ΘΕΜΑΤΙΚΗ ΕΝΟΤΗΤΑ ΔΕΟ 13

Eclass4U

The best Choice for you

ΕΝΔΕΙΚΤΙΚΗ ΑΠΑΝΤΗΣΗ ΠΡΩΤΗΣ ΓΡΑΠΤΗΣ ΕΡΓΑΣΙΑΣ

ΗΜΕΡΟΜΗΝΙΑ ΑΝΑΡΤΗΣΗΣ:21-10-22

ΣΥΝΤΑΚΤΗΣ:ΣΠΥΡΟΣ ΒΛΑΧΟΠΟΥΛΟΣ

Περιεχόμενα

ΑΣΚΗΣΗ 1

Υποερώτημα Α

Έχουμε την τριτοβάθμια εξίσωση $x^3 - 2x^2 - 11x + 12 = 0$. Δίνεται από την εκφώνηση ότι η $x_0 = 1$ είναι μια ακέραιη ρίζα της εξίσωσης. Εφαρμόζοντας σχήμα Horner στο πολυώνυμο του 1^ου^ μέλους, προκύπτουν τα ακόλουθα

1	-2	-11	12		1
	1	-1	-12		
1	-1	-12	0		

Συνεπώς η αρχική εξίσωση γράφεται ως εξής

$x^3 - 2x^2 - 11x + 12 = 0 \Leftrightarrow (x-1) \cdot (x^2 - x - 12) = 0$

Άρα $x - 1 = 0 \Leftrightarrow x = 1$ (η ρίζα που δόθηκε από την εκφώνηση)

Ή

$x^2 - x - 12 = 0$

Καταλήγουμε σε ένα τριώνυμο με $\alpha = 1$, $\beta = -1$ και $\gamma = -12$.

$\Delta = \beta^2 - 4 \cdot \alpha \cdot \gamma = 1^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-12) = 1 + 48 = 49 > 0$

άρα το τριώνυμο έχει δυο πραγματικές άνισες ρίζες

$$x_1 = \frac{-\beta + \sqrt{\Delta}}{2 \cdot \alpha} = \frac{-(-1) + \sqrt{49}}{2 \cdot 1} = \frac{1+7}{2} = \frac{8}{2} = 4$$

$$x_2 = \frac{-\beta - \sqrt{\Delta}}{2 \cdot \alpha} = \frac{-(-1) - \sqrt{49}}{2 \cdot 1} = \frac{1-7}{2} = \frac{-6}{2} = -3$$

Επομένως οι ζητούμενες υπόλοιπες ρίζες της αρχικής εξίσωσης είναι οι $x_1 = 4$ και $x_2 = -3$

SITE: www.Eclass4U.gr
Τ. 210-5711484 ΚΙΝ. 6970401981
E-MAIL:grammateia.eclass4u@gmail.com

Υποερώτημα Β

Δίνεται η ακόλουθη ανισότητα

$(x^2 - 3x + 2) \cdot (x^2 + 1) > 0$

Επειδή $x^2 \geq 0 \Leftrightarrow x^2 + 1 \geq 1 > 0$, ο δεύτερος όρος (παρένθεση) του γινομένου είναι θετικός για κάθε $x \in R$ κι ως εκ τούτου δεν επηρεάζει το πρόσημο της παράστασης του πρώτου μέλους. Συνεπώς η αρχική ανισότητα ισοδύναμα γράφεται

$$x^2 - 3x + 2 > 0$$

Καταλήγουμε σε ένα τριώνυμο με $\alpha = 1$, $\beta = -3$ και $\gamma = 2$. Θα αναζητήσουμε τις τιμές της μεταβλητής x για τις οποίες είναι θετικό.

