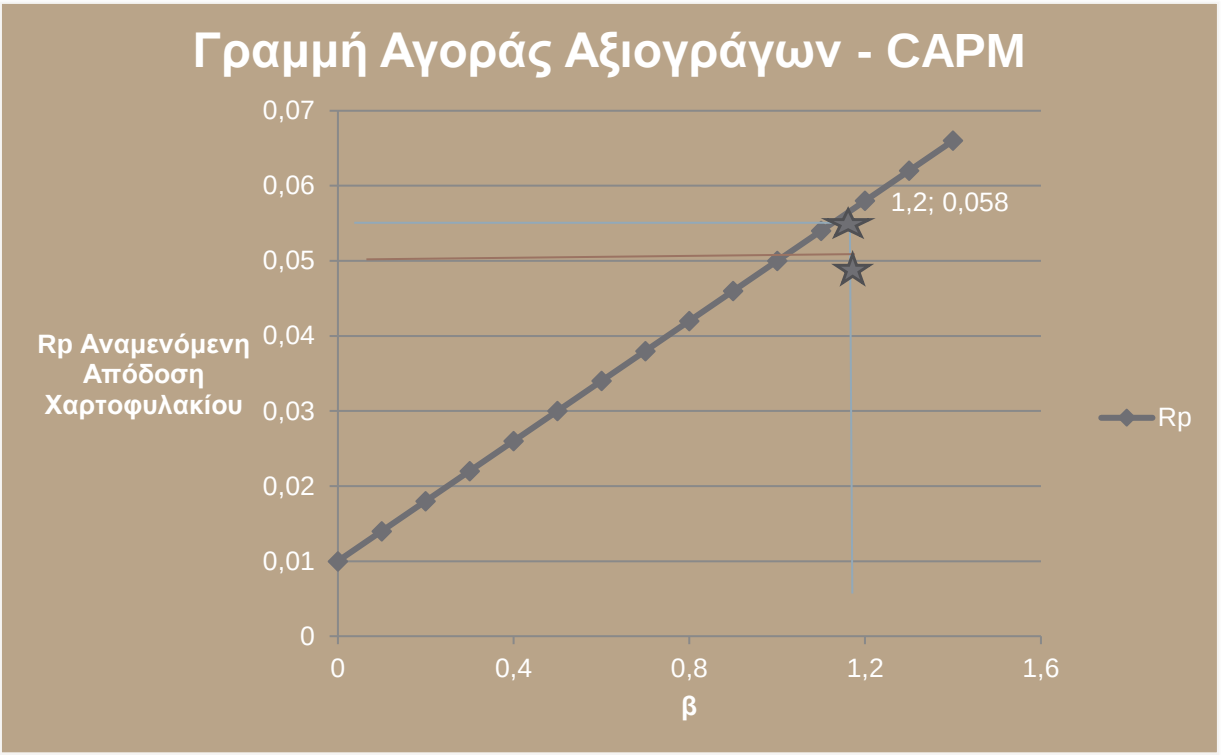
$$CV_x = \frac{\sigma_x}{E_{(r_x)}}$$

- Ο CV **χρησιμοποιείται** στις περιπτώσεις που οι επενδυτές **θέλουν να συγκρίνουν τον κίνδυνο επενδύσεων αλλά οι αναμενόμενες αποδόσεις τους παρουσιάζουν σημαντικές διαφορές**.
- Σε αυτές τις περιπτώσεις, η διακύμανση και η τυπική απόκλιση είναι απόλυτες μετρήσεις της διασποράς και μπορεί να οδηγήσουν σε εσφαλμένα συμπεράσματα
- Στην περίπτωση που έχουμε έναν ορθολογικό επενδυτή ενώπιον πχ δύο επενδύσεων και η μία του δίνει υψηλότερη απόδοση ενώ η άλλη του δίνει χαμηλότερο κίνδυνο.

ΕΠΙΜΕΛΕΙΑ: Κώστας Σολδάτος
costas.eclass4u@gmail.com eclass4U.gr

ΣΤ) Να σχεδιάσετε την Γραμμή Αγοράς Αξιογράφων και να τοποθετήσετε στο σχετικό διάγραμμα τις δύο αποτιμήσεις των προσδοκώμενων αποδόσεων του χαρτοφυλακίου σας που υπολογίσατε στα ερωτήματα Δ) και Ε). Είναι υπερτιμημένο ή υποτιμημένο από την αγορά το χαρτοφυλάκιό σας;

Λύση:



Από το διάγραμμα παρατηρούμε ότι το χαρτοφυλάκιό μας είναι υπερτιμημένο από την αγορά καθώς η αναμενόμενη απόδοσή του είναι χαμηλότερη από εκείνη που ορίζει το CAPM για το επίπεδο συστηματικού κινδύνου β= 1,2. Έχουμε δηλαδή 5,45% (δική μας εκτίμηση για την απόδοση του χαρτοφυλακίου μας) < 5,8% (αποτίμηση της απόδοσης του χαρτοφυλακίου μας από αγορά)

ΕΠΙΜΕΛΕΙΑ: Κώστας Σολδάτος
costas.eclass4u@gmail.com
eclass4U.gr

Ερώτημα 3Α)

Δίνονται οι παρακάτω πληροφορίες για τις μετοχές Α και Β.

	Αναμενόμενη Απόδοση	Τυπική Απόκλιση Αναμενόμενης Απόδοσης
Μετοχή Α	10%	15%
Μετοχή Β	8%	10%

Α) Εάν τα ποσοστά σύνθεσης του χαρτοφυλακίου σας που αποτελείται από τις μετοχές Α και Β είναι w_A = 0,3916 και w_B = 0,6084, υπολογίστε την αναμενόμενη απόδοση και τον κίνδυνο (τυπική απόκλιση) του χαρτοφυλακίου. Δίνεται ότι η συνδιακύμανση των αποδόσεων των δυο μετοχών είναι 0,002.

Λύση:

<u>Αναμενόμενη απόδοση χαρτοφυλακίου</u>

Αν W_A = 0,3916 και W_B = 0,6084 η αναμενόμενη απόδοση του χαρτοφυλακίου είναι:

$E(R_P) = W_A * E(R_A) + W_B * E(R_B) = 0,3916 * 0,10 + 0,6084 * 0,08$ ⇨

$E(R_P) = 0,0878$ ή 8,78%.

ΕΠΙΜΕΛΕΙΑ: Κώστας Σολδάτος
costas.eclass4u@gmail.com eclass4U.gr

Τυπική απόκλιση – Κίνδυνος Χαρτοφυλακίου με αξιόγραφα i και j:

$\sigma_p = [\sum_{i=1}^{N} w_i{}^2 \sigma_i{}^2 + \sum_{i=1}^{N} \sum_{j=1}^{N} W_i * W_j * \sigma_{ij}]^{1/2}$ και ακριβώς επειδή το εν λόγω χαρτοφυλάκιο περιλαμβάνει μόνο 2 αξιόγραφα – μετοχές έχουμε:

$\sigma_p = [w_A{}^2 * \sigma_A{}^2 + w_B{}^2 * \sigma_B{}^2 + 2 * W_A * W_B * \sigma AB\,]^{1/2}$ ⇨

$\sigma_p = [0{,}3916^2 * 0{,}15^2 + 0{,}6084^2 * 0{,}10^2 + 2 * 0{,}3916 * 0{,}6084 * 0{,}002\,]^{1/2}$ ⇨

$\sigma_p = \sqrt{0{,}0082}$ ⇨ σ_p= 0,0905 ή 9,05%

ΕΠΙΜΕΛΕΙΑ: Κώστας Σολδάτος
costas.eclass4u@gmail.com eclass4U.gr

Β) Ποια είναι η τιμή του συντελεστή συσχέτισης των αποδόσεων των μετοχών του χαρτοφυλακίου; Τι συμπεράσματα μπορείτε να βγάλετε από αυτήν την τιμή του συντελεστή συσχέτισης;

Λύση:

