

Θεματική ενότητα: ΔΕΟ 43



2022

# Eclass4U

*The best Choice for you*

ΤΙΤΛΟΣ ΜΑΘΗΜΑΤΟΣ: Ασκήσεις ΤΟΜΟΣ Α

ΘΕΡΜΟΠΥΛΩΝ 17  
ΠΕΡΙΣΤΕΡΙ  
100Μ ΑΠΟ ΤΗ ΣΤΑΣΗ  
ΜΕΤΡΟ «ΠΕΡΙΣΤΕΡΙ»

ΤΗΛΕΦΩΝΟ: 210-5711484  
ΚΙΝΗΤΟ: 6970401981  
EMAIL: [grammateia.eclass4u@gmail.com](mailto:grammateia.eclass4u@gmail.com)  
ΤΟΠΟΘΕΣΙΑ WEB : [www.eclass4u.gr](http://www.eclass4u.gr)  
SOCIAL MEDIA:





Τα δεδομένα είναι τα ακόλουθα:  $P=a-bQ$ ,  $TC=cQ$  και  $Q=Q_1+Q_2$ . Αυτά μας λένε ότι η τιμή που επικρατεί στην αγορά είναι αρνητική (-) συνάρτηση της ποσότητας που ζητείται (πρόκειται για την αντίστροφη συνάρτηση ζήτησης, αφού η συνάρτηση ζήτησης έχει τη μορφή  $Q=a/b-(1/b)P$ ), και το συνολικό κόστος είναι θετική (+) συνάρτηση της ποσότητας που παράγεται στην αγορά, δηλαδή και από τις δύο επιχειρήσεις. Άρα, η συνολική ποσότητα που ζητείται και προσφέρεται (ισορροπία) σε κάθε τιμή είναι το άθροισμα των ποσοτήτων των επιμέρους επιχειρήσεων.

## Ολιγοπώλιο



# A. Cournot (δυσοπώλιο)

Στο υπόδειγμα Cournot έχουμε δύο επιχειρήσεις οι οποίες θέτουν ταυτόχρονα την ποσότητα του προϊόντος που παράγουν και προσφέρουν. Άρα, δύο πράγματα είναι σημαντικά:

1. η μεταβλητή που μας ενδιαφέρει είναι η ποσότητα παραγωγής ( $Q$ ), οπότε όποια μεγέθη υπολογίσουμε πρέπει να είναι ως προς την ποσότητα, και
2. οι αποφάσεις των επιχειρήσεων λαμβάνονται ταυτόχρονα, οπότε πρέπει να λύσουμε ένα σύστημα εξισώσεων το οποίο προέρχεται από τις καμπύλες αντίδρασης των επιχειρήσεων.

## ολιγοπωλητές Cournot

- Έστω ότι οι δύο επιχειρήσεις συμπεριφέρονται ως ολιγοπωλητές Cournot. Αυτό που τους ενδιαφέρει, λοιπόν, είναι να μεγιστοποιήσουν τα κέρδη τους επιλέγοντας την ποσότητα που θα παράγουν, όμως λαμβάνοντας υπόψη τι θα παράγει η άλλη επιχείρηση.
- Έστω ότι έχουμε  $P=100-Q$  και  $TC_i=40Q_i$ . Σημειώστε: η καμπύλη κόστους είναι ίδια και για τις δύο επιχειρήσεις (όπου  $i=1$  ή  $2$ ). Οπότε:
- $\Pi_1=TR_1-TC_1=PQ_1-40Q_1=(100-Q)Q_1-40Q_1=(100-Q_1-Q_2)Q_1-40Q_1$  (αφού  $Q=Q_1+Q_2$ ) $=100Q_1-Q_1^2-Q_2Q_1-40Q_1=$
- $=60Q_1-Q_1^2-Q_1Q_2$   $\max\Pi_1 \Rightarrow d\Pi_1/dQ_1=0 \Rightarrow 60-2Q_1-Q_2=0 \Rightarrow Q_1=30-0,5Q_2$  <=καμπύλη αντίδρασης (KA<sub>1</sub>) της 1<sup>ης</sup> επιχείρησης

# Αν λύσουμε ως προς $\max \Pi_2$

καταλήγουμε αντίστοιχα:  $Q_2 = 30 - 0,5Q_1 \leq KA_2$  της 2ης επιχείρησης

Προσέξτε ότι, επειδή η συνάρτηση κόστους είναι κοινή, οι ΚΑ είναι αντίστοιχες για τις δύο επιχειρήσεις.