$\Delta = \beta^2 - 4 \cdot \alpha \cdot \gamma = (-3)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 2 = 9 - 8 = 1 > 0$

άρα το τριώνυμο έχει δυο πραγματικές άνισες ρίζες

$$x_1 = \frac{-\beta + \sqrt{\Delta}}{2 \cdot \alpha} = \frac{-(-3) + \sqrt{1}}{2 \cdot 1} = \frac{3+1}{2} = \frac{4}{2} = 2$$

$$x_2 = \frac{-\beta - \sqrt{\Delta}}{2 \cdot \alpha} = \frac{-(-3) - \sqrt{1}}{2 \cdot 1} = \frac{3-1}{2} = \frac{2}{2} = 1$$

Το τριώνυμο είναι ετερόσημο του α εντός της περιοχής των 2 ριζών και ομόσημο του α εκτός των 2 ριζών. Ο πίνακας με το πρόσημο είναι ο ακόλουθος :

x	$-\infty$		1		2		$+\infty$
$x^2 - 3x + 2$		+	0	-	0	+	

Από τον παραπάνω πίνακα πρόσημου είναι φανερό ότι οι λύσεις της ανισότητας

είναι $x \in (-\infty, 1) \cup (2, +\infty)$

Υποερώτημα Γ

Έχουμε το ακόλουθο σύστημα 2 εξισώσεων με 2 αγνώστους

$$\begin{cases} 3x + 4y = 11 \\ -2x + 3y = 4 \end{cases}$$

Πολλαπλασιάζουμε την πρώτη σχέση με 2 και την δεύτερη σχέση με 3

$$\left.\begin{cases} 2 \cdot 3x + 2 \cdot 4y = 2 \cdot 11 \\ 3 \cdot (-2x) + 3 \cdot 3y = 3 \cdot 4 \end{cases}\right\} \Leftrightarrow \begin{cases} 6x + 8y = 22 \\ -6x + 9y = 12 \end{cases}$$

Έχουμε αντίθετους συντελεστές στον άγνωστο x. Προσθέτοντας τις δυο ισότητες κατά μέλη προκύπτει

$$0x + 17y = 34 \Leftrightarrow 17y = 34 \Leftrightarrow \frac{17y}{17} = \frac{34}{17} \Leftrightarrow \mathbf{y = 2}$$

Αντικαθιστώντας στην πρώτη εξίσωση του αρχικού συστήματος έχουμε

$$3x + 4 \cdot 2 = 11 \Leftrightarrow 3x + 8 = 11 \Leftrightarrow 3x = 11 - 8 \Leftrightarrow 3x = 3 \Leftrightarrow \frac{3x}{3} = \frac{3}{3} \Leftrightarrow \mathbf{x = 1}$$

Τελικά, η λύση του συστήματος είναι η **(x , y)=(1 , 2)**

Υποερώτημα Δ

Δίνεται η συνάρτηση

$$f_{(x)} = \log(1 - x) + \sqrt{x^2 - 1}$$

Ισχύουν οι ακόλουθοι περιορισμοί

Πρέπει

$$1 - x > 0 \Leftrightarrow -x > -1 \Leftrightarrow \frac{-x}{-1} < \frac{-1}{-1} \Leftrightarrow x < 1 \qquad (\mathbf{1})$$

Επιπλέον, θα πρέπει $x^2 - 1 \geq 0$

Έχουμε τριώνυμο με $\alpha = 1$, $\beta = 0$ και $\gamma = -1$. Θα αναζητήσουμε τις τιμές της μεταβλητής x για τις οποίες είναι μεγαλύτερο ή ίσο του μηδενός.