αφού $P_{ij} = \frac{\sigma_{ij}}{\sigma_i * \sigma_j}$ όπου σ_{ij}: η συνδιακύμανση των αποδόσεων των αξιογράφων i και j με κίνδυνο σi και σj αντιστοίχως έχουμε:

$$P_{AB} = \frac{\sigma_{AB}}{\sigma_A * \sigma_B} = \frac{0{,}002}{0{,}15 * 0{,}10} \Rightarrow P_{AB} = 0{,}1333$$

Ο συντελεστής συσχέτισης P_{AB} = 0,1333 είναι θετικός και κοντά στο μηδέν. Αυτό σημαίνει ότι υπάρχει μια **ασθενής θετική συσχέτιση** μεταξύ των αποδόσεων των μετοχών Α και Β του χαρτοφυλακίου και άρα **μια μικρή έστω διαφοροποίηση.**

ΕΠΙΜΕΛΕΙΑ: Κώστας Σολδάτος
costas.eclass4u@gmail.com eclass4U.gr

Ερώτημα 3Γ)

Γ) Εάν επιθυμείτε η αναμενόμενη απόδοση του χαρτοφυλακίου σας να είναι ίση με 9,5%, να υπολογίσετε τη σύνθεση του χαρτοφυλακίου σας, δηλαδή τι ποσοστό του κεφαλαίου σας θα πρέπει να επενδύσετε στην μετοχή Α και τι στην Β.

Λύση:

Σύμφωνα με το ερώτημα, θέλουμε ένα χαρτοφυλάκιο με προσδοκώμενη απόδοση:

$E(R_P) = 0{,}095 \rightarrow W_A * E(R_A) + W_B * E(R_B) = 0{,}095$

Ισχύει ότι $W_A + W_B = 1 \rightarrow W_B = 1 - W_A$

Οπότε έχουμε:

$W_A * E(R_A) + (1 - W_A) * E(R_B) = 0{,}095 \rightarrow W_A * 0{,}1 + (1 - W_A) * 0{,}08 = 0{,}095 \rightarrow \boxed{W_A = 0{,}75}$

Οπότε: $W_B = 1 - W_A = 1 - 0{,}75 \rightarrow \boxed{W_B = 0{,}25}$

Άρα το χαρτοφυλάκιό μας για να έχει απόδοση 9,5% πρέπει να αποτελείται 75% από τις μετοχές Α και 25% από μετοχές Β.

ΕΠΙΜΕΛΕΙΑ: Κώστας Σολδάτος
costas.eclass4u@gmail.com
eclass4U.gr

Ε) Εξηγείστε την έννοια της Διαχείρισης Χαρτοφυλακίου. Ποιο χαρτοφυλάκιο θεωρείται αποτελεσματικό;

Λύση:

Ε) Ως διαχείριση χαρτοφυλακίου θεωρούμε τις απαραίτητες ενέργειες που ο κάθε επενδυτής πρέπει να πραγματοποιήσει, για κάθε χαρτοφυλάκιο που δημιουργεί, έτσι ώστε να διασφαλιστεί το επενδυόμενο κεφάλαιο και η απαιτούμενη απόδοση ανάλογα με το προφίλ κινδύνου του επενδυτή.

Με άλλα λόγια, είναι

1. η διαδικασία **συνδυασμού διαφόρων αξιογράφων** σε ένα χαρτοφυλάκιο,
2. το οποίο δημιουργείται **ανάλογα με το προφίλ του κάθε επενδυτή**,
3. η **παρακολούθηση του χαρτοφυλακίου** αυτού και
4. **η εκτίμηση της αναμενόμενης απόδοσης και του κινδύνου του.**

Ένα αποτελεσματικό χαρτοφυλάκιο, για δεδομένο επίπεδο κινδύνου μας δίνει τη μέγιστη δυνατή απόδοση ή για δεδομένη απόδοση μας δίνει τον ελάχιστο δυνατό κίνδυνο.

ΕΠΙΜΕΛΕΙΑ: Κώστας Σολδάτος
costas.eclass4u@gmail.com eclass4U.gr

Συντελεστής συσχέτισης ρ των Αποδόσεων του Χαρτοφυλακίου

Τύπος συντελεστή συσχέτισης $\rho_{1,2} = \frac{\sigma_{1,2}}{\sigma_1 * \sigma_2}$

- $\sigma_{1,2}$: η συνδιακύμανση των αξιογράφων 1 και 2
- $\sigma_1 * \sigma_2$: η τυπική απόκλιση των αξιογράφων 1 και 2 αντίστοιχα
- Χρησιμοποιείται για να μετρήσει τη συσχέτιση δηλαδή **το βαθμό στον οποίο οι αποδόσεις των επενδύσεων κινούνται μαζί**.

1. Όταν ο συντελεστής συσχέτισης είναι θετικός δηλ.$\boldsymbol{\rho_{1,2} > 0}$ τότε:

όταν **αυξάνεται** η απόδοση **του ενός επενδυτικού** στοιχείου **θα αυξάνεται** και η **απόδοση του άλλου** και αντίστροφα.

2. Όταν ο συντελεστής συσχέτισης είναι ίσος με τη μονάδα δηλ.$\boldsymbol{\rho_{1,2} = 1}$ τότε:

όσο αυξάνεται η απόδοση **του ενός επενδυτικού** στοιχείου **θα αυξάνεται και η απόδοση του άλλου** και αντίστροφα (πλήρης θετική συσχέτιση).

ΕΠΙΜΕΛΕΙΑ: Κώστας Σολδάτος
costas.eclass4u@gmail.com eclass4U.gr

Συντελεστής συσχέτισης ρ των Αποδόσεων του Χαρτοφυλακίου

3. Όταν ο συντελεστής συσχέτισης είναι αρνητικός δηλ. $\boldsymbol{\rho_{1,2} < 0}$ τότε:

όταν αυξάνεται η απόδοση του ενός επενδυτικού στοιχείου **θα μειώνεται** και η απόδοση του άλλου και αντίστροφα.

4. Όταν ο συντελεστής συσχέτισης είναι $\rho_{1,2} = -1$ τότε:

όσο αυξάνεται η απόδοση του ενός επενδυτικού στοιχείου **τόσο θα μειώνεται** και η απόδοση του άλλου και αντίστροφα (πλήρης αρνητική συσχέτιση).

5. Όταν ο συντελεστής συσχέτισης είναι **μηδενικός** δηλ.$\rho_{1,2} = 0$ **τότε:**

δεν υπάρχει καμία συσχέτιση των αποδόσεων μεταξύ των επενδύσεων που απαρτίζουν το χαρτοφυλάκιο

ΕΠΙΜΕΛΕΙΑ: Κώστας Σολδάτος
costas.eclass4u@gmail.com eclass4U.gr

Συντελεστής συσχέτισης ρ των Αποδόσεων του Χαρτοφυλακίου

- οι τιμές που μπορεί να λάβει ο συντελεστής συσχέτισης κυμαίνονται μεταξύ
- $-1 \leq \rho \leq +1$.
- Όσο πιο μικροί είναι οι συντελεστές τόσο πιο βέβαιη (σταθερή) είναι η απόδοση του χαρτοφυλακίου.

