

ΘΕΜΑΤΙΚΗ  
ΕΝΟΤΗΤΑ  
**ΔΕΟ13**



**Eclass4U**

*The best Choice for you*

**ΑΣΚΗΣΕΙΣ ΕΠΑΝΑΛΗΨΗΣ  
ΣΤΑΤΙΣΤΙΚΗΣ**

ΑΚΑΔ. ΕΤΟΣ 2022-2023    Επιμέλεια Ύλης: ΣΠΥΡΟΣ ΒΛΑΧΟΠΟΥΛΟΣ

[\[Spyros.eclass4u@gmail.com\]](mailto:Spyros.eclass4u@gmail.com)

## ΑΣΚΗΣΗ 1

Έστω ότι από ένα σύνολο δεδομένων έχουν προκύψει οι παρακάτω πέντε χαρακτηριστικές τιμές των δεδομένων.

$$X_{\min} : 1910$$

$$Q_1 : 2057,5$$

$$M : 2105$$

$$Q_3 : 2225$$

$$X_{\max} : 2525$$

Να κατασκευαστεί το θηκόγραμμα των δεδομένων.

## ΑΣΚΗΣΗ 2

Τα ακόλουθα στοιχεία αφορούν τα κέρδη μιας φαρμακευτικής εταιρείας ( $Y$ ) και τη ερευνητική δαπάνη  $X$  (σε χιλιάδες ευρώ).

Δαπάνες για έρευνα $X$	Κέρδη εταιρείας $Y$
4	50
4	60
3	40
5	60
6	65
6,5	70

- (i) Να κατασκευασθεί το Διάγραμμα Διασποράς των δεδομένων για τα κέρδη της εταιρείας από τις πωλήσεις της έναντι των δαπανών της εταιρείας για την έρευνα. Προκύπτει, κατά τη γνώμη σας, από το διάγραμμα αυτό ένδειξη ότι υπάρχει γραμμική σχέση μεταξύ των δαπανών για την έρευνα και των κερδών της εταιρείας από τις πωλήσεις; **(3%)**
- (ii) Να εκτιμήσετε τους συντελεστές  $a$  και  $\beta$  του γραμμικού υποδείγματος  $Y = a + \beta X + u$ . **(10%)**
- (iii) Να ερμηνεύσετε τις εκτιμήσεις των συντελεστών. **(5%)**
- (iv) Να υπολογισθεί ο συντελεστής συσχέτισης και ο συντελεστής προσδιορισμού  $R^2$  και να ερμηνευθούν. **(5%)**
- (v) Με δεδομένο ότι την ερχόμενη περίοδο η εταιρεία πρόκειται να δαπανήσει 5,5 χιλιάδες ευρώ σε έρευνα, να προβλέψετε το κέρδος της. **(2%)**

### ΑΣΚΗΣΗ 3

Ο παρακάτω πίνακας συνοψίζει τον αριθμό των μελών ( $X$ ) και τον αριθμό των δωματίων της κατοικίας ( $Y$ ) ενός τυχαίου δείγματος 12 οικογενειών.

Αριθμός Μελών ( $X$ )	1	2	3	3	4	2	4	1	3	4	5	2
Αριθμός Δωματίων ( $Y$ )	2	3	3	4	5	2	4	1	4	5	5	2

Με βάση τα στοιχεία αυτά:

- Να υπολογισθούν η διάμεσος, το πρώτο τεταρτημόριο και το τρίτο τεταρτημόριο του αριθμού μελών των 12 αυτών οικογενειών.
- Να διερευνηθεί ποια από τις δύο μεταβλητές (αριθμός μελών ή αριθμός δωματίων) παρουσιάζει τη μεγαλύτερη μεταβλητότητα, αν γνωρίζουμε ότι η μέση τιμή και η τυπική απόκλιση του αριθμού των δωματίων είναι 3,333 και 1,371 αντίστοιχα.

### ΑΣΚΗΣΗ 4

Ένας οικονομικός αναλυτής θέλει να διερευνήσει τη σχέση μεταξύ των πωλήσεων μιας εταιρίας και των δαπανών διαφήμισής της. Τα δεδομένα που έχει στην διάθεση του αφορούν το διάστημα 1994-2000 και δίνονται στον Πίνακα 2:

Πίνακας 2

Έτος	Ετήσιες Πωλήσεις, σε χ.μ. ( $Y$ )	Ετήσιες Δαπάνες Διαφήμισης, σε χ.μ. ( $X$ )
1994	21	5
1995	23	7
1996	27	9
1997	30	10
1998	35	12
1999	50	13
2000	45	14

Η μεταβλητή  $X$  εκφράζει τις ετήσιες δαπάνες διαφήμισης της εταιρίας σε χρηματικές μονάδες (χ.μ.) και η μεταβλητή  $Y$  τις ετήσιες πωλήσεις της στις ίδιες χ.μ.