$\Delta = \beta^2 - 4 \cdot \alpha \cdot \gamma = 0^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-1) = 4 > 0$

άρα το τριώνυμο έχει δυο πραγματικές άνισες ρίζες

$$x_1 = \frac{-\beta + \sqrt{\Delta}}{2 \cdot \alpha} = \frac{-0 + \sqrt{4}}{2 \cdot 1} = \frac{2}{2} = 1$$

$$x_2 = \frac{-\beta - \sqrt{\Delta}}{2 \cdot \alpha} = \frac{-0 - \sqrt{4}}{2 \cdot 1} = \frac{-2}{2} = -1$$

Το τριώνυμο είναι ετερόσημο του α εντός της περιοχής των 2 ριζών και ομόσημο του α εκτός των 2 ριζών. Ο πίνακας με το πρόσημο είναι ο ακόλουθος :

x	$-\infty$	-1		+1	$+\infty$
$x^2 - 1$	+	0	-	0	+

Από τον παραπάνω πίνακα πρόσημου είναι φανερό ότι οι λύσεις της ανισότητας

$x^2 - 1 \geq 0$ είναι $x \in (-\infty, -1] \cup [1, +\infty)$ $\quad (\mathbf{2})$

Έχουμε, λοιπόν, καταλήξει στις

$x < 1$ (1) και $x \in (-\infty, -1] \cup [1, +\infty)$ (2)

Τελικά, από τις δυο παραπάνω σχέσεις καταλήγουμε στο $\mathbf{x} \in (-\infty, -\mathbf{1}]$το οποίο είναι και το πεδίο ορισμού της συνάρτησης $f_{(x)}$.

ΑΣΚΗΣΗ 2

Υποερώτημα Α

i) Η εξίσωση της ευθείας που δόθηκε από την εκφώνηση, ισοδύναμα γράφεται

$$4x+2y-8=0 \Leftrightarrow 2y=-4x+8 \Leftrightarrow \frac{2y}{2}=\frac{-4x+8}{2} \Leftrightarrow y=\frac{-4x}{2}+\frac{8}{2} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow y=-2x+4 \;\; (E_1)$$

Η οποία είναι στην ζητούμενη από την εκφώνηση μορφή $y=\beta x+\alpha$

Σημείο τομής με τον άξονα x'x : θέτουμε $y=0$ στην εξίσωση της ευθείας:

$$0=-2x+4 \Leftrightarrow 2x=4 \Leftrightarrow \frac{2x}{2}=\frac{4}{2} \Leftrightarrow x=2$$

Επομένως, το σημείο τομής με τον άξονα x'x είναι το $A(2,0)$.

Σημείο τομής με τον άξονα y'y : θέτουμε $x=0$ στην εξίσωση της ευθείας:

$$y=-2\cdot 0+4 \Leftrightarrow y=4$$

Επομένως, το σημείο τομής με τον άξονα y'y είναι το $B(0,4)$.

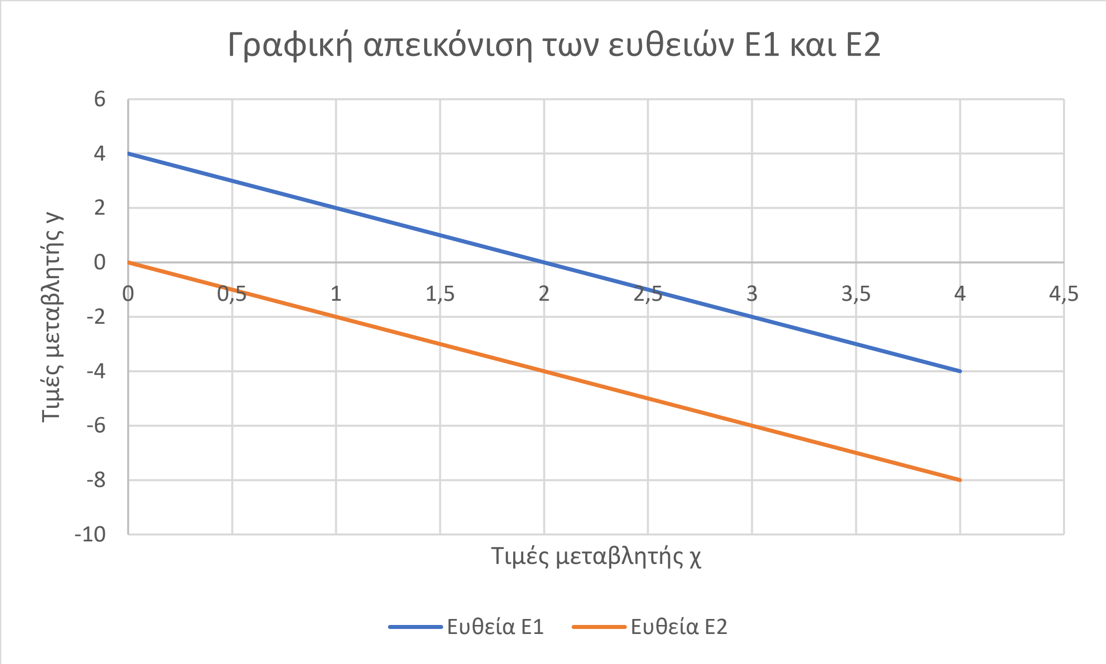
ii) Η ζητούμενη ευθεία διέρχεται από την αρχή των αξόνων O(0,0). Επιπλέον, επειδή είναι παράλληλη προς την $y=-2x+4$ θα έχει την ίδια κλίση, δηλαδή $\alpha_2=-2$