ΕΠΙΜΕΛΕΙΑ: Κώστας Σολδάτος
costas.eclass4u@gmail.com eclass4U.gr

Υποδείγματα: Αναμενόμενες Αποδόσεις μεμονωμένων αξιογράφων i ή χαρτοφυλακίων P

Γραμμή Κεφαλαιαγοράς

$$E(R_p) = R_f + \frac{(E(R_{A^*}) - R_f)}{\sigma_{A^*}} * \sigma_p$$

$$E(R_p) = R_f + \frac{(E(R_m) - R_f)}{\sigma_m} * \sigma_p$$

Υπόδειγμα Αποτίμησης Περιουσιακών Στοιχείων

$$E(R_p) = R_f + (E(R_m) - R_f)\beta_P$$

Υπόδειγμα του ενός δείκτη

$$E(R_i) = a_i + \beta_i * E(R_m)$$

Οι παραπάνω τύποι μπορούν να χρησιμοποιηθούν είτε έχουμε μεμονωμένο χρεόγραφο i είτε χαρτοφυλάκιο P

ΕΠΙΜΕΛΕΙΑ: Κώστας Σολδάτος
costas.eclass4u@gmail.com eclass4U.gr

Γραμμή Κεφαλαιαγοράς (Capital Market Line – CML)

- Η **Γραμμή Κεφαλαιαγοράς (Capital Market Line – CML) δείχνει τους όρους ανταλλαγής** (trade off) **προσδοκώμενης απόδοσης** και **<u>συνολικού</u> κινδύνου σ** για αποτελεσματικά χαρτοφυλάκια, οι οποίοι προσφέρονται όταν η αγορά βρίσκεται σε κατάσταση ισορροπίας.
- Το σημείο που ορίζει το χρεόγραφο μηδενικού κινδύνου και το σημείο που ορίζει το άριστο χαρτοφυλάκιο A^*, ορίζουν μια ευθεία που λέγεται γραμμή κεφαλαιαγοράς και προσδιορίζεται από την εξίσωση:
- $E(R_p) = R_f + \frac{(E(R_{A^*}) - R_f)}{\sigma_{A^*}} * \sigma_p$
- όπου $E(R_p)$ = η αναμενόμενη απόδοση ενός αποτελεσματικού χαρτοφυλακίου ρ με κεφαλαιακά περιουσιακά στοιχεία που φέρουν κίνδυνο και με κεφαλαιακά περιουσιακά στοιχεία μηδενικού κινδύνου,
- R_f = η απόδοση του στοιχείου χωρίς κίνδυνο,
- $E(R_A^*)$ = η αναμενόμενη απόδοση του επικίνδυνου άριστου χαρτοφυλακίου A^*,
- σ_A^* = η τυπική απόκλιση του άριστου χαρτοφυλακίου A^*,
- σ_ρ = η τυπική απόκλιση του χαρτοφυλακίου ρ.

ΕΠΙΜΕΛΕΙΑ: Κώστας Σολδάτος
costas.eclass4u@gmail.com
eclass4U.gr

Γραμμή Κεφαλαιαγοράς (Capital Market Line – CML)

- Το επικίνδυνο αξιόγραφο που θα του δώσει τη γραμμή με τη μεγαλύτερη κλίση και επομένως έχει την υψηλότερη απόδοση ανά μονάδα κινδύνου είναι το χαρτοφυλάκιο της αγοράς m. Η γραμμή κεφαλαιαγοράς γίνεται:

- $E(R_p) = R_f + \frac{(E(R_m)-R_f)}{\sigma_m} * \sigma_p$

Η κλίση της Γραμμής Κεφαλαιαγοράς (Capital Market Line - CML) δίνεται αλγεβρικά από τον τύπο :

- $\frac{(E(R_m)-R_f)}{\sigma_m}$

➢ Ο παρονομαστής είναι ο κίνδυνος του χαρτοφυλακίου της αγοράς

➢ Άρα, Η **Κλίση** της Γραμμής Κεφαλαιαγοράς **μετρά** την **ανταμοιβή ανά μονάδα κινδύνου του χαρτοφυλακίου της αγοράς**

ΕΠΙΜΕΛΕΙΑ: Κώστας Σολδάτος
costas.eclass4u@gmail.com eclass4U.gr

Επαναληπτικές 2019 – 2020 Θέμα 4Βα

- Δίδονται τα εξής στοιχεία του χαρτοφυλακίου της αγοράς: αναμενόμενη απόδοση 13%, η τυπική απόκλιση των αποδόσεων 20,66%. Ποια είναι η κλίση της γραμμής κεφαλαιαγοράς και τι εκφράζει, δεδομένου ότι η αναμενόμενη απόδοση του στοιχείου άνευ κινδύνου είναι 5%;
- **Λύση**:
- Η συνάρτηση της γραμμής κεφαλαιαγοράς απεικονίζεται αλγεβρικά ως εξής (τύπος 7.1 του τόμου Δ)
- $E(R_p) = R_f + \frac{(E(R_m)-R_f)}{\sigma_m} * \sigma_p$
- Η κλίση της γραμμής κεφαλαιαγοράς είναι:
- $\frac{(E(R_m)-R_f)}{\sigma_m} = \frac{0,13-0,05}{0,2066} = 0,3872$

ΕΠΙΜΕΛΕΙΑ: Κώστας Σολδάτος
costas.eclass4u@gmail.com eclass4U.gr

Επαναληπτικές 2019 – 2020 Θέμα 4Βα

- Αναφέρεται ως η τιμή του κινδύνου της αγοράς των αποτελεσματικών χαρτοφυλακίων.
- Ο **αριθμητή**ς αντιστοιχεί στην **αναμενόμενη απόδοση του χαρτοφυλακίου της αγοράς πέρα της απόδοσης που έχει το στοιχείο άνευ κινδύνου** και είναι η **ανταμοιβή του κινδύνου του χαρτοφυλακίου της αγοράς.**
- Ο **παρονομαστής** είναι ο **κίνδυνος του χαρτοφυλακίου της αγοράς**.
- Κατά συνέπεια, η **κλίση της γραμμής της κεφαλαιαγοράς μετρά** την **ανταμοιβή ανά μονάδα κινδύνου του χαρτοφυλακίου της αγοράς.** Η κλίση της γραμμής καθορίζει την π**ρόσθετη απόδοση η οποία είναι απαραίτητη για να αποζημιώσει τον επενδυτή για κάθε μεταβολή του κινδύνου που έχει αναλάβει κατά μία μονάδα**. Κατά συνέπεια, η κλίση αυτή δείχνει την πρόσθετη απόδοση, την οποία ζητά η αγορά για κάθε ποσοστιαία αύξηση του κινδύνου ενός αποτελεσματικού χαρτοφυλακίου, δηλαδή της τυπικής απόκλισης των αποδόσεων του. (σελ. 147 τόμου Δ)

ΕΠΙΜΕΛΕΙΑ: Κώστας Σολδάτος
costas.eclass4u@gmail.com eclass4U.gr

Υπόδειγμα Αποτίμησης Κεφαλαιακών Περιουσιακών Στοιχείων (Capital Asset Pricing Model – CAPM) – Αλγεβρική απεικόνιση της SML

Η γραμμή αγοράς αξιόγραφου, όμως, μπορεί να απεικονιστεί και αλγεβρικά με την εξής μορφή:

- $E(R_i) = R_f + (E(R_m) - R_f)\beta_i$
- β: είναι ο συντελεστής που μετρά την ευαισθησία των αποδόσεων του χαρτοφυλακίου P (ή του αξιογράφου i) σε σχέση με την απόδοση της αγοράς R_m.

Γενικά, το υπόδειγμα αποτίμησης περιουσιακών στοιχείων αναφέρει ότι **ένας επενδυτής <u>απαιτεί</u> η αναμενόμενη απόδοση ενός περιουσιακού στοιχείου με κίνδυνο να είναι ίση με την απόδοση ενός στοιχείου χωρίς κίνδυνο πλέον μιας ανταμοιβής για τον συστηματικό κίνδυνο που αναλαμβάνει** με την αγορά του συγκεκριμένου περιουσιακού στοιχείου. Η ανταμοιβή αυτή είναι μεγαλύτερη, όσο μεγαλύτερος είναι ο συστηματικός κίνδυνος που ενέχει το περιουσιακό στοιχείο.