- Δεδομένου ότι η σχέση μεταξύ των μεταβλητών  $X$  και  $Y$  είναι γραμμική να εκτιμήσετε τις παραμέτρους  $\alpha$  και  $\beta$  του γραμμικού υποδείγματος  $Y = \alpha + \beta X + u$  με την μέθοδο των ελαχίστων τετραγώνων. Να ερμηνευθούν οι συντελεστές του υποδείγματος.
- Με βάση το γραμμικό υπόδειγμα  $Y = \alpha + \beta X + u$  να εκτιμήσετε τις ετήσιες πωλήσεις της εταιρίας όταν οι ετήσιες δαπάνες για διαφήμιση είναι 10 χ.μ.
- Για το γραμμικό υπόδειγμα  $Y = \alpha + \beta X + u$  να υπολογισθεί ο συντελεστής συσχέτισης και να ερμηνευθεί.
- Για το γραμμικό υπόδειγμα  $Y = \alpha + \beta X + u$  να υπολογισθεί ο συντελεστής προσδιορισμού και να ερμηνευθεί.

## ΑΣΚΗΣΗ 5

(3.B) Οι βαθμοί 10 φοιτητών της ΔΕΟ13 είναι οι ακόλουθοι:  
10, 6, 4, 6, 7, 10, 7, 8, 7, 5

Να υπολογιστούν:

- (3.B.1) Το εύρος. (2%)
- (3.B.2) Ο αριθμητικός μέσος. (2%)
- (3.B.3) Η διάμεσο και η επικρατούσα τιμή. (3%)
- (3.B.4) Η τυπική απόκλιση. (3%)

## ΑΣΚΗΣΗ 6

Σε ένα τυχαίο δείγμα 50 νοικοκυριών τα 41 από αυτά δηλώνουν ότι επιθυμούν να απογράψουν ηλεκτρονικά τα μέλη του νοικοκυριού και την κατοικία τους (αυτοαπογραφή) στην Ελληνική Στατιστική Αρχή, ενώ τα υπόλοιπα 9 δηλώνουν ότι επιθυμούν να απογραφούν με επίσκεψη απογραφέα. Να κατασκευάσετε ένα 90% διάστημα εμπιστοσύνης για το ποσοστό των νοικοκυριών που επιθυμούν αυτοαπογραφή.

## ΑΣΚΗΣΗ 7

**A (10 μονάδες).** Τα παρακάτω δεδομένα αναφέρονται στο χρόνο εξυπηρέτησης (σε λεπτά) ενός τυχαίου δείγματος 9 ατόμων που θέλουν να υποβάλουν τα δικαιολογητικά τους σε μια δημόσια υπηρεσία για την έκδοση πρόωρης σύνταξης.

49 50 60 74 61 72 63 76 65

Να βρεθεί ο μέσος και ο διάμεσος χρόνος εξυπηρέτησης καθώς και η τυπική απόκλιση αυτού.

**B (5 μονάδες).** Ο διευθυντής της συγκεκριμένης υπηρεσίας σας ζητά να κατασκευάσετε ένα 95% διάστημα εμπιστοσύνης για τον πραγματικό μέσο χρόνο εξυπηρέτησης, θεωρώντας ότι αυτός ακολουθεί την κανονική κατανομή, στη συγκεκριμένη δημόσια υπηρεσία. Να κατασκευάσετε το ζητούμενο διάστημα.

**Γ (5 μονάδες).** Ο διευθυντής ενδιαφέρεται επίσης να εξετάσει την υπόθεση ότι ο πραγματικός μέσος χρόνος εξυπηρέτησης είναι πάνω από 55 λεπτά στη συγκεκριμένη υπηρεσία. Να ελέγξετε την υπόθεση αυτή σε επίπεδο σημαντικότητας 5%.

**Δ (5 μονάδες).** Σε άλλο παράρτημα της ίδιας υπηρεσίας ο μέσος χρόνος εξυπηρέτησης βρέθηκε να είναι 50 λεπτά ενώ η τυπική απόκλιση 10 λεπτά. Σε ποιο από τα δύο παραρτήματα (αυτό του υποερωτήματος Α ή αυτό του υποερωτήματος Δ) ήταν μεγαλύτερη η μεταβλητότητα του χρόνου εξυπηρέτησης;

## ΑΣΚΗΣΗ 8

Σε ένα τυχαίο δείγμα ασθενών 10 ασθενών από ένα νησί της Ελλάδος μετρήθηκε το αποτέλεσμα της επίδρασης ενός φαρμάκου για την αρτηριακή πίεση.

Ασθενής	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Πίεση πριν	12	14	13	15	17	14	15	16	19	17
Πίεση μετά	11	14	12	14	14	12	16	16	24	15

Α. Στα πλαίσια της μελέτης χρειάζεται να βρεθεί ο μέσος, η τυπική απόκλιση και η διάμεσος αρτηριακή πίεση του τυχαίου δείγματος των ασθενών πριν την λήψη του φαρμάκου.