Έτσι, για την εύρεση της εξίσωσής της έχουμε

$$y-y_0=\alpha\cdot(x-x_0) \Leftrightarrow y-0=-2\cdot(x-0) \Leftrightarrow y=-2x \;\; (E_2)$$

iii) Οι τιμές της μεταβλητής x, οι αντίστοιχες τιμές των δυο συναρτήσεων $f_{(x)}$ και $g_{(x)}$ καθώς και οι γραφικές παραστάσεις τους σε κοινό σύστημα αξόνων, όπως προέκυψαν από το Excel είναι αυτές που ακολουθούν.

Τιμή της μεταβλητής X	Τιμή της μεταβλητής Y (E_1)	Τιμή της μεταβλητής Y (E_2)
0	4	0
1	2	-2
2	0	-4
3	-2	-6
4	-4	-8



Από τις παραπάνω σχήμα, όπως προέκυψε από το Excel, επαληθεύονται τα σημεία τομής της ευθείας E_1 με τους άξονες $A(2,0)$ και $B(0,4)$ καθώς και ότι η ευθεία E_2 είναι παράλληλή της κι επιπλέον διέρχεται από την αρχή των αξόνων.

Υποερώτημα Β

Ζητείται να βρεθεί η εξίσωση της ευθείας που έχει κλίση $\alpha = 6$ και διέρχεται από το σημείο $(-1{,}4)$.

Αντικαθιστούμε στην σχέση

$$y - y_0 = \alpha \cdot (x - x_0) \Leftrightarrow y - 4 = 6 \cdot [x - (-1)] \Leftrightarrow y - 4 = 6 \cdot (x + 1) \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow y - 4 = 6x + 6 \Leftrightarrow y = 6x + 6 + 4 \Leftrightarrow \mathbf{y = 6x + 10}$$

Υποερώτημα Γ

Ζητείται να βρεθεί η εξίσωση της ευθείας η οποία διέρχεται από τα ακόλουθα 2 σημεία $(x_1, y_1) = (-3, -5)$ και $(x_2, y_2) = (1{,}3)$

Αρχικά υπολογίζουμε την κλίση της ζητούμενης ευθείας ως εξής

$$\alpha = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{3 - (-5)}{1 - (-3)} = \frac{3 + 5}{1 + 3} = \frac{8}{4} = 2 \Leftrightarrow \boldsymbol{\alpha = 2}$$

Στη συνέχεια, αντικαθιστούμε στον ακόλουθο τύπο, χρησιμοποιώντας τις συντεταγμένες οποιουδήποτε από τα δυο γνωστά μας σημεία, εδώ του $(x_2, y_2) = (1{,}3)$

$y - y_0 = \alpha \cdot (x - x_0) \Leftrightarrow y - 3 = 2 \cdot (x - 1) \Leftrightarrow y - 3 = 2x - 2 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow y = 2x - 2 + 3 \Leftrightarrow \mathbf{y = 2x + 1}$

Υποερώτημα Δ

Ένα δεδομένο σημείο ανήκει στην ευθεία αν οι συντεταγμένες του επαληθεύουν την εξίσωσή της.