ΕΠΙΜΕΛΕΙΑ: Κώστας Σολδάτος
costas.eclass4u@gmail.com
eclass4U.gr

Υπόδειγμα Αποτίμησης Περιουσιακών Στοιχείων (Capital Asset Pricing Model – CAPM) – Αλγεβρική απεικόνιση της SML

- Με άλλα λόγια, η προσδοκώμενη απόδοση ενός χρεογράφου (**πχ μετοχής αλλά και ολόκληρου χαρτοφυλακίου**) με κίνδυνο ισούται με το επιτόκιο μηδενικού κινδύνου R_f + ένα ασφάλιστρο κινδύνου:
- **Ασφάλιστρο κινδύνου της αγοράς (market risk premium)**= $(E_{(r_m)} - R_f)$
- Σύμφωνα με το CAPM, Το Ασφάλιστρο κινδύνου καθορίζεται από τον **συστηματικό κίνδυνο β του χρεογράφου i** και από **το ασφάλιστρο κινδύνου της αγοράς** $E_{(r_m)} - R_f$
- $E(R_i) = R_f + (E(R_m) - R_f)\beta_i$
- το CAPM ουσιαστικά είναι το κόστος κεφαλαίου ή η απαιτούμενη απόδοση των μετόχων: το γνωστό μας $K_μ$

ΕΠΙΜΕΛΕΙΑ: Κώστας Σολδάτος
costas.eclass4u@gmail.com eclass4U.gr

Υπόδειγμα Αποτίμησης Περιουσιακών Στοιχείων (Capital Asset Pricing Model – CAPM) – συντελεστής β

$$\beta_i = \frac{COV(r_i, r_m)}{\sigma_m^2}$$

$COV(r_i, r_m)$: συνδιακύμανση αποδόσεων του χρεογράφου i με τις αποδόσεις του χαρτοφυλακίου της αγοράς m

- Όμως:
- $COV(r_i, r_m) = \rho_{i,m} * \sigma_i * \sigma_m$
- Άρα:
- $\beta_i = \frac{COV(r_i, r_m)}{\sigma_m^2} = \frac{\rho_{i,m} * \sigma_i * \sigma_m}{\sigma_m^2}$
- $\boldsymbol{\beta_i = \frac{\sigma_i}{\sigma_m} * \rho_{i,m}}$

ΕΠΙΜΕΛΕΙΑ: Κώστας Σολδάτος
costas.eclass4u@gmail.com
eclass4U.gr

Υπόδειγμα Αποτίμησης Περιουσιακών Στοιχείων (Capital Asset Pricing Model – CAPM) - Παρατηρήσεις

- **<u>Πως η αγορά – επενδυτές αποτιμούν το χαρτοφυλάκιό μας ή τη μετοχή μας.</u>**
- Εδώ ουσιαστικά **συγκρίνω την απόδοση που αναμένει η αγορά δηλαδή οι λοιποί επενδυτές από το χαρτοφυλάκιό μας μέσω του CAPM με τη δική μου αναμενόμενη απόδοση E(r_p)** με δεδομένο επίπεδο συστηματικού κινδύνου β.
- Δηλαδή συγκρίνω:
- CAPM (**απαίτηση** για αναμενόμενη απόδοση του χαρτοφυλακίου μου από αγορά):
- $E(R_p) = R_f + (E(R_m) - R_f)\beta_P$
- Με
- Αναμενόμενη απόδοση του χαρτοφυλακίου από εμένα:
- $E(r_p) = w_x * E_{(r_x)} + w_y * E_{(r_y)}$

ΕΠΙΜΕΛΕΙΑ: Κώστας Σολδάτος
costas.eclass4u@gmail.com eclass4U.gr

ΓΕ 2 2021-2022 Θέμα 4Αi)

Α) Έστω ότι έχουμε πέντε (5) μετοχές με συστηματικό κίνδυνο (συντελεστή βήτα) και αναμενόμενη απόδοση, έκαστη, όπως στον παρακάτω πίνακα. Η ετήσια απόδοση του αξιογράφου μηδενικού κινδύνου (R_f) είναι 5% και η ετήσια απόδοση του χαρτοφυλακίου της αγοράς (R_m) είναι 11%.

Μετοχή	Συντελεστής βήτα (β)	Αναμενόμενη απόδοση
Α	0,40	0,13
Β	1,00	0,11
Γ	1,37	0,09
Δ	1,75	0,13
Ε	-0,20	0,02

i) Να υπολογίστε τις απαιτούμενες αποδόσεις των μετοχών με βάση το υπόδειγμα αποτίμησης περιουσιακών στοιχείων (CAPM).

Λύση:

ΕΠΙΜΕΛΕΙΑ: Κώστας Σολδάτος
costas.eclass4u@gmail.com eclass4U.gr

ΓΕ 2 2021-2022 Θέμα 4Αi)

- Σύμφωνα με το Υπόδειγμα Αποτίμησης Περιουσιακών Στοιχείων (CAPM),
- $E(R_i) = R_f + (E(R_m) - R_f)\beta_i$
- Επειδή:
- $R_f = 0{,}05$ & $E(R_m) = 0{,}11$
- Η απαιτούμενη απόδοση κάθε μετοχής σύμφωνα με το CAPM είναι:
- $E(R_i) = 0{,}05 + (0{,}11 - 0{,}05)\beta_i$
- $E(R_i) = 0{,}05 + (0{,}06)\beta_i$
- $E(R_A) = 0{,}05 + (0{,}06) * 0{,}40 = 0{,}074$
- $E(R_B) = 0{,}05 + (0{,}06) * 1 = 0{,}11$
- $E(R_\Gamma) = 0{,}05 + (0{,}06) * 1{,}37 = 0{,}1322$
- $E(R_\Delta) = 0{,}05 + (0{,}06) * 1{,}75 = 0{,}155$
- $E(R_E) = 0{,}05 + (0{,}06) * (-0{,}20) = 0{,}038$

ΕΠΙΜΕΛΕΙΑ: Κώστας Σολδάτος
costas.eclass4u@gmail.com eclass4U.gr

ΓΕ 2 2021-2022 Θέμα 4Αii)

ii) Να συγκρίνετε τις απαιτούμενες και αναμενόμενες αποδόσεις κάθε μετοχής και να βρείτε ποιες μετοχές είναι υπερτιμημένες ή υποτιμημένες.

Λύση:

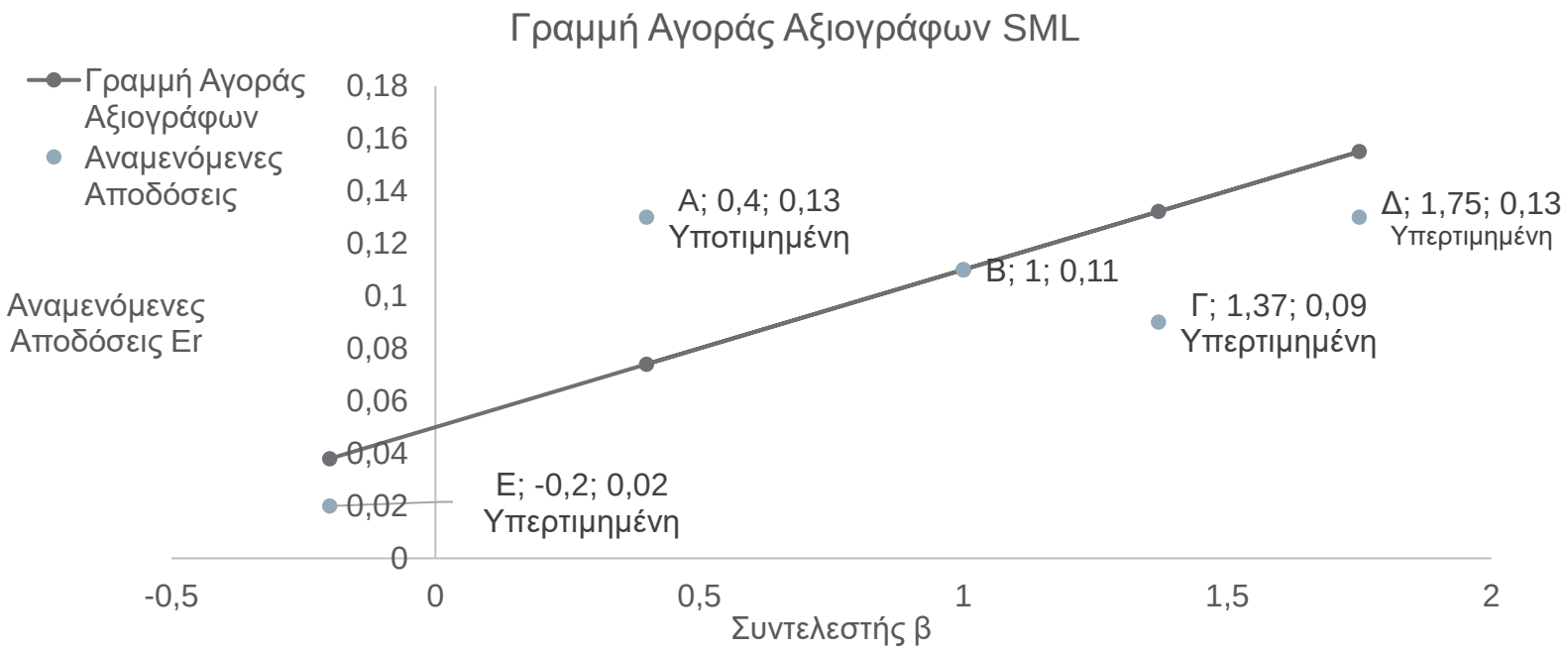
Μετοχή	Συντελεστής βήτα (β)	Αναμενόμενη απόδοση	Απαιτούμενη απόδοση CAPM	
Α	0,4	0,13	0,074	ΥΠΟΤΙΜΗΜΕΝΗ
Β	1	0,11	0,11	ΙΣΟΡΡΟΠΙΑ
Γ	1,37	0,09	0,1322	ΥΠΕΡΤΙΜΗΜΕΝΗ
Δ	1,75	0,13	0,155	ΥΠΕΡΤΙΜΗΜΕΝΗ
Ε	-0,2	0,02	0,038	ΥΠΕΡΤΙΜΗΜΕΝΗ