Εφόσον οι κάθε επιχείρηση λαμβάνει υπόψη της τις αποφάσεις της άλλης, πρέπει να λύσουμε το σύστημα των εξισώσεων που προκύπτει από τις ΚΑ. Επομένως, αντικαθιστώ στην ΚΑ1 το  $Q_2$ , όπως αυτό προκύπτει από την ΚΑ2 και έχω:

- $Q_1 = 30 - 0,5(30 - 0,5Q_1) \Rightarrow Q_1 = 30 - 15 + 0,25Q_1 \Rightarrow 0,75Q_1 = 15 \Rightarrow Q_1 = 20$  και
- $Q_2 = 30 - 0,5(20) \Rightarrow Q_2 = 30 - 10 \Rightarrow Q_2 = 20$



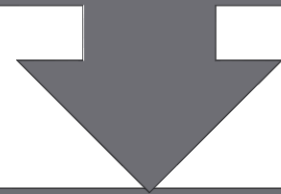
- Και οι δύο επιχειρήσεις παράγουν την ίδια ποσότητα (δηλ. μοιράζουν την αγορά). Αυτό το αποτέλεσμα οφείλεται στο ότι οι δυο επιχειρήσεις έχουν την ίδια συνάρτηση κόστους.
- Η τιμή στην αγορά υπολογίζεται ως:  $P=100-Q \Rightarrow P=100-(Q_1+Q_2) \Rightarrow P=100-40 \Rightarrow P=60$
- Τα κέρδη των επιχειρήσεων υπολογίζονται ως:  $\Pi_1=PQ_1-40Q_1=60*20-40*20 \Rightarrow \Pi_1=400$  και  $\Pi_2=400$  (αφού η συνάρτηση κερδών είναι κοινή, λόγω της κοινής συνάρτησης κόστους).

## B. Stackelberg (δυοπώλιο)

- Στο υπόδειγμα του Stackelberg κάποια επιχείρηση είναι ηγέτης και κάποια ακόλουθος. Η επιχείρηση ηγέτης επιλέγει την ποσότητα που θα παράγει και θα προσφέρει γνωρίζοντας ότι η ακόλουθος θα προσαρμοστεί στην απόφασή της. Άρα, πρακτικά είναι σαν να την αγνοεί.
- Υποθέτουμε ότι η συνάρτηση αντίστροφης ζήτησης έχει τη μορφή  $P=100-Q$ , όπου  $Q=Q_1+Q_2$  (η συνολική ποσότητα που παράγεται και προσφέρεται στην αγορά είναι το άθροισμα των ποσοτήτων που παράγουν και προσφέρουν οι δύο επιμέρους επιχειρήσεις), ενώ η συνάρτηση κόστους είναι  $TC=40Q$  και κοινή για τις δύο επιχειρήσεις. Υποθέτουμε ότι η ηγέτιδα επιχείρηση είναι η 1, η οποία θα αποφασίσει πόσο θα παράγει με βάση τη μεγιστοποίηση των κερδών της:
- $TR_1=PQ_1=(100-Q)Q_1=(100-Q_1-Q_2)Q_1=100Q_1-Q_1^2-Q_1Q_2$

# Πρέπει να αντικαταστήσουμε το $Q_2$ .

Αντικαθιστούμε με την καμπύλη αντίδρασης της επιχείρησης 2, διότι η επιχείρηση 2 είναι ακόλουθος, άρα λαμβάνει ως δεδομένη την ποσότητα παραγωγής της επιχείρησης 1. Αυτή προκύπτει αν μεγιστοποιήσουμε τα κέρδη της επιχείρησης 2 ως εξής:



$$\begin{aligned} \Pi_2 = TR_2 - TC_2 = PQ_2 - 40Q_2 = (100 - Q)Q_2 - 40Q_2 = (100 - Q_1 - Q_2)Q_2 - 40Q_2 = 100Q_2 - Q_1Q_2 - \\ Q_2^2 - 40Q_2 = 60Q_2 - Q_1Q_2 - Q_2^2 \quad \max \Pi_2 = d\Pi_2/dQ_2 = 0 \Rightarrow 60 - Q_1 - 2Q_2 = 0 \Rightarrow Q_2 = 30 - 0,5Q_1 \\ \leq KA_2 \end{aligned}$$



Η επιχείρηση 2  
συνεχίζει να έχει ΚΑ,  
αφού λειτουργεί με  
βάση την απόφαση της  
ηγέτιδας επιχείρησης,  
δηλαδή της  
επιχείρησης 1.