Για το σημείο $A\ (1{,}3)$, αντικαθιστώντας τις συντεταγμένες του στην ευθεία έχουμε :

$3 = 2 \cdot 1 + 1 \Leftrightarrow 3 = 3$ αληθές.

Το σημείο Α ανήκει στην ευθεία

Για το σημείο $B\ (-1, -1)$, αντικαθιστώντας τις συντεταγμένες του στην ευθεία έχουμε :

$-1 = 2 \cdot (-1) + 1 \Leftrightarrow -1 = -2 + 1 \Leftrightarrow -1 = -1$ αληθές.

Το σημείο Β ανήκει στην ευθεία

Για το σημείο $\Gamma\ (0, -1)$, αντικαθιστώντας τις συντεταγμένες του στην ευθεία έχουμε:

$-1 = 2 \cdot 0 + 1 \Leftrightarrow -1 = +1$ μη αληθές.

Το σημείο Γ δεν ανήκει στην ευθεία

ΑΣΚΗΣΗ 3

Υποερώτημα Α

1ος τρόπος

Εφόσον η συνάρτηση $f_{(x)}$ είναι γραμμική θα είναι της μορφής $f_{(x)} = \alpha x + \beta$

Γνωρίζουμε ότι $f_{(50)} = 3025 \Leftrightarrow \alpha \cdot 50 + \beta = 3025 \ (1)$

Επιπλέον δίνεται $f_{(200)} = 2125 \Leftrightarrow \alpha \cdot 200 + \beta = 2125 \ (2)$

Από τις σχέσεις (1) και (2) καταλήγουμε σε ένα σύστημα 2 εξισώσεων με 2 αγνώστους (α και β).

Λύνουμε την σχέση (1) ως προς β και έχουμε :

$\alpha \cdot 50 + \beta = 3025 \Leftrightarrow \beta = 3025 - 50\alpha \ (3)$

Αντικαθιστώντας το β στην σχέση (2) παίρνουμε

$200\alpha + 3025 - 50\alpha = 2125 \Leftrightarrow 150\alpha = 2125 - 3025 \Leftrightarrow 150\alpha = -900 \Leftrightarrow$

$$\Leftrightarrow \frac{150\alpha}{150} = \frac{-900}{150} \Leftrightarrow \boldsymbol{\alpha = -6}$$

Και από την σχέση (3) που είναι λυμένη ως προς β παίρνουμε

$\beta = 3025 - 50 \cdot (-6) = 3025 + 300 = 3325 \Leftrightarrow \boldsymbol{\beta = 3325}$

Καταλήγουμε, λοιπόν, στην γραμμική συνάρτηση $f_{(x)} = -6x + 3325$ η οποία έχει κλίση $\boldsymbol{\alpha = -6 < 0}$ κι ως εκ τούτου η γραφική της παράσταση είναι μια φθίνουσα ευθεία.

$2^{ος}$ τρόπος

Γνωρίζουμε ότι η ζητούμενη συνάρτηση $f_{(x)}$ είναι γραμμική, δηλαδή ευθεία. Επιπλέον δίνεται από την εκφώνηση ότι διέρχεται από τα σημεία $(50\,,3025)$ και $(200\,,2125)$.