ΕΠΙΜΕΛΕΙΑ: Κώστας Σολδάτος
costas.eclass4u@gmail.com eclass4U.gr

ΓΕ 2 2021-2022 Θέμα 4Αiii)

iii) Να παρουσιάσετε τις αναμενόμενες αποδόσεις σε ένα διάγραμμα όπου θα φαίνεται ποιες αναμενόμενες αποδόσεις είναι πάνω ή κάτω από την Γραμμή Αγοράς Αξιογράφου.

Λύση:



ΕΠΙΜΕΛΕΙΑ: Κώστας Σολδάτος
costas.eclass4u@gmail.com
eclass4U.gr

ΓΕ 2 2021-2022 Θέμα 4Βi)

Β) Ας υποθέσουμε ότι έχουμε ένα χαρτοφυλάκιο που αποτελείται από τρεις (3) μετοχές με τα κάτωθι στοιχεία:

Μετοχή	Στάθμιση	Τυπική απόκλιση (σ)	Συσχέτιση με το χαρτοφυλάκιο αγοράς
Α	0,3	0,12	0,38
Β	0,3	0,24	0,62
Γ	0,4	0,11	0,51

Η τυπική απόκλιση του χαρτοφυλακίου της αγοράς είναι 11 %,η απόδοση του χαρτοφυλακίου της αγοράς είναι 7%, και το ετήσιο επιτόκιο μηδενικού κινδύνου είναι 4%.

ί) Υπολογίστε τον συστηματικό κίνδυνο (βήτα) και την απαιτούμενη απόδοση κάθε μετοχής.

Λύση:

ΕΠΙΜΕΛΕΙΑ: Κώστας Σολδάτος
costas.eclass4u@gmail.com eclass4U.gr

ΓΕ 2 2021-2022 Θέμα 4Βi)

- Ο συντελεστής β_i κάθε μετοχής δίνεται από τη σχέση:
- $\beta_i = \frac{COV(r_i, r_m)}{\sigma_m^2}$
- $COV(r_i, r_m)$: συνδιακύμανση αποδόσεων του χρεογράφου i με τις αποδόσεις του χαρτοφυλακίου της αγοράς m
- Όμως:
- $COV(r_i, r_m) = \rho_{i,m} * \sigma_i * \sigma_m$
- οπότε:
- $\beta_i = \frac{COV(r_i, r_m)}{\sigma_m^2} = \frac{\rho_{i,m} * \sigma_i * \sigma_m}{\sigma_m^2}$
- Άρα:

ΕΠΙΜΕΛΕΙΑ: Κώστας Σολδάτος
costas.eclass4u@gmail.com eclass4U.gr

ΓΕ 2 2021-2022 Θέμα 4Βi)

- $\beta_i = \frac{\sigma_i}{\sigma_m} * \rho_{i,m}$
- Επειδή:

Μετοχή	Στάθμιση	Τυπική απόκλιση (σ)	Συσχέτιση με το χαρτοφυλάκιο αγοράς
Α	0,3	0,12	0,38
Β	0,3	0,24	0,62
Γ	0,4	0,11	0,51

- Η τυπική απόκλιση του χαρτοφυλακίου της αγοράς σ_m είναι:
- $\sigma_m = 0{,}11$
- **Για τη μετοχή Α έχουμε:**
- $\beta_A = \frac{\sigma_A}{\sigma_m} * \rho_{A,m}$
- $\boldsymbol{\beta_A = \frac{0{,}12}{0{,}11} * 0{,}38 = 0{,}4145}$
- Σύμφωνα με το υπόδειγμα CAPM, η απαιτούμενη απόδοση της μετοχής Α είναι:
- $E(R_A) = R_f + (E(R_m) - R_f)\beta_A$
- Επειδή η απόδοση του χαρτοφυλακίου της αγοράς $E(R_m)$ είναι:
- $E(R_m) = 0{,}07$

ΕΠΙΜΕΛΕΙΑ: Κώστας Σολδάτος
costas.eclass4u@gmail.com
eclass4U.gr

ΓΕ 2 2021-2022 Θέμα 4Βi)

- Και το ετήσιο επιτόκιό μηδενικού κίνδυνου R_f είναι:
- $R_f = 0{,}04$
- Έχουμε:
- $E(R_A) = 0{,}04 + (0{,}07 - 0{,}04) * 0{,}4145$
- $\boldsymbol{E(R_A) = 0{,}052435}$

ΕΠΙΜΕΛΕΙΑ: Κώστας Σολδάτος
costas.eclass4u@gmail.com eclass4U.gr

ΓΕ 2 2021-2022 Θέμα 4Βi)

Μετοχή	Στάθμιση	Τυπική απόκλιση (σ)	Συσχέτιση με το χαρτοφυλάκιο αγοράς
Α	0,3	0,12	0,38
Β	0,3	0,24	0,62
Γ	0,4	0,11	0,51

- **Για τη μετοχή Β έχουμε:**
- $\beta_B = \frac{\sigma_B}{\sigma_m} * \rho_{B,m}$
- $\boldsymbol{\beta_B = \frac{0,24}{0,11} * 0,62 = 1,3527}$
- $\boldsymbol{E(R_B) = 0,04 + (0,07 - 0,04) * 1,3527 = 0,080581}$
-
- **Για τη μετοχή Γ έχουμε:**
- $\beta_\Gamma = \frac{\sigma_\Gamma}{\sigma_m} * \rho_{\Gamma,m}$
- $\boldsymbol{\beta_\Gamma = \frac{0,11}{0,11} * 0,51 = 0,51}$
- $\boldsymbol{E(R_\Gamma) = 0,04 + (0,07 - 0,04) * 0,51 = 0,0553}$

ΕΠΙΜΕΛΕΙΑ: Κώστας Σολδάτος
costas.eclass4u@gmail.com
eclass4U.gr

ΓΕ 2 2021-2022 Θέμα 4Βii)

ii) Υπολογίστε την απόδοση του χαρτοφυλακίου των τριών μετοχών.