Β. Πότε νομίζετε ότι υπάρχει μεγαλύτερη μεταβλητότητα στην αρτηριακή πίεση. Πριν από την λήψη του φαρμάκου ή μετά;

Γ. Να κατασκευαστεί ένα 95% διάστημα εμπιστοσύνης για την αρτηριακή πίεση πριν την λήψη του φαρμάκου, θεωρώντας ότι η πίεση πριν τη λήψη του φαρμάκου ακολουθεί κανονική κατανομή.

## ΑΣΚΗΣΗ 9

Μια δημόσια υπηρεσία μετέβη σε ηλεκτρονική εξυπηρέτηση των πολιτών, και από ένα δείγμα 25 φακέλων-αιτημάτων που έχουν ολοκληρωθεί, προέκυψε ότι ο μέσος χρόνος διεκπεραίωσης ήταν 185,5 μέρες, με δειγματική τυπική απόκλιση 28,10 μέρες. Θεωρήστε ότι ο χρόνος διεκπεραίωσης ακολουθεί την κανονική κατανομή.

Ένας υπάλληλος της υπηρεσίας ισχυρίζεται ότι ο μέσος χρόνος διεκπεραίωσης δε διαφέρει σημαντικά σε σχέση με την πρότερη κατάσταση, όπου οι πολίτες εξυπηρετούνταν κατά μέσο όρο σε 210 μέρες. Να κάνετε τον κατάλληλο έλεγχο υπόθεσης για να ελέγξετε αν ευσταθεί ο ισχυρισμός του υπαλλήλου σε επίπεδο σημαντικότητας  $\alpha=0,05$ .

## ΑΣΚΗΣΗ 10

Ο χρόνος αντίδρασης ενός φαρμάκου σε ένα ασθενή ακολουθεί την κανονική κατανομή. Σε ένα τυχαίο δείγμα 25 ασθενών υπολογίσαμε τον μέσο χρόνο αντίδρασης σε 1,3 λεπτά και την δειγματική τυπική απόκλιση σε 0,4 λεπτά. Να υπολογίσετε τα διαστήματα εμπιστοσύνης για τον μέσο χρόνο αντίδρασης του φαρμάκου σε επίπεδο εμπιστοσύνης 0,95 και 0,99.

## ΑΣΚΗΣΗ 11

Για τη μελέτη των σωματομετρικών χαρακτηριστικών των μαθητών γυμνασίου έγιναν μετρήσεις του ύψους και του βάρους σε ένα δείγμα 375 μαθητών. Για διευκόλυνση των υπολογισμών σας, αντί για τις μεμονωμένες τιμές των μετρήσεων, δίνονται στον παρακάτω πίνακα τα αθροίσματα των τιμών καθώς και τα αθροίσματα των τετραγώνων των τιμών για το ύψος και το βάρος των μαθητών του δείγματος.

Μέγεθος	$\sum_{i=1}^{375} x_i$	$\sum_{i=1}^{375} x_i^2$
Ύψος (cm)	60750	9865500
Βάρος (kg)	22125	1314750

α. Υπολογίστε τη μέση τιμή και την τυπική απόκλιση για το ύψος και το βάρος του δείγματος.

β. Αν η επικρατούσα τιμή του ύψους των μαθητών του δείγματος είναι 159 cm, υπολογίστε τον 1<sup>ο</sup> συντελεστή ασυμμετρίας του Pearson.

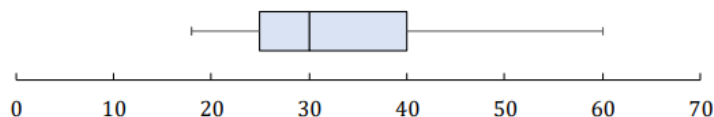
γ. Το ύψος ή το βάρος των μαθητών γυμνασίου παρουσιάζει υψηλότερη μεταβλητότητα;

## ΑΣΚΗΣΗ 12

α) Για το ακόλουθο δείγμα 10 παρατηρήσεων υπολογίστε τη διάμεσο και το 1<sup>ο</sup> τεταρτημόριο.

7 5 11 8 2 6 0 -3 9 8

β) Το παρακάτω θηκόγραμμα αφορά το χρόνο μετακίνησης (σε λεπτά) μεταξύ δύο περιοχών με τα μέσα μαζικής μεταφοράς:



Εξηγήστε ποιες από τις ακόλουθες προτάσεις είναι σωστές/λάθος σύμφωνα με το παραπάνω θηκόγραμμα:

- 1) Ο μέσος χρόνος μετακίνησης είναι 30 λεπτά.
- 2) Η διάμεσος του χρόνου μετακίνησης είναι 30 λεπτά.
- 3) Στο 75% των περιπτώσεων, η μετακίνηση απαιτεί χρόνο έως 40 λεπτά.
- 4) Η κατανομή του χρόνου μετακίνησης έχει αριστερή ασυμμετρία.
- 5) Η κατανομή του χρόνου μετακίνησης έχει δεξιά ασυμμετρία.