Αρχικά υπολογίζουμε την κλίση της

$$α = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{3025 - 2125}{50 - 200} = \frac{900}{-150} = -6 \Leftrightarrow \boldsymbol{α = 2}$$

Στη συνέχεια, αντικαθιστούμε στον ακόλουθο τύπο, χρησιμοποιώντας τις συντεταγμένες οποιουδήποτε από τα δυο γνωστά μας σημεία, εδώ του $(50\,,3025)$

$$y - y_0 = α \cdot (x - x_0) \Leftrightarrow y - 3025 = -6 \cdot (x - 50) \Leftrightarrow y - 3025 = -6x + 300 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow y = -6x + 300 + 3025 \Leftrightarrow \boldsymbol{y = -6x + 3325}$$

Καταλήγουμε, λοιπόν, στην γραμμική συνάρτηση $f_{(x)} = -6x + 3325$ η οποία έχει κλίση $\boldsymbol{α = -6 < 0}$ κι ως εκ τούτου η γραφική της παράσταση είναι μια φθίνουσα ευθεία.

Υποερώτημα Β

Για $x = 0$ η τιμή της συνάρτησης είναι

$$y = f_{(0)} = -6 \cdot 0 + 3325 = 3325$$

Ταυτόχρονα έχουμε βρει το σημείο τομής της γραφικής παράστασης της συνάρτησης με τον κατακόρυφο άξονα y'y, δηλαδή το $(0\,,3325)$

Για $y = 0$ έχουμε

$$0 = -6 \cdot x + 3325 \Leftrightarrow 6x = 3325 \Leftrightarrow \frac{6x}{6} = \frac{3325}{6} \Leftrightarrow x = 554{,}17$$

Ταυτόχρονα έχουμε βρει το σημείο τομής της γραφικής παράστασης της συνάρτησης με τον οριζόντιο άξονα x'x, δηλαδή το $(554{,}17\,,0)$

Υποερώτημα Γ

Για να βρούμε το σημείο τομής των συναρτήσεων $f_{(x)}$ και $g_{(x)}$ λύνουμε το σύστημά τους, δηλαδή

$$\begin{cases} f_{(x)} = y = -6x + 3325 \\ \\ g_{(x)} = y = 6x + 2485 \end{cases}$$

Έχουμε αντίθετους συντελεστές στον άγνωστο x. Προσθέτοντας τις δυο ισότητες κατά μέλη προκύπτει

$$2y = 0x + 5810 \Leftrightarrow 2y = 5810 \Leftrightarrow \frac{2y}{2} = \frac{5810}{2} \Leftrightarrow \mathbf{y = 2905}$$

Αντικαθιστώντας στην πρώτη εξίσωση του συστήματος έχουμε

$$2905 = -6x + 3325 \Leftrightarrow 6x = 3325 - 2905 \Leftrightarrow 6x = 420 \Leftrightarrow \frac{6x}{6} = \frac{420}{6} \Leftrightarrow \mathbf{x = 70}$$

Άρα το σημείο τομής των γραφικών παραστάσεων των συναρτήσεων $f_{(x)}$ και $g_{(x)}$ είναι το $(70\,,2905)$

ΑΣΚΗΣΗ 4

Υποερώτημα Α

Όταν το εξάρτημα διανέμεται δωρεάν η τιμή του είναι μηδενική, δηλαδή $\mathrm{P}=0$

Αντικαθιστώντας στην συνάρτηση ζήτησης την συγκεκριμένη τιμή θα προκύψει η αντίστοιχη ποσότητα ζήτησης.

$\mathrm{Q}_{(0)}=-0{,}6\cdot 0^2+60=60$ μονάδες προϊόντος

Για να έχουμε μηδενική ζήτηση θα πρέπει $\mathrm{Q_d}=0 \Leftrightarrow -0{,}6\mathrm{P}^2+60=0$

Καταλήγουμε σε ένα τριώνυμο με $\alpha=-0{,}6$, $\beta=0$ και $\gamma=60$.