Λύση:

- Η απόδοση του χαρτοφυλακίου P θα είναι ο σταθμισμένος μέσος όρος των αποδόσεων των μετοχών που το απαρτίζουν:
- $E(R_P) = w_A E(R_A) + w_B E(R_B) + w_\Gamma E(R_\Gamma) =$
- $E(R_P) = 0{,}3 * 0{,}0524 + 0{,}3 * 0{,}080581 + 0{,}4 * 0{,}0553$
- $E(R_P) = 0{,}01572 + 0{,}0241743 + 0{,}4 * 0{,}02212$
- $\boldsymbol{E(R_P) = 0{,}0620}$

ΕΠΙΜΕΛΕΙΑ: Κώστας Σολδάτος
costas.eclass4u@gmail.com eclass4U.gr

ΓΕ 2 2021-2022 Θέμα 4Biii)

iii) Υπολογίστε τον συστηματικό κίνδυνο (συντελεστή β) του χαρτοφυλακίου των τριών μετοχών.

Λύση:

- Ο συντελεστής β_p του χαρτοφυλακίου είναι ο σταθμισμένος μέσος όρος των συντελεστών β των μετοχών που το απαρτίζουν:
- $\beta_P = w_A\beta_A + w_B\beta_B + w_\Gamma\beta_\Gamma =$
- $\beta_P = 0{,}3 * 0{,}4145 + 0{,}3 * 1{,}3527 + 0{,}4 * 0{,}51 =$
- $\boldsymbol{\beta_P = 0{,}734181818}$

ΕΠΙΜΕΛΕΙΑ: Κώστας Σολδάτος
costas.eclass4u@gmail.com eclass4U.gr

Άσκηση Αυτοαξιολόγησης 1 Κεφάλαιο 6

Η αναμενόμενη απόδοση ενός δείκτη της αγοράς είναι 12% και η τυπική απόκλιση των αποδόσεών του είναι 20%. Δίνονται, επίσης, οι παρακάτω πληροφορίες για τις μετοχές Κ και Η.

Μετοχές	α_i	β_i	σ^2 ei
Κ	15%	1,2	720
Η	4%	0,8	320

- Χρησιμοποιώντας το υπόδειγμα του ενός δείκτη, απαντήστε στις παρακάτω ερωτήσεις:
- α) Να υπολογίσετε την αναμενόμενη απόδοση κάθε μετοχής.
- **Λύση:**
- $E(R_i) = \alpha_i + \beta_i E(R_m)$
- $E(R_K) = 15 + (1,2) \times (12) = 29,4\%$
- $E(R_H) = 4 + (0,8) \times (12) = 13,6\%$

ΕΠΙΜΕΛΕΙΑ: Κώστας Σολδάτος
costas.eclass4u@gmail.com
eclass4U.gr

Άσκηση Αυτοαξιολόγησης 1 Κεφάλαιο 6

- β) Να υπολογίσετε τη διακύμανση και την τυπική απόκλιση των αποδόσεων κάθε μετοχής, καθώς επίσης τη συνδιακύμανση και τον συντελεστή συσχέτισης των αποδόσεών τους.

- **Λύση:**

- **<u>Συνολικός Κίνδυνος ενός Αξιογράφου i σ_i</u>**

- Συνολικός Κίνδυνος= Συστηματικός Κίνδυνος + **<u>ΜΗ</u>** Συστηματικό Κίνδυνο⇔

- $\Leftrightarrow \sigma_i^2 = \beta_i^2 \sigma_m^2 + \sigma_{\varepsilon i}^2$

- όπου σ_m^2 = Διακύμανση της απόδοσης του δείκτη της αγοράς,

- $\sigma_{\varepsilon i}^2$ = Διακύμανση του σφάλματος

- ε: τυχαίο σφάλμα, δηλαδή η διαφορά της πραγματικής απόδοσης από την αναμενόμενη απόδοση

ΕΠΙΜΕΛΕΙΑ: Κώστας Σολδάτος
costas.eclass4u@gmail.com eclass4U.gr

Άσκηση Αυτοαξιολόγησης 1 Κεφάλαιο 6

- $\sigma_{\kappa}^2 = (1,2)^2 \chi (20)^2 + 720 = 1.296$
- $\sigma_{\kappa} = 36\%$.
- $\sigma_H^2 = (0,8)^2 \chi (20)^2 + 320 = 576$
- $\sigma_H = 24\%$.
- Σύμφωνα με το υπόδειγμα του ενός δείκτη, η συνδιακύμανση σ_{KH} μεταξύ K και H είναι:
- $\sigma_{KH} = \beta_K \beta_H \sigma_m^2$
- $\sigma_{KH} = (1,2)\ \chi\ (0,8)\ \chi\ (20)^2 = 384$
- **Συντελεστής Συσχέτισης** ρ δύο χρεογράφων i και j:
- $\rho_{i,j} = \frac{\sigma_{i,j}}{\sigma_i * \sigma_j}$
- $\rho_{KH} = [384/(36)\ \chi\ (24)] = 0,4444$

ΕΠΙΜΕΛΕΙΑ: Κώστας Σολδάτος
costas.eclass4u@gmail.com
eclass4U.gr

Άσκηση Αυτοαξιολόγησης 1 Κεφάλαιο 6

- γ) Ποια από τις δύο μετοχές έχει μεγαλύτερο κίνδυνο, εάν επενδύσετε το σύνολο των κεφαλαίων σας σε μία από τις δύο μετοχές;

- **Λύση:**

- γ) Εάν επενδύσουμε το σύνολο των κεφαλαίων μας σε μία μετοχή, η Κ έχει τον μεγαλύτερο κίνδυνο,

- καθώς σ_K {= 36%) > σ_H (= 24%).

ΕΠΙΜΕΛΕΙΑ: Κώστας Σολδάτος
costas.eclass4u@gmail.com eclass4U.gr

Άσκηση Αυτοαξιολόγησης 1 Κεφάλαιο 6

- δ) Ποια μετοχή προσθέτει λιγότερο κίνδυνο, εάν προστεθεί σε ένα καλά διαφοροποιημένο χαρτοφυλάκιο;

- **Λύση:**

- Σύμφωνα με το υπόδειγμα του ενός δείκτη, η διακύμανση δηλαδή ο συνολικός κίνδυνος σ ενός χρεογράφου i δίνεται από:

- $\sigma_i^2 = \beta_i^2 \sigma_m^2 + \sigma_{\varepsilon i}^2$

- Όπου:

- $\beta_i^2 \sigma_m^2$: ο συστηματικός κίνδυνος του αξιογράφου i και:

- $\sigma_{\varepsilon i}^2$: ο μη συστηματικός κίνδυνος του αξιογράφου I

- Ένα **πλήρως διαφοροποιημένου χαρτοφυλάκιο** είναι εκείνο που **έχει εξαλείψει το μη συστηματικό κίνδυνο** που προέρχεται από χρεόγραφα που περιλαμβάνει.

- Συνεπώς, ο κίνδυνος του χαρτοφυλακίου αυξάνεται μόνο κατά τον συστηματικό κίνδυνο της μετοχής.

- Έτσι λοιπόν, θα υπολογίσουμε τον συστηματικό κίνδυνο σsyst,i του κάθε χρεογράφου i:

ΕΠΙΜΕΛΕΙΑ: Κώστας Σολδάτος
costas.eclass4u@gmail.com eclass4U.gr

Ο συστηματικός κίνδυνος σsyst,K του χρεογράφου K είναι:

$$\sigma_{syst,K}^2 = \beta_K^2\ \sigma_m^2$$

$$\sigma_{syst,K}^2 = 1{,}2^2 * 0{,}20^2$$

$$\sigma_{syst,K}^2 = 0{,}0576$$

$$\sigma_{syst,K} = \sqrt{0{,}0576}$$

$$\boldsymbol{\sigma_{syst,K} = 0{,}24 \text{ ή } 24\%}$$

Ο συστηματικός κίνδυνος $\sigma_{syst,}$ του χρεογράφου H είναι:

$$\sigma_{syst,H}^2 = 0{,}8^2 * 0{,}20^2$$

$$\sigma_{syst,H}^2 = 0{,}0256$$

$$\sigma_{syst,H} = \sqrt{0{,}0256}$$

$$\boldsymbol{\sigma_{syst,H} = 0{,}16 \text{ ή } 16\%}$$

άρα, η μετοχή H έχει μικρότερο συστηματικό κίνδυνο και, κατά συνέπεια, προσθέτει λιγότερο κίνδυνο εάν προστεθεί σε ένα καλά διαφοροποιημένο χαρτοφυλάκιο.