Θυμηθείτε ότι στο Cournot λύσαμε το σύστημα των καμπυλών αντίδρασης και βρήκαμε τις ποσότητες. Τώρα, αντικαθιστούμε την ΚΑ2 στη συνάρτηση εσόδων και έχουμε:

$$\begin{aligned}TR_1 &= 100Q_1 - Q_1^2 - Q_1Q_2 = 100Q_1 - Q_1^2 - Q_1(30 - 0,5Q_1) = 100Q_1 - Q_1^2 - \\ &30Q_1 + 0,5Q_1^2 = 70Q_1 - 0,5Q_1^2 \quad \Pi_1 = TR_1 - TC_1 = 70Q_1 - 0,5Q_1^2 - 40Q_1 = 30Q_1 - 0,5Q_1^2 \\ \max \Pi_1 &= d\Pi_1/dQ_1 = 0 \Rightarrow 30 - Q_1 = 0 \Rightarrow Q_1 = 30\end{aligned}$$

Οπότε από την ΚΑ<sub>2</sub> βρίσκουμε το Q<sub>2</sub> ως εξής:  $Q_2 = 30 - 0,5 \cdot 30 \Rightarrow Q_2 = 15$ .

Η συνολική ποσότητα παραγωγής είναι:  $Q = Q_1 + Q_2 = 30 + 15 \Rightarrow Q = 45$ .

Η τιμή διάθεσης του προϊόντος (με βάση τη συνάρτηση αντίστροφης ζήτησης) είναι:  $P = 100 - 45 \Rightarrow P = 55$ .

Τα κέρδη της ηγέτιδας επιχείρησης είναι:  $\Pi_1 = PQ_1 - TC_1 = 55 \cdot 30 - 40 \cdot 30 = 1650 - 1200 \Rightarrow \Pi_1 = 450$ .

Τα κέρδη της ακολούθου είναι:  $\Pi_2 = PQ_2 - TC_2 = 55 \cdot 15 - 40 \cdot 15 = 825 - 600 \Rightarrow \Pi_2 = 225$ .

## B. Bertrand (δυσοπώλιο)

Στο υπόδειγμα Bertrand έχουμε δύο επιχειρήσεις οι οποίες θέτουν ταυτόχρονα την τιμή του προϊόντος που παράγουν και προσφέρουν. Άρα, ό,τι κάναμε στο υπόδειγμα Cournot με τις ποσότητες, τώρα το κάνουμε για τις τιμές. Άρα, δύο πράγματα είναι σημαντικά:

1. η μεταβλητή που μας ενδιαφέρει είναι η τιμή ( $P$ ), οπότε όποια μεγέθη υπολογίσουμε πρέπει να είναι ως προς την τιμή (π.χ. παράγωγοι), και
2. οι αποφάσεις των επιχειρήσεων λαμβάνονται ταυτόχρονα, οπότε πρέπει να λύσουμε ένα σύστημα εξισώσεων το οποίο προέρχεται από τις καμπύλες αντίδρασης των επιχειρήσεων (ως προς την τιμή αυτή τη φορά όμως).

# B1. Το προϊόν είναι πανομοιότυπο, οπότε η τιμή είναι κοινή και το αποτέλεσμα ταυτίζεται με αυτό στον τέλειο ανταγωνισμό => έχουμε πόλεμο τιμών

Σε αυτή την περίπτωση έστω μια αντίστροφη συνάρτηση ζήτησης  $P=100-Q$ . Οι δύο επιχειρήσεις έχουν την ίδια συνάρτηση κόστους, έστω  $TC=20Q$ . Άρα λειτουργούν όπως σε συνθήκες ανταγωνισμού. Αυτό σημαίνει ότι η συνθήκη μεγιστοποίησης των κερδών είναι  $MR=P=MC$ . Επομένως, η λύση είναι:

$$MR=P=MC \Rightarrow 100-Q=20 \Rightarrow Q=80, \text{ οπότε } P=100-Q=100-80 \Rightarrow P=20.$$

Τα συνολικά κέρδη είναι  $\Pi=PQ-TC=20 \cdot 80-20 \cdot 80 \Rightarrow \Pi=0$ .

Τα κέρδη είναι λογικό να είναι μηδέν, αφού οι επιχειρήσεις ανταγωνίζονται η μία την άλλη μέχρις ότου εξαλειφθούν τα κέρδη και αφού έχουν την ίδια συνάρτηση κόστους τα οικονομικά τους αποτελέσματα δεν διαφέρουν. Θυμηθείτε ότι στο υπόδειγμα που συζητήσαμε στην ΟΣΣ το οριακό κόστος ήταν  $MC=0$ .



## B2. Το προϊόν διαφοροποιείται μεταξύ των δύο επιχειρήσεων

Οι συναρτήσεις ζήτησης για κάθε μια τις δύο επιχειρήσεις δίνονται από τις σχέσεις  $Q_1=100-2P_1+3P_2$  και  $Q_2=120-2P_2+2P_1$ , ενώ η συνάρτηση κόστους είναι κοινή  $TC_i=5Q_i$ . Προσέξτε ότι το προϊόν που θα παράγει η κάθε επιχείρηση εξαρτάται από την τιμή του (αρνητική σχέση-οπότε για να πουλήσει μεγαλύτερη ποσότητα πρέπει να μειώσει την τιμή) και από την τιμή του προϊόντος που πωλεί η άλλη επιχείρηση (θετική σχέση-οπότε αν η τιμή του προϊόντος της ανταγωνίστριας αυξηθεί, θα αυξηθεί και η ποσότητα του προϊόντος που πωλεί η επιχείρηση, δηλαδή υπάρχει ένας βαθμός υποκατάστασης των προϊόντων των δύο επιχειρήσεων).