$\Delta=\beta^2-4\cdot\alpha\cdot\gamma=0^2-4\cdot(-0{,}6)\cdot 60=144>0$

άρα το τριώνυμο έχει δυο πραγματικές άνισες ρίζες

$$\mathrm{P}_1=\frac{-\beta+\sqrt{\Delta}}{2\cdot\alpha}=\frac{-0+\sqrt{144}}{2\cdot(-0{,}6)}=\frac{12}{-1{,}2}=-10<0\ \ (\text{απορρίπτεται})$$

$$\mathrm{P}_2=\frac{-\beta-\sqrt{\Delta}}{2\cdot\alpha}=\frac{-0-\sqrt{144}}{2\cdot(-0{,}66)}=\frac{-12}{-1{,}2}=10\ (\text{αποδεκτή})$$

Συνεπώς, η ζήτηση γίνεται μηδενική όταν η τιμή του προϊόντος γίνεται ίση με

$\mathrm{P}=10$ νομισματικές μονάδες

2ος τρόπος επίλυσης της εξίσωσης

$$-0{,}6\mathrm{P}^2+60=0 \Leftrightarrow -0{,}6\mathrm{P}^2=-60 \Leftrightarrow \mathrm{P}^2=\frac{-60}{-0{,}6} \Leftrightarrow \mathrm{P}^2=100 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \mathrm{P}=\pm\sqrt{100} \Leftrightarrow \mathrm{P}=\pm 10$$

Η αρνητική ρίζα $\mathrm{P}=-10$ απορρίπτεται διότι γνωρίζουμε ότι ισχύει $\mathrm{P}\geq 0$

Επομένως η μοναδική αποδεκτή ρίζα της παραπάνω εξίσωσης είναι η $\mathrm{P}=10$ ν. μ.

Συνεπώς, η ζήτηση γίνεται μηδενική όταν η τιμή του προϊόντος γίνεται ίση με

$\mathrm{P}=10$ νομισματικές μονάδες

Υποερώτημα Β

Στο σημείο ισορροπίας της αγοράς ισχύουν $Q_S = Q_D$ και $P_S = P_D$.

$Q_S = Q_D \Leftrightarrow 0{,}4P^2 + 8P + 40 = -0{,}6P^2 + 60 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow 0{,}4P^2 + 8P + 40 + 0{,}6P^2 - 60 = 0 \Leftrightarrow P^2 + 8P - 20 = 0$

Καταλήγουμε σε ένα τριώνυμο με $\alpha = 1$, $\beta = 8$ και $\gamma = -20$.

$\Delta = \beta^2 - 4 \cdot \alpha \cdot \gamma = 8^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-20) = 64 + 80 = 144 > 0$

άρα το τριώνυμο έχει δυο πραγματικές άνισες ρίζες

$$P_1 = \frac{-\beta + \sqrt{\Delta}}{2 \cdot \alpha} = \frac{-8 + \sqrt{144}}{2 \cdot 1} = \frac{-8 + 12}{2} = \frac{4}{2} = 2 > 0 \ \ (\text{αποδεκτή})$$

$$P_2 = \frac{-\beta - \sqrt{\Delta}}{2 \cdot \alpha} = \frac{-8 - \sqrt{144}}{2 \cdot 1} = \frac{-8 - 12}{2} = \frac{-20}{2} = -10 < 0 \ (\text{απορρίπτεται})$$

Άρα, τελικά, η μοναδική αποδεκτή ρίζα της εξίσωσης είναι η

$\mathbf{P = 2}$ ν. μ. (Η τιμή ισορροπίας)

Για την εύρεση της αντίστοιχης ποσότητας ισορροπίας αντικαθιστούμε σε οποιαδήποτε από τις συναρτήσεις ζήτησης και προσφοράς. Έτσι, αντικαθιστώντας την τιμή ισορροπίας στην συνάρτηση ζήτησης θα έχουμε