Μετοχές	α_i	β_i	σ_{ei}^2
K	15%	1,2	720
H	4%	0,8	320

Eclass4U
The best Choice for you

ΕΠΙΜΕΛΕΙΑ: Κώστας Σολδάτος
costas.eclass4u@gmail.com
eclass4U.gr

ε) Να υπολογίσετε την αναμενόμενη απόδοση και την τυπική απόκλιση των αποδόσεων ενός χαρτοφυλακίου του οποίου το 30% έχει επενδυθεί στη μετοχή Κ και το υπόλοιπο 70% στη μετοχή Η.

Λύση:

<u>Αναμενόμενη Απόδοση Χαρτοφυλακίου</u>

$E(R_p) = \alpha_p + \beta_p E(R_m)$

Όπου:

β_p = ο συντελεστής βήτα του χαρτοφυλακίου,

$\beta_p = w_1\beta_1 + w_2\beta_2$

και

$\alpha_p = w_1\alpha_1 + w_2\alpha_2$

Μετοχές	α_i	β_i	σ^2_{ei}
Κ	15%	1,2	720
Η	4%	0,8	320

είναι:

$\beta_p = w_1\beta_1 + w_2\beta_2$

$\beta_p = 0{,}30*1{,}2 + 0{,}7*0{,}8 = 0{,}92$

και

$\alpha_p = w_1\alpha_1 + w_2\alpha_2$

$\alpha_p = 0{,}30*0{,}15 + 0{,}70*0{,}04 = 7{,}3$

οπότε, η αναμενόμενη απόδοση του χαρτοφυλακίου θα είναι:

$E(R_p) = \alpha_p + \beta_p E(R_m)$

$E(R_p) = 7{,}3 + 0{,}92*0{,}12 = 0{,}1834$ ή 18,34%

ΕΠΙΜΕΛΕΙΑ: Κώστας Σολδάτος
costas.eclass4u@gmail.com eclass4U.gr

Κίνδυνος χαρτοφυλακίου

$\sigma_p^2 = \beta_p^2 \sigma_m^2 + \sigma_{\varepsilon i}^2$

όμως:

$$\sigma_{\varepsilon p}^2 = w_1^2 * \sigma_{\varepsilon 1}^2 + w_2^2 * \sigma_{\varepsilon 2}^2$$

Άρα:

$$\sigma_p^2 = \beta_p^2 * \sigma_m^2 + w_1^2 * \sigma_{\varepsilon 1}^2 + w_2^2 * \sigma_{\varepsilon 2}^2$$

$$\sigma_p^2 = 0{,}92^2 * 0{,}20^2 + 0{,}30^2 * 720 + 0{,}70^2 * 320$$

$$\sigma_p^2 = 560$$

$$\sigma_p = 0{,}2367 \text{ ή } 23{,}67\%$$

Μετοχές	α_i	β_i	σ_{ei}^2
K	15%	1,2	720
H	4%	0,8	320

ΕΠΙΜΕΛΕΙΑ: Κώστας Σολδάτος
costas.eclass4u@gmail.com eclass4U.gr

ΓΕ 2 2021-2022 Θέμα 2Δ

Δ) Να περιγράφετε τις βασικές διαφορές μεταξύ αγοράς χρήματος και κεφαλαίου. Ποια από τις δύο αγορές θα αξιοποιούσατε σε περίπτωση που η επιχείρησή σας επιθυμούσε να χρηματοδοτήσει την κατασκευή ενός νέου εργοστασίου;

Λύση:

- Η **αγορά Χρήματος** είναι η αγορά στην οποία διακινούνται χρεόγραφα **βραχυχρόνιας διάρκειας**, με τα εξής χαρακτηριστικά:
- α) Η διάρκεια (συνήθως μέχρι ένα έτος).
- β) Ο χαμηλός κίνδυνος αθέτησης των υποχρεώσεων των εκδοτών χρεογράφων.
- γ) Ο υψηλός βαθμός ρευστοποίησής τους.
- Στην **Αγορά Κεφαλαίου** διακινούνται αξιόγραφα **μακροχρόνιας διάρκειας** (με διάρκεια ζωής μεγαλύτερη του έτους), με τα εξής βασικά χαρακτηριστικά:
- α) Ο υψηλότερος κίνδυνος αθέτησης των υποχρεώσεων των εκδοτών των χρεογράφων.
- β) Η σημαντική διακύμανση των τιμών των αξιόγραφων.
- γ) Η μεγάλη διάρκεια ζωής.
- Για την αγορά ενός νέου εργοστασίου θα χρησιμοποιούσαμε την αγορά κεφαλαίου καθώς είναι ένα έργο μακροχρόνιας διάρκειας.

ΕΠΙΜΕΛΕΙΑ: Κώστας Σολδάτος
costas.eclass4u@gmail.com eclass4U.gr

Αποτελεσματική Αγορά **(Efficient Market)**

- Ως **αποτελεσματική αγορά (efficient market)** ορίζουμε αυτήν την αγορά όπου η **αγοραία τιμή κάθε χρεογράφου** είναι **ίση με την εσωτερική** (ή επενδυτική ή οικονομική ή εύλογη ή δίκαιη) του αξία
- **Υπενθύμιση**: **εσωτερική** (ή **επενδυτική** ή **οικονομική** ή **εύλογη** ή **δίκαιη**) αξία **είναι η τιμή** της μετοχής όπως αυτή προκύπτει από τους υπολογισμούς μας
- Με άλλα λόγια, η **τιμή των αξιογράφων ενσωματώνει όλη την πληροφορία** που είναι διαθέσιμη στους επενδυτές σχετικά με την αξία τους.
- Δηλαδή, **η αναζήτηση χρεογράφων που είναι υποτιμημένα**, είτε με τη βοήθεια της **τεχνικής ανάλυσης**, όπου οι αναλυτές εξετάζουν την **παρελθοντική συμπεριφορά των τιμών** των χρεογράφων, είτε με τη βοήθεια της **θεμελιώδους ανάλυσης**, όπου οι αναλυτές εξετάζουν **τα προβλεπόμενα κέρδη και μερίσματα** των επιχειρήσεων, τον κλάδο στον οποίο ανήκουν, την βιομηχανία και την οικονομία γενικότερα, **δεν θα είναι επιτυχής**

ΕΠΙΜΕΛΕΙΑ: Κώστας Σολδάτος
costas.eclass4u@gmail.com eclass4U.gr

Αποτελεσματική Αγορά **(Efficient Market) - Παρατηρήσεις**

- Αποτελεσματική αγορά **δεν** σημαίνει ότι η τιμή του αξιογράφου θα είναι ίση με την οικονομική του αξία **σε κάθε χρονική στιγμή**. Σημαίνει ότι οι **αποκλίσεις μεταξύ της τιμής και της οικονομικής αξίας του αξιογράφου εμφανίζονται τυχαία.**

- Αφού οι **αποκλίσεις** εμφανίζονται τυχαία, **δεν μπορούν να προβλεφθούν** χρησιμοποιώντας οποιοδήποτε οικονομικό μέγεθος (μεταβλητή) (π.χ. τα κέρδη μιας επιχείρησης, το ΑΕΠ της χώρας, τα επιτόκια κλπ.). Συνεπώς, **δεν μπορεί ένας επενδυτής να εκμεταλλευτεί συστηματικά τις αποκλίσεις για να επιτυγχάνει αποδόσεις ανώτερες από τη μέση απόδοση της αγοράς.**

Eclass4U
The best Choice for you

ΕΠΙΜΕΛΕΙΑ: Κώστας Σολδάτος
costas.eclass4u@gmail.com eclass4U.gr

Μορφές Αποτελεσματικής Αγοράς (Fama 1970)

Μορφές Αποτελεσματικής Αγοράς	Σύνολο Πληροφοριών που Αντανακλάται στις Τιμές των Χρεογράφων
1. Ασθενής	Παρελθοντικές τιμές των χρεογράφων.
2. Ημι-ισχυρή	Όλες οι δημόσια διαθέσιμες πληροφορίες.
3. Ισχυρή	Όλες οι πληροφορίες, και οι δημόσιες και οι ιδιωτικές.