Η επιχείρηση 1 επιλέγει την τιμή που θα προσφέρει το προϊόν της, αλλά λαμβάνοντας υπόψη την τιμή της επιχείρησης 2. Υπολογίζουμε τις καμπύλες αντίδρασης, αλλά ως προς την τιμή αυτή τη φορά. Ξεκινάμε, λοιπόν, από τη μεγιστοποίηση των κερδών.

- $\Pi_1 = P_1 Q_1 - TC_1 = P_1(100 - 2P_1 + 3P_2) - 5Q_1 = 100P_1 - 2P_1^2 + 3P_1P_2 - 5(100 - 2P_1 + 3P_2) \Rightarrow$  (αντικαθιστούμε από τη συνάρτηση ζήτησης)  $\Rightarrow$   
 $\Pi_1 = 100P_1 - 2P_1^2 + 3P_1P_2 - 500 + 10P_1 - 15P_2 = 110P_1 - 2P_1^2 + 3P_1P_2 - 500 - 15P_2$
- $\max \Pi_1 = d\Pi_1/dP_1 = 0 \Rightarrow 110 - 4P_1 + 3P_2 = 0 \Rightarrow 4P_1 = 110 + 3P_2 \Rightarrow$   
 $P_1 = 27,5 + 0,75P_2 \leq KA_1$  (ως προς την τιμή αυτή τη φορά και όχι ως προς την ποσότητα, όπως συνήθως)

Κάνουμε το  
ίδιο για την  
επιχείρηση 2:

---

$$\begin{aligned}\Pi_2 &= P_2 Q_2 - TC_2 = P_2(120 - 2P_2 + 2P_1) - 5Q_2 = 120P_2 - \\ & 2P_2^2 + 2P_1P_2 - 5(120 - 2P_2 + 2P_1) \Rightarrow \Pi_2 = 120P_2 - \\ & 2P_2^2 + 2P_1P_2 - 600 + 10P_2 + 10P_1 = 130P_2 - 2P_2^2 + 2P_1P_2 - \\ & 600 + 10P_1\end{aligned}$$

---

$$\max \Pi_2 = d\Pi_2/dP_2 = 0 \Rightarrow 130 - 4P_2 + 2P_1 = 0 \Rightarrow 4P_2 = 130 - 2P_1 \Rightarrow P_2 = 32,5 + 0,5P_1 \quad \leftarrow \text{KA}_2 \text{ (ως προς την τιμή αυτή τη φορά και όχι ως προς την ποσότητα, όπως συνήθως)}$$

Όπως και στο υπόδειγμα Cournot λύνουμε το σύστημα των ΚΑ, όμως ως προς την τιμή τώρα:

$$P_1 = 27,5 + 0,75(32,5 + 0,5P_1) \Rightarrow \\ P_1 = 27,5 + 24,375 + 0,375P_1 \Rightarrow 0,625P_1 = 51,875 \Rightarrow P_1 = 83.$$

Αντικαθιστούμε στην ΚΑ<sub>2</sub> για να βρούμε την P<sub>2</sub>:  
 $P_2 = 32,5 + 0,5 \cdot 83 \Rightarrow P_2 = 74.$

Από τις συναρτήσεις ζήτησης βρίσκουμε τις ποσότητες που θα παράγει η κάθε επιχείρηση:

$$Q_1 = 100 - 2P_1 + 3P_2 = 100 - 2 \cdot 83 + 3 \cdot 74 = 100 - 166 + 222 \Rightarrow \\ Q_1 = 156 \text{ και}$$

$$Q_2 = 120 - 2P_2 + 2P_1 = 120 - 2 \cdot 74 + 2 \cdot 83 = 120 - 148 + 166 \Rightarrow \\ Q_2 = 138.$$

Τα κέρδη κάθε επιχείρησης υπολογίζονται ως εξής:

$$\Pi_1 = P_1 Q_1 - TC_1 = 83 \cdot 156 - 5 \cdot 156 = 12.948 - 780 \Rightarrow \Pi_1 = 12.168.$$

$$\Pi_2 = P_2 Q_2 - TC_2 = 74 \cdot 138 - 5 \cdot 138 = 10.212 - 690 \Rightarrow \Pi_2 = 9.522.$$