$Q = -0{,}6 \cdot 2^2 + 60 = -0{,}6 \cdot 4 + 60 = -2{,}4 + 60 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow \mathbf{Q = 57{,}6}$ μονάδες προϊόντος (Η ποσότητα ισορροπίας)

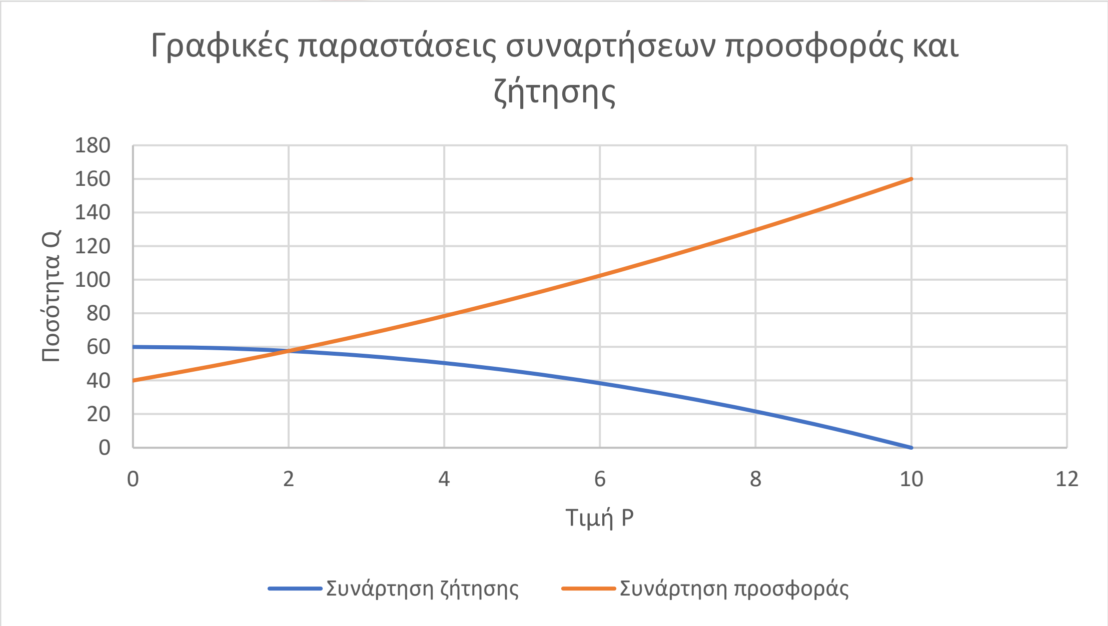
Συνεπώς, το σημείο ισορροπίας της συγκεκριμένης αγοράς είναι το

$(Q_{I\Sigma}, P_{I\Sigma}) = (57{,}6\ \ , 2)$

Υποερώτημα Γ

Ο πίνακας τιμών των συναρτήσεων προσφοράς και ζήτησης, καθώς και η ζητούμενη κοινή γραφική τους παράσταση, όπως προέκυψαν από το Excel, είναι αυτά που ακολουθούν

Τιμή (P)	Συνάρτηση Ζήτησης (Q_D)	Συνάρτηση Προσφοράς (Q_S)
0	60	40
1	59,4	48,4
2	57,6	57,6
3	54,6	67,6
4	50,4	78,4
5	45	90
6	38,4	102,4
7	30,6	115,6
8	21,6	129,6
9	11,4	144,4
10	0	160



Από την παραπάνω κοινή γραφική απεικόνιση των δυο συναρτήσεων επαληθεύεται ότι το σημείο ισορροπίας της αγοράς είναι το $(Q_{ΙΣ}, P_{ΙΣ}) = (57{,}6\ ,2)$ καθώς και ότι αν η τιμή του εξαρτήματος μηδενιστεί (διανέμεται δωρεάν) η ζήτησή του διαμορφώνεται στις 60 μονάδες ενώ όταν η τιμή γίνει ίση με 10 ν.μ. η ζήτησή του είναι μηδενική.