ΕΠΙΜΕΛΕΙΑ: Κώστας Σολδάτος
costas.eclass4u@gmail.com eclass4U.gr

Ασθενώς Αποτελεσματική (Weak Form Efficient) Αγορά

- Μια αγορά θα μπορεί να περιγραφεί σαν **ασθενώς αποτελεσματική** (weak form efficient), εάν είναι **αδύνατο να επιτευχθούν υπεραποδόσεις** (εκτός κι αν αυτό συμβεί τυχαία), **χρησιμοποιώντας παρελθοντικές τιμές** για την λήψη αποφάσεων αγοράς ή πώλησης

ΕΠΙΜΕΛΕΙΑ: Κώστας Σολδάτος
costas.eclass4u@gmail.com eclass4U.gr

Ημι-ισχυρώς Αποτελεσματική (Semi-strong Form Efficient) Αγορά

- Μια αγορά θα μπορεί να χαρακτηριστεί σαν **ημι-ισχυρώς αποτελεσματική** (semi-strong form efficient), εάν **είναι αδύνατο να επιτευχθούν υπεραποδόσεις** (εκτός κι αν αυτό συμβεί τυχαία), **χρησιμοποιώντας δημόσια διαθέσιμες πληροφορίες** για την λήψη αποφάσεων αγοράς ή πώλησης.

ΕΠΙΜΕΛΕΙΑ: Κώστας Σολδάτος
costas.eclass4u@gmail.com eclass4U.gr

Ισχυρώς Αποτελεσματική (Strong Form Efficient) Αγορά

- Μια αγορά θα μπορεί να χαρακτηριστεί σαν **ισχυρώς αποτελεσματική** (strong form efficient), εάν είναι **αδύνατον να πραγματοποιηθούν υπεραποδόσεις** (εκτός κι αν αυτό συμβεί τυχαία), **χρησιμοποιώντας οποιαδήποτε πληροφορία**, δημόσια ή ιδιωτική για την λήψη αποφάσεων αγοράς ή πώλησης.

ΕΠΙΜΕΛΕΙΑ: Κώστας Σολδάτος
costas.eclass4u@gmail.com eclass4U.gr

ΓΕ 2 2021-2022 Θέμα 3Αiv)

iv) Ας υποθέσουμε ότι η μετοχή ΑΒΓ διανέμει 50% των κερδών της ως μέρισμα, έχει αναμενόμενο ρυθμό αύξησης μερισμάτων 5% και η απαιτούμενη απόδοσή της είναι 12%. Υπολογίστε τον πολλαπλασιαστή κερδών (P/E) της συγκεκριμένης μετοχής.

Λύση:

- Ο δείκτης τιμή προς κέρδη P/E ορίζεται ως εξής:
- $\frac{P_{ΔΙΚΑΙΗ}}{E_1} = \frac{1-b}{k_\mu - g}$
- $\frac{P_{ΔΙΚΑΙΗ}}{E_1} = \frac{1-0,5}{0,12-0,05}$
- $\frac{P_{ΔΙΚΑΙΗ}}{E_1} = \frac{0,5}{0,07}$
- $\boldsymbol{\frac{P_{ΔΙΚΑΙΗ}}{E_1} = 7,1429}$

ΕΠΙΜΕΛΕΙΑ: Κώστας Σολδάτος
costas.eclass4u@gmail.com eclass4U.gr

Αποτίμηση με χρήση του δείκτη τιμή προς κέρδη (price to earnings ratio – P/E) – Παράδειγμα

- Έστω η επιχείρηση Χ η οποία επανεπενδύει το 60% των κερδών της, ενώ η απόδοση των ιδίων κεφαλαίων της είναι 15%. Εάν η απαιτούμενη απόδοση από τη μετοχή είναι 12,5% και ο αναμενόμενος μακροπρόθεσμος ρυθμός αύξησης των μερισμάτων είναι 9%, να υπολογιστούν:

1) ο λόγος P/E με τον οποίο πρέπει να διαπραγματεύεται σήμερα η μετοχή

Λύση:

- b= 0,6, ROE= 0,15, Κμ= 0,125
- g= 0,09
- Φετινά κέρδη E= 2€
- Λόγος που έχει ανακοινωθεί P/E=10
- ΕΊΝΑΙ Ε ΚΑΙ ΌΧΙ E_1

Αν **δεν** μου έδινε το g, θα το έβρισκα Ως εξής:
g= b*ROE

g= 0,6*0,15= 0,09

ΕΠΙΜΕΛΕΙΑ: Κώστας Σολδάτος
costas.eclass4u@gmail.com eclass4U.gr

Αποτίμηση με χρήση του δείκτη τιμή προς κέρδη (price to earnings ratio – P/E) – Παράδειγμα

- Να υπολογιστούν: 1) ο λόγος P/E με τον οποίο πρέπει να διαπραγματεύεται σήμερα η μετοχή.
- **Λύση:**

$$\frac{P_{\text{ΕΣΩΤΕΡΙΚΗ}}}{E_1} = \frac{\overbrace{1-b}^{\mathbf{d}}}{k_\mu - g}$$

$$\frac{P}{E_1} = \frac{d}{k-g} = \frac{0{,}4}{0{,}125-0{,}09} = 11{,}4$$

ΕΠΙΜΕΛΕΙΑ: Κώστας Σολδάτος
costas.eclass4u@gmail.com
eclass4U.gr

Αποτίμηση με χρήση του δείκτη τιμή προς κέρδη (Price to Earnings ratio – P/E) – Παράδειγμα

- και 2) να υπολογιστεί η θεωρητικά σωστή τιμή της εάν τα φετινά κέρδη της είναι 2€ ανά μετοχή. Εάν ο ανακοινωμένος στον τύπο σήμερα λόγος P/E είναι 10, η μετοχή θεωρείται αγοραστική ευκαιρία και με ποιες προϋποθέσεις;
- **Λύση**:
- Γνωρίζοντας από το προηγούμενο ερώτημα ότι:
- $\frac{P_{\text{ΕΣΩΤΕΡΙΚΗ}}}{E_1} = 11{,}4$
- η θεωρητικά σωστή τιμή $P_{\text{ΕΣΩΤΕΡΙΚΗ}}$ = E_1*11,4 (1)
- Όμως, E_1= E*(1+g)= 2*(1+0,09)= 2,18
- Οπότε, η (1) γίνεται:$P_{\text{ΕΣΩΤΕΡΙΚΗ}} = 2{,}18 * 11{,}4 = 24{,}852$

ΕΠΙΜΕΛΕΙΑ: Κώστας Σολδάτος
costas.eclass4u@gmail.com eclass4U.gr

Αποτίμηση με χρήση του δείκτη τιμή προς κέρδη (Price to Earnings ratio – P/E) – Παράδειγμα

- Εάν ο ανακοινωμένος στον τύπο σήμερα λόγος P/E είναι 10, η μετοχή θεωρείται αγοραστική ευκαιρία και με ποιες προϋποθέσεις;
- **Λύση:**
- Αφού ο σημερινός λόγος P/E είναι 10, αυτό σημαίνει ότι η τιμή της μετοχής είναι:

$$\frac{P}{E} = 10 \Rightarrow P = 10 \times 2€ = 20€$$

- Άρα **αποτελεί αγοραστική ευκαιρία**, με την **προϋπόθεση** ότι η **επενδυτική και μερισματική της πολιτική θα παραμείνει ίδια** και η απόδοση ιδίων κεφαλαίων της θα παραμείνει στο 15%, κάτι που θα διατηρήσει το ρυθμό αύξησης μερισμάτων στο 9% μακροπρόθεσμα.

ΕΠΙΜΕΛΕΙΑ: Κώστας Σολδάτος
costas.eclass4u@gmail.com eclass4U